REPÚBLICA DE NICARAGUA

Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional

El Pueblo, Presidente!

MINED

Un Ministerio en la Comunidad

UNIÓN EUROPEA

Programa de Apoyo al Sector de Educación en Nicaragua

PROSEN

Módulo Autoformativo

FÍSICA 10mo GRADO

Educación Secundaria a Distancia en el Campo

FE, FAMILIA Y COMUNIDAD!

2017 TIEMPOS DE VICTORIAS! Por gracia de Dios!

CREDITOS

Coordinación General, Revisión y Asesoría Técnica:
Profesora María Elsa Guillén
Profesor Julio Canelo Castillo
Profesora Rosalía Ríos Rivas

Autora:
Profesora Luz Marina Ortiz Narvaez

Revisión y Asesoría Técnica Científica:
Profesor Oscar Emilio Meynard Alvarado

Diagramación y Ilustración:
María Gabriela Huembes Sandino
Johana Yamileth Lam Martínez

Portada y Contraportada:
Johana Yamileth Lam Martínez

Fuente de Financiamiento
Recursos del Tesoro - PROSEN

Primera Edición 2017

PRESENTACIÓN

El Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional, a través del Ministerio de Educación (MINED), entrega a docentes y estudiantes de Educación Secundaria a Distancia en el Campo, el Módulo Autoformativo de Física de 10º Grado el cual ha sido elaborado con el própósito de fortalecer los procesos centrados en el aprendizaje de las y los estudiantes y los valores de la cultura campesina.

El módulo es un instrumento de trabajo independiente para el estudiante, con actividades de iniciación, desarrollo y consolidación, que permitirán alcanzar los indicadores de logro en cada una de las disciplinas asignadas.

Las diversas actividades que se orientan en el módulo contribuyen a promover el autoestudio, el autocontrol, la autoevaluación y el “aprender a aprender, emprender, prosperar” en la que el estudiante aplique los conocimientos, habilidades, actitudes y valores adquiridos a través de su formación y que sea capaz de enfrentar los nuevos desafíos que se le presentan.

El módulo contiene información diversificada que propiciará en las y los educandos empoderarse y consolidar sus conocimientos, lo cual evidentemente servirá como instrumento didáctico muy valioso que le facilitará valorar, corregir y perfeccionar sus habilidades, respetando la cultura campesina de trabajar y estudiar, a fin de que se sienta miembro fundamental de su comunidad.

Este documento es propiedad social, por tanto debe cuidarse pora que también le sea de provecho a otros estudiantes, razón por la que le sugerimos lo forre, evite mancharlo, ensuciarlo, romperlo o deshojarlo. Esa será su contribución desinteresada y solidaria con los próximos educandos que utilizarán este módulo.

Ministerio de Educación

"Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber". (Albert Einstein).

INTRODUCCIÓN

Estimado/a estudiante, tienes en tus manos el documento correspondiente al Módulo de Física, el cual ha sido elaborado desde una perspectiva creativa e innovadora y sobre todo orientado a que vincules los conceptos físicos con situaciones que se te presentan en el contexto cotidiano, a fin que logres valorar la aplicabilidad de esta ciencia en la sociedad.

En el módulo se integran distintas situaciones de aprendizaje, que conllevan a que emitas tus ideas sobre determinados conceptos físicos, asimismo, construyas y apliques los conocimientos adquiridos, con el objetivo que puedas desarrollar habilidades cognitivas, procedimentales, investigativas, vinculación de la teoría con la práctica y de trabajo cooperativo. Apuntando de esta manera a su desarrollo integral.

Otro aspecto que no se debe perder de vista, es el desarrollo de actitudes y valores, a lo cual se te incita en las distintas situaciones de aprendizajes planteadas en el módulo, induciendo al respeto de las opiniones de los demás compañeros, asimismo, mostrar actitudes de tolerancia, compañerismo, cooperación y solidaridad durante la realización de los trabajos cooperativos.

El Módulo integra cuatro unidades:

La unidad I: Los movimientos Rectilíneos, en donde estudiarás lo que es el Movimiento Rectilíneo Uniforme, Movimiento Rectilíneo Variado, Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado, Movimientos en el eje vertical y Movimiento de Caída Libre (MCL); examinando en cada uno de estos contenidos su conceptualización, características, ecuaciones y gráficas, asimismo, situaciones de aprendizajes tanto cualitativas como cuantitativas.

La unidad II: Movimiento Circular Uniforme, en la cual estudiarás lo que es el Movimiento Circular Uniforme (MCU), sus características y ecuaciones. Asimismo examinarás lo que es el periodo, frecuencia, velocidad lineal y angular; y aceleración y fuerza centrípeta. Además, en cada uno de estos contenidos examinarás situaciones de aprendizajes tanto cualitativas como cuantitativas.

La unidad III: Gravitación Universal, en donde estudiarás los Modelos del Sistema Planetario, Leyes de Kepler, Ley de Gravitación Universal y el Movimiento de los Satélites, haciendo referencia en cada uno de estos contenidos a algunos referentes epistemológicos, conceptualizaciones, ecuaciones y situaciones de aprendizajes tanto cualitativas como cuantitativas.

La unidad IV: Conservación de la Energía, en la cual estudiarás la Conservación de la Energía, Trabajo y Potencia mecánica: Trabajo para elevar un cuerpo, Trabajo para acelerar un cuerpo en la dirección del desplazamiento, Trabajo para deformar un cuerpo, Trabajo realizado en contra de la fricción, Incidencia de la fricción en el movimiento o coeficiente de fricción estático y cinético y la potencia mecánica. Asimismo, examinarás lo que es la energía, sus tipos y su vinculación con la tecnología; y el Principio de Conservación y de Transformación de la Energía Mecánica. Además, en cada uno de estos contenidos examinarás situaciones de aprendizajes tanto cualitativas como cuantitativas.

El módulo en cada unidad de estudio integra una serie de íconos, cuyos significados es de relevancia que usted tenga conocimiento y los domine. A continuación se detallan cada uno de dichos iconos:

Actividades de diagnóstico: Son actividades que permiten reflexionar al estudiante de lo que conoce acerca del tema que se va a analizar.

Actividad de lectura: Entendida como un proceso mental que requiere que el estudiante sea capaz de percibir y destacar los elementos más importantes en un texto y así pueda realizar interpretaciones en distintos niveles de la comprensión lectora. Además estimula la percepción, potencia el pensamiento y la imaginación.

Actividades de Reflexión: Son actividades que le permitirán al estudiante averiguar lo que conoce acerca del tema que se va a estudiar.

Actividades a realizar en pareja: Es una técnica que permite interactuar lo que es favorable crear o reflexionar sobre una temática determinada. Muchas veces algo no asimilado en clase es posible que entre iguales lo asimilen con mayor facilidad. Actividades como éstas proporciona a la pareja elementos de juicios para empezar a razonar, clasificar y captar la interdependencia de uso hechos con otros, además promueve la participación activa, como también despierta el sentido crítico y estético en ambos.

Actividades a realizar en equipo: Permite al estudiante una mejor organización de las tareas, modificar sus puntos de vistas, llegar a compromiso o bien establecer acuerdos, como también fomentar el sentido de la responsabilidad personal y colectiva, el bien común, la solidaridad y la disciplina.

Datos curiosos: Son datos adicionales que despiertan el interés en los estudiantes.

Actividades de reforzamiento: Son actividades cuyo propósito es reforzar en los estudiantes los contenidos abordados.

Actuemos como pequeños científicos: Son actividades prácticas sencillas que se pueden realizar con materiales del medio, cuyo propósito es fortalecer lo aprendido o explorar las ideas previas que tienen los estudiantes acerca del tema que se aborda en el aula de clase.

Comentemos en equipo: Son actividades que le permiten a los estudiante una mejor organización de las tareas, modificar sus puntos de vistas, llegar a compromiso o bien establecer acuerdos, como también fomentar el sentido de la responsabilidad personal y colectiva, el bien común, la solidaridad, la disciplina, el respeto a las idas de las y los demás, el sentido de la colaboración, etc.

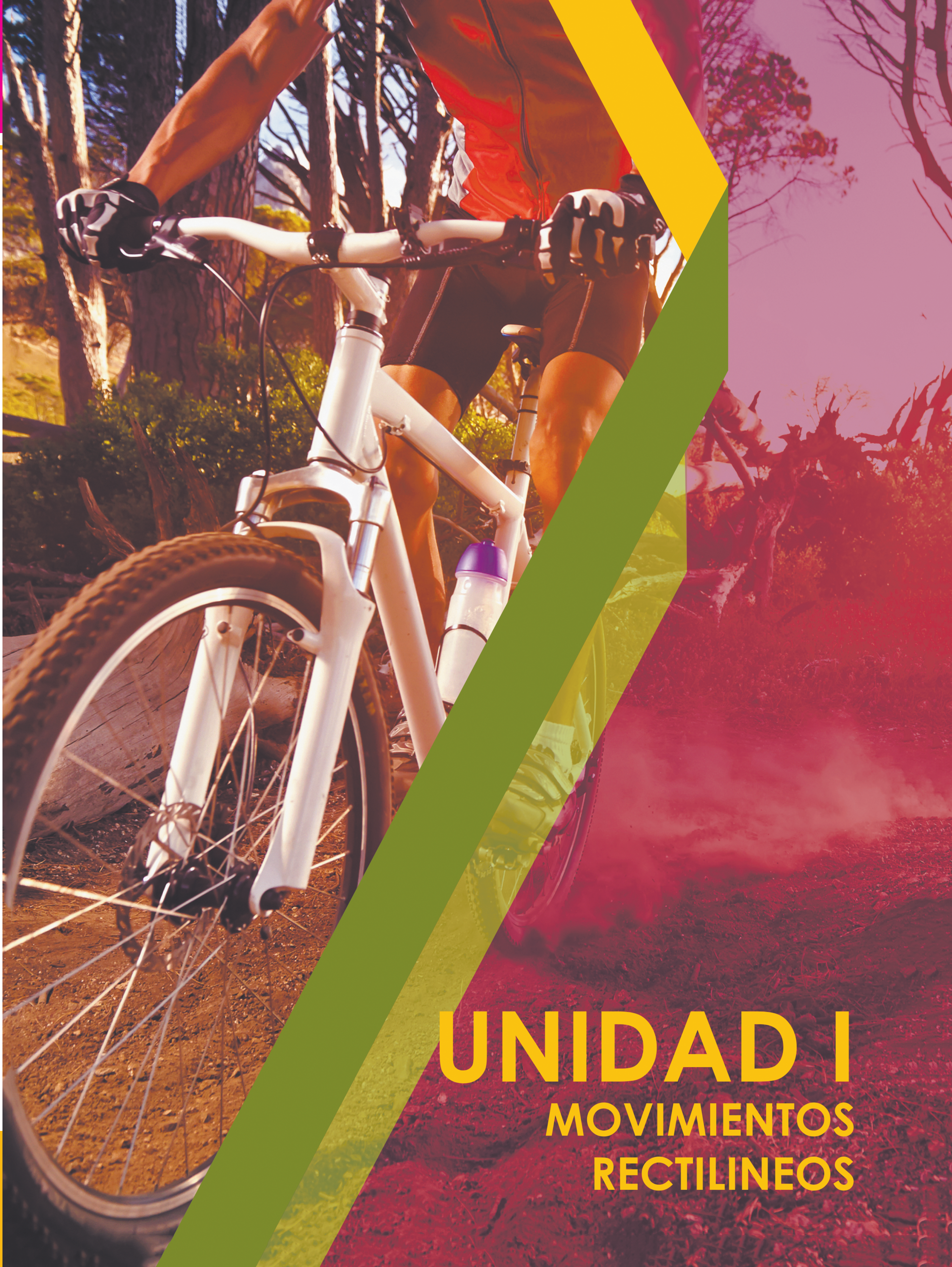
Meditemos: Son actividades que le permiten al estudiante reflexionar sobre el contenido que se abordará en clase.

Actividades de profundización y de evaluación: Son actividades propuestas que le permiten al estudiante profundizar en el tema estudiado; así como evaluar lo que aprendió.

Te invito a que asumas el estudio de este Módulo con responsabilidad, participando activamente, emitiendo tus puntos de vistas sin ningún temor, planteando preguntas a tu docente en caso que haya alguna duda, respetando las ideas manifestadas por tus compañeros/as, y de esta manera lograrás adquirir conocimientos para la vida y asumir con eficacia y calidad los diversos desafíos que te presente el mundo globalizado en el cual estas inmerso.

"Hacer preguntas es prueba de que se piensa" (Rabindranath Tagore).

ÍNDICE



UNIDAD I

MOVIMIENTOS RECTILINEOS

UNIDAD I
LOS MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS

Desempeño de Aprendizaje

Analiza las características, ecuaciones y gráficos de cuerpos que se desplazan a su alrededor con movimientos rectilíneos; aplicándolas en la solución de problemas sencillos de su entorno.

Indicadores de Logro

1. Deduce experimentalmente mostrando conductas de liderazgo, las características de los diferentes tipos de movimientos con que pueden desplazarse los cuerpos.

2. Demuestra habilidades y destrezas al realizar mediciones de distancia, tiempo y velocidad de cuerpos que se desplazan a su alrededor.

3. Interpreta gráficos sencillos de movimientos rectilíneos.

4. Comprende el significado del área bajo la curva de una gráfica de velocidad en función de tiempo y la calcula.

5. Establece semejanzas y diferencias entre los movimientos rectilíneos en el eje horizontal y los movimientos verticales.

6. Utiliza estrategias en la resolución de problemas sencillos de su entorno en donde se empleen las ecuaciones y graficas de los distintos movimientos.

UNIDAD I
LOS MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS

1. Los Movimientos Rectilíneos

1.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)
- Características, ecuaciones y gráficas

1.2. Movimiento Rectilíneo Variado (MRV)
- Características

1.3. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV),
Acelerados y Retardados
- Características, ecuaciones y graficos

1.4. Movimiento de Caída Libre (MCL)
- Características y ecuaciones

1.5. Movimientos en el eje vertical
- Características y ecuaciones

Breve introducción a los vectores

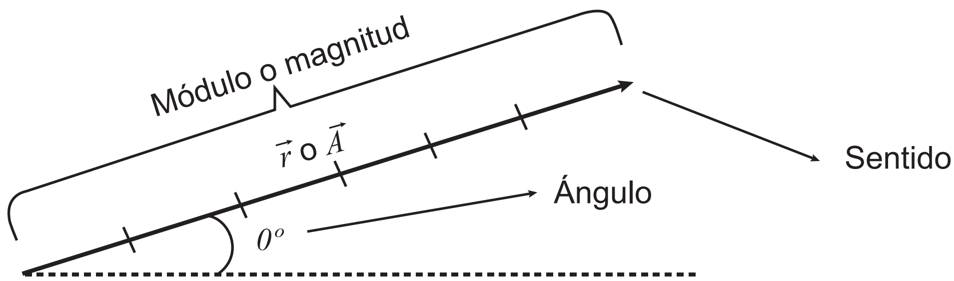
Un escalar se especifica por un valor numérico y una unidad de medida.

Ejemplos de magnitudes escalares: *34 m, 78 s, 17 cm, 56 lb, 90° C*, entre otros.

Una magnitud vectorial se especifica por un valor numérico, una unidad de medida una dirección y sentido.

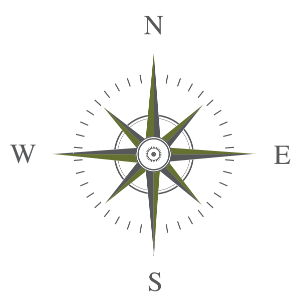
Ejemplos de magnitud vectorial: un desplazamiento de *34 m* hacia el este, una velocidad de *35 km/h* con un ángulo de *30°*, una fuerza de *46 N* hacia el norte.

Un vector se representa gráficamente, como un segmento de línea recta con una punta de flecha o saeta en el extremo; se denotan con letras minúsculas o mayúsculas del alfabeto castellano, griego o cualquier otro alfabeto según la región o país; sobre la letra se coloca una flecha, ésta le da el carácter vectorial.



A la magnitud del vector se le conoce como módulo del vector que se denota por $|\vec{r}| = r = 5\ m$ o $|\vec{A}| = A = 5\ m$ el módulo o magnitud es la longitud del vector.

Además la dirección de un vector puede estar especificado por un ángulo o coordenadas geográficas como sigue a continuación:



Indague y grafique los siguientes vectores:

$\vec{b}$: *135 m*

$\vec{d}$: $\frac{42\ m}{s}$, 170^o , hacia el norte

1.1. El Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

• Características, ecuaciones y gráficas.

En esta unidad estudiaremos una de las ramas de la mecánica denominada Cinemática, cuyo objeto de estudio es analizar cómo se mueven los cuerpos y no por qué se mueven. Antes de empezar realicemos las siguientes actividades.

Actividades de Diagnóstico

¿Qué sabemos sobre el movimiento de los cuerpos?

Dispongámonos a reflexionar desde nuestra experiencia cuestiones sobre el movimiento de los cuerpos. Recuerda respetar las ideas de nuestros compañeros, pues también son importantes como las de nosotros.

Comencemos

Leamos detenidamente las situaciones que se nos plantean, reflexionemos, organicemos nuestras ideas y respondamos sin temor a ser evaluados.

1. ¿Qué científicos han aportado sus conocimientos para explicar el movimiento de los cuerpos?

2. Juan va junto a Rosita sentado en el bus que viaja hacia Chontales. Luisa que está en una parada ve pasar al bus. Al día siguiente se encuentra Luisa y Rosita. Luisa le comenta que observó que Juan se movía en el bus, Rosita le dice que no, que Juan iba quieto. ¿Quién de las dos tiene la razón? Si no estás de acuerdo con ninguna de ellas, expresa tu opinión.

3. Si el bus en que viaja Sebastián se mueve a $80\ km/h$. ¿A qué magnitud física estamos haciendo alusión, a la rapidez, a la aceleración o a la velocidad? ¿Por qué?

4. Rafael ha recorrido $200\ m$ sobre un camino curvilíneo. ¿Podemos afirmar que:

a) La trayectoria recorrida por Rafael fue de $200\ m$?
b) El desplazamiento recorrido por Rafael fue de $200\ m$?
c) La distancia recorrida fue de $200\ m$?
d) ¿Con cuál de las alternativas estás de acuerdo? ¿Por qué?

¿Qué nos plantea la Física sobre el movimiento de los cuerpos?

Desde la antigüedad el movimiento ha sido motivo de discusión por los científicos, examinemos las ideas más sobresalientes de algunos de ellos.

Aristóteles (384 aC - 322 aC) clasificó al movimiento, en movimientos naturales por ejemplo una piedra que cae al suelo, y movimiento forzado por ejemplo una flecha al ser disparada que para mantenerse en movimiento debía actuar una fuerza.

Así mismo aseguraba que los cuerpos de mayor peso caen primero que uno de menor peso. Estas ideas perduraron por mucho tiempo hasta el siglo XVII.

Galileo físico italiano (Pisa, 15 de febrero de 1564 - Arcetri, 8 de enero de1642), refutó las ideas de Aristóteles y mediante la observación, experimentación y el análisis explicó el movimiento de los cuerpos.

En el caso del movimiento horizontal, Galileo utilizó un plano horizontal bien pulido haciendo rodar una bola y explica que la bola no se detendría si no existiera fricción en la superficie. Para el caso de los cuerpo que caen, Galileo comprobó experimentalmente que todos los cuerpos dejados caer simultáneamente desde la misma altura, caen al mismo tiempo siempre, que no actúe la resistencia del aire.

Isaac Newton (1642 - 1727), nació en el mismo año que muere Galileo. Basado en la teoría galileana explicó las causas del movimiento de los cuerpos estableciendo las tres leyes del movimiento llamadas leyes de la Dinámica, también estableció la Ley de la Gravitación Universal que gobiernan la mayoría de los movimientos cotidianos de los cuerpos terrestres y celestes.

Estas leyes perduraron 200 años, las cuales no fueron objetadas hasta que Albert Einstein desarrolló la teoría de la relatividad en 1905.

De lo expuesto anteriormente podemos llegar a dos concusiones:

Los científicos han pasado mucho tiempo para elaborar una teoría. A veces han tenido que enfrentar situaciones adversas y solo cuando ya hay acuerdos entre ellos, una teoría es aceptada.

Los conceptos, teorías y leyes pueden ser descartados o mejorados por nuevos hallazgos. Es decir la ciencia no es estática sino que evoluciona.

Actividades a Realizar en Pareja

Comentemos con nuestro compañero

1. ¿Cuál fue el método de trabajo de Galileo?
2. ¿Cómo explicó Aristóteles el movimiento rectilíneo?¿Qué pensó Galileo al respecto?
3. ¿Actualmente qué se concibe como movimiento?

Volvamos a la pregunta dos del diagnóstico. Tanto Luisa como Rosita tienen razón, porque ambas describen el movimiento desde distintos sistemas de referencias, para Luisa el sistema de referencia es ella (estaba en la parada) y por eso afirma que Juan se mueve, pues observa que Juan cambió de posición respecto a ella. Para Rosita el sistema de referencia es ella, y como va sentada a la par y este permanece sin levantarse, no observa cambio de posición de Juan, por eso afirma que él no se mueve.

Podemos entonces afirmar que el movimiento es relativo, pues depende del sistema de referencia. **Un sistema de referencia es el lugar que un observador elige como punto de partida para poder describir la posición y el movimiento de un cuerpo.**

El movimiento no se puede definir, es una propiedad intrínseca de la materia, caracterizada a nivel de las partículas las cuales constituyen los cuerpos u objetos. El movimiento, es algo natural de las partículas e incesante. A caso no es posible pensar que se mueve lo que hay dentro de un árbol u objeto. Todo se encuentra en movimiento no existe el estado de reposo absoluto. Definir, pues, movimiento o reposo carece de sentido.

Cuando hablamos de partícula puntual nos estamos refiriendo a todo cuerpo cuyas dimensiones son muy pequeñas comparadas con las dimensiones del sistema, su movimiento es de traslación y no hay rotación. Podemos considerar como partícula un carro, un buque, una persona etc., asumiendo que nuestro sistema de referencia es la Tierra.

Otros conceptos relacionados con el movimiento son: trayectoria, distancia, desplazamiento, rapidez y velocidad, estos conceptos son muy populares en el lenguaje cotidiano y muchas veces las utilizamos como si fuesen sinónimos. Observemos la figura 1.1, podemos notar que los cuerpos describen distintos tipos de trayectoria: rectilínea, parabólica, circular.

Figura1.1; trayectoria de los cuerpos

Trayectoria

Es la línea que un móvil o partícula puntual describe durante su movimiento, es decir; es el camino recorrido que se toma para llegar al destino definitivo. Estas líneas pueden ser distintas curvas entre ellas, la línea una curva especial, circular, ondulatoria, parabólica entre otras.

La trayectoria nos indica el tipo de movimiento que describe una partícula puntual o móvil.

Desplazamiento y Distancia

Ahora supongamos que el instituto donde estudias queda a cierta distancia de tu casa, tu hermana Elisa y tu primo Leónidas que asisten puntualmente para no perderse la clase de Física, se van por distintos caminos, tal como se muestra en la figura 1.2. ¿Quién de los dos tiene mayor desplazamiento? ¿Quién recorre mayor distancia?

Quizás pienses que Leónidas tiene mayor desplazamiento, en realidad no es así, pues ambos tienen el mismo desplazamiento.

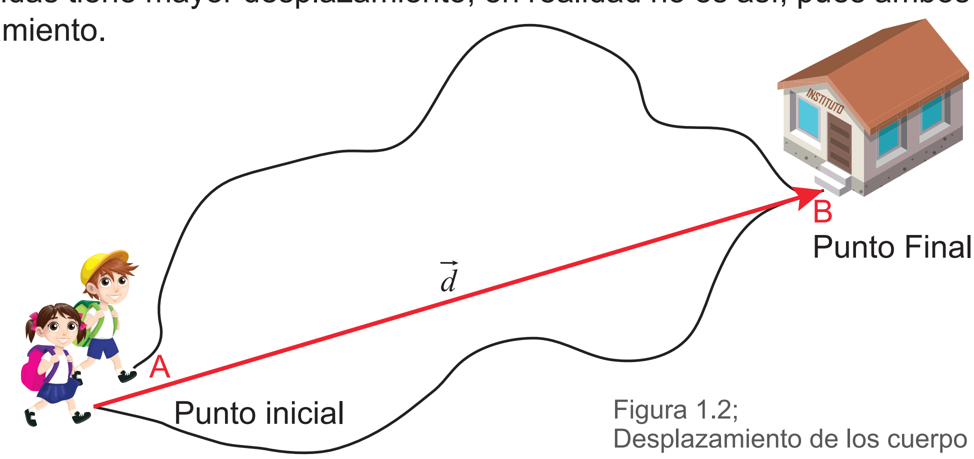


Figura 1.2;
Desplazamiento de los cuerpo

Desplazamiento ($\vec{d}$):

Es una magnitud vectorial que representa el cabio de posición de una partícula puntual o móvil respecto a un sistema de referencia. Se representa por un segmento de recta orientado que une el punto inicial de una trayectoria con el punto final de la misma.

En la figura 1.2 podemos observar que la flecha roja nos indica el vector desplazamiento ($\vec{d}$) de los dos estudiantes, siendo el mismo para ambos.

El desplazamiento es una magnitud vectorial es decir tiene módulo, dirección y sentido.

Operacionalmente el desplazamiento es la diferencia entre la posición inicial y la posición final y se expresa matemáticamente como:

$$\Delta\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1$$

En el Sistema internacional (SI) el desplazamiento se mide en metros (m); así mismo se pueden utilizar los múltiplos y submúltiplos del metro que se presentan en la tabla 1.

Múltiplos	Símbolos	Equivalencia
Miriámetro	*mam*	*10000 m*
Kilómetro	*km*	*1000 m*
Hectómetro	*hm*	*100 m*
Decámetro	*dam*	*10 m*
Múltiplos ↑	Metro (m)	↓ Submúltiplos
Submúltiplos	**Símbolos**	**Equivalencia**
1 Decímetro	*1 dm*	*0,1 m*
1 Centímetro	*1 cm*	*0,01 m*
1 Milímetro	*1 mm*	*0,01 m*

Tabla 1: Múltiplos y Submúltiplos del Metro

El desplazamiento también se puede medir con otras unidades como son: el pié (ft), la pulgada (in), la milla (mi).

Otra magnitud física que nos ayuda a describir el movimiento es la distancia y se define de la siguiente forma:

Distancia (d):

Es el módulo o magnitud escalar del desplazamiento, el cual no necesita de un sistema de referencia y está indica por un número y una unidad de medida.

Al igual que el desplazamiento, la distancia se mide en el sistema internacional en metro (m), y en las otras unidades mencionadas anteriormente para el caso del desplazamiento.

En la figura 1.2 podemos notar que la distancia recorrida por Elisa es menor que la recorrida por su primo.

- **Cuando la trayectoria es una línea recta, la distancia recorrida es igual al módulo del desplazamiento.**

Actividades de Reforzamiento
Analicemos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1

Supongamos que Don Santiago va de su casa a la iglesia que se encuentra a $2000\ m$, después del oficio religioso regresa a su casa (vea figura 1.3).

a) ¿Qué distancia recorre Don Santiago?
b) ¿Qué desplazamiento realiza?

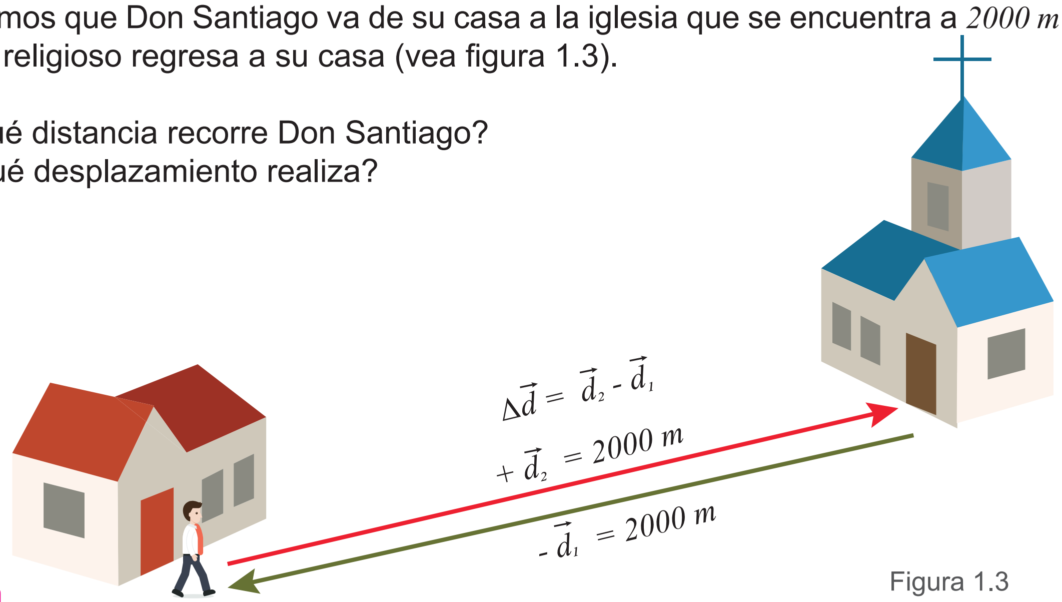


Figura 1.3

Solución

Al resolver nuestros ejercicios, recordemos respetar siempre las ideas de nuestros compañeros y las del docente.

Leamos y analicemos la situación que se nos plantea. Extraigamos los datos conocidos y las incógnitas a resolver.

a) Recordemos que la distancia mide el camino recorrido sin importar la dirección ni el sentido. Según el ejercicio Don Santiago recorrió $2000\ m$ de ida y $2000\ m$ de regreso.

b) Debemos recordar que el desplazamiento solamente mide el cambio de posición,

$$\Delta\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1$$

Datos	Ecuación	Solución
a) $d = 2000\ m$ $d = 2000\ m$	a) $d_T = d_1 + d_2$	a) $d_T = 2000\ m + 2000\ m$ $d_T = 4000\ m$
b) $\vec{d}_1 = 2000\ m$ $\vec{d}_2 = 2000\ m$	b) $\Delta\vec{d} = \vec{d}_1 - \vec{d}_2$	b) $\lvert\Delta\vec{d}\rvert = 2000\ m - 2000\ m$ $\lvert\Delta\vec{d}\rvert = 0\ m$

Respuesta razonada:

a) La distancia total recorrida por don Santiago fue de $4000\ m$.
b) El desplazamiento realizado por don Santiago fue $0\ m$.

Podemos notar que la distancia difiere del desplazamiento pues este último es una magnitud vectorial que posee módulo, dirección y sentido.

En el ejemplo, la posición inicial es la casa de Don Santiago y la posición final también es la casa de Don Santiago.

Ejemplo 2

Juanita va al huerto escolar que está ubicado a $600\ m$ de su casa. Luego se regresa y se detiene a los $300\ m$ del huerto tal como se muestra en la figura 1.4. En ese instante:

a) ¿Qué distancia recorrió Juanita?
b) ¿Cuánto se desplazó?

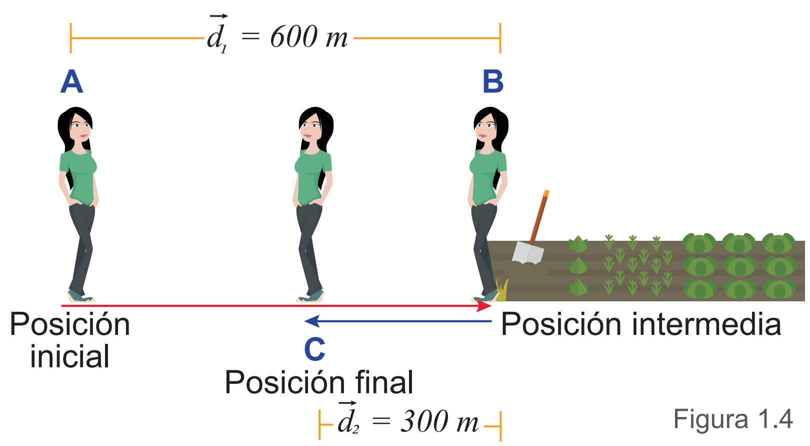


Figura 1.4

Solución

Al resolver nuestros ejercicios, recordemos respetar siempre las ideas de nuestros compañeros y las del docente.

Leamos y analicemos la situación que se nos plantea. Extraigamos los datos conocidos y las incógnitas a resolver.

a) Sabemos que la distancia mide el camino recorrido sin importar la dirección y el sentido del movimiento, entonces la distancia total recorrida por Juanita es la suma de:

$$d_2 + d_1$$

b) Para calcular el módulo del desplazamiento debemos tomar en cuenta la dirección y el sentido del movimiento. Al inicio se movió en sentido positivo de las x y luego se mueve en sentido negativo de las x.

Datos	Ecuación	Solución
a) $d_1 = 600\ m$ $d_2 = 300\ m$	a) $d_T = d_1 + d_2$	a) $d_T = 600\ m + 300\ m = 900\ m$
b) $\vec{d}_1 = 600\ m$ sentido positivo del eje x $\vec{d}_2 = 300\ m$ sentido negativo del eje x	b) $\Delta\vec{d} = \vec{d}_1 - \vec{d}_2$	b) $\lvert\Delta\vec{d}\rvert = 300\ m - 600\ m = -300\ m$

Respuesta razonada:

a) La distancia total recorrida por Juanita fue de $900\ m$.
b) El desplazamiento de Juanita fue de - $300\ m$, en dirección negativa del eje x.
Podemos notar que la distancia difiere del desplazamiento pues este último es una magnitud vectorial.

Meditemos

1. Demos un ejemplo de movimiento identificando el sistema de referencia, la trayectoria y el desplazamiento.

2. Identifiquemos y dibujemos la trayectoria del móvil para los siguientes casos:

a) Un mango que cae del árbol.
b) El movimiento de la Luna.
c) Un zancudo volando.
d) Una niña balanceándose en un columpio.

Rapidez y Velocidad

Los conceptos de rapidez y velocidad están en nuestro vocabulario cotidiano y los usamos con el mismo significado, por ejemplo decimos que la velocidad del bus era *80 km/h*, en realidad esta cantidad hace alusión a la rapidez y no a la velocidad.

La rapidez se define como la distancia recorrida en la unidad de tiempo. La rapidez es una magnitud escalar y nos indica que tan rápido se mueve el cuerpo. La rapidez se mide en *m/s, km/h, mi/h.* La ecuación que nos permite calcular la rapidez es:

$$v = \frac{d}{t}$$

Cuando un objeto cambia rápidamente de posición con respecto a un punto o sistema de referencia se dice que se mueve más rápido, por ejemplo un caracol se mueve a un rapidez de *0,05 km/h* que corresponde a *50 m/h* es decir que recorre *50 m* en una hora.

> El animal más rápido del mundo es el Halcón peregrino con una rapidez de *360 km/h* y el más lento del mundo es el caracol romano *0,0058 km/h = 5,8 m/h.*

No siempre la rapidez de un cuerpo se mantiene constante, por ejemplo cuando viajamos en un bus este baja o sube su rapidez. Esta rapidez medida en cada instante de tiempo se denomina rapidez instantánea y es una magnitud escalar.

Cuanto más pequeño es el intervalo de tiempo considerado, más nos acercamos al ideal de medir la velocidad en un instante dado. El dispositivo que mida la velocidad instantánea en los vehículos (bus, camión trenes, aviones, carros, etc.) se les llama radar de velocidad, el cual es utilizado por los miembros de la policía para determinar la rapidez con que viajan los vehículos.

Rapidez Media o Rapidez Promedio

Asimismo cuando viajamos en el bus, la carretera no siempre es recta, nos encontramos con curvas, con pendientes grandes o pequeñas, lo cual nos indica que no siempre viajamos con la misma rapidez, por ello necesitamos conocer la rapidez media o promedio con que nos movemos.

Rapidez Promedio ($\overline{v}$):

Es la distancia total recorrida entre el tiempo total transcurrido del viaje. La rapidez es una magnitud escalar y nos indica que tan rápido se mueve el cuerpo. La rapidez se mide en *m/s, km/h, mi/h*. La ecuación que nos permite calcular la rapidez es: $\overline{v} = \dfrac{\Delta d}{\Delta t}$

Dado que la distancia es una cantidad escalar (como lo es el tiempo) la rapidez también es escalar.

Otro concepto importante para la descripción del movimiento es la velocidad.

La velocidad a diferencia de la rapidez, nos informa que tan rápido se mueve un cuerpo y en qué dirección y sentido lo hace. Supongamos que Don Leónidas y Don Esteban se desplazan $800\,m$, en sus carretas haladas por un par de bueyes (figura 1.5 A y B), recorren igual desplazamiento en la misma dirección (Oeste-Este) y el mismo sentido (hacia el Este), pero los bueyes de la carreta de Don Leónidas lo hacen en menos tiempo. ¿Qué pareja de bueyes es más veloz? ¿Qué pareja de bueyes es más lento?

Figura 1.5

Para averiguar que pareja de bueyes fue más veloz y qué pareja fue más lento, debemos tener en cuenta que la dirección, el sentido y el módulo del desplazamiento se mantuvo constante en $800\ m$ y la única magnitud física que varió para cada caso fue el tiempo. Siendo la velocidad la que nos informa que tan rápido se mueve un cuerpo, las magnitudes distancia (d) y tiempo (t) se relacionan mediante el cociente de d entre t.

Ahora estamos en capacidad de definir el concepto de velocidad.

Velocidad:

Es una magnitud vectorial que representa el cambio de la posición de una partícula o móvil de un sistema físico en el tiempo, respecto a un sistema de referencia. (Desde un punto de vista físico). Su expresión matemática es:

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$$

Al igual que la rapidez, también es necesario distinguir la velocidad promedio y la velocidad instantánea.

Velocidad promedio:

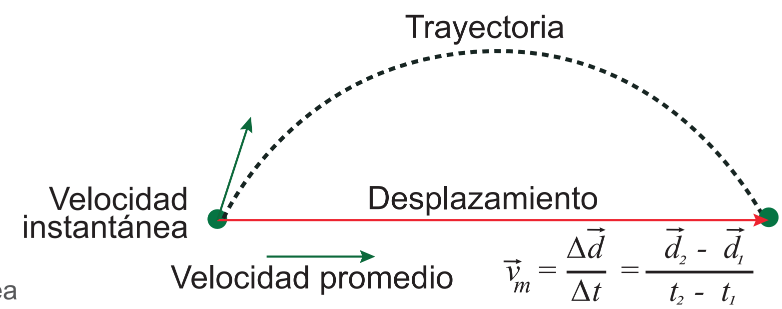
Es una magnitud vectorial entre el desplazamiento de una partícula puntual o móvil y el tiempo transcurrido. Se calcula dividiendo el desplazamiento ($\Delta\vec{d}$) entre el tiempo (Δt) empleado en efectuarlo:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{t_2 - t_1}$$

Velocidad instantánea:

Nos permite conocer la velocidad de un cuerpo que se desplaza sobre una trayectoria cuando el intervalo de tiempo es pequeño, casi 0 pero que nunca llega a cero, por lo tanto el espacio recorrido también es pequeñísimo. La velocidad instantánea es un vector tangente a la trayectoria.

La figura 1.6 nos indica la velocidad instantánea que es tangente a la trayectoria y la velocidad media que se relaciona con el desplazamiento.



$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{t_2 - t_1}$$

Figura 1.6
Velocidad media e instantánea

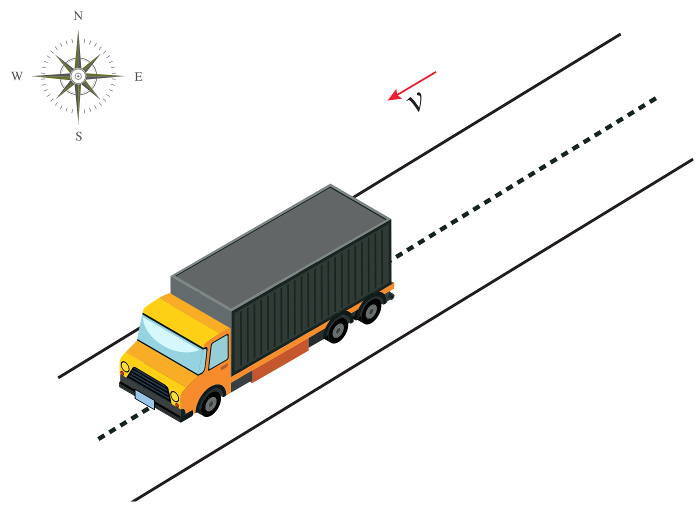
Examinemos el siguiente ejemplo

¿Qué velocidad promedio lleva un furgón cargado de material de construcción que se mueve de Norte a Sur a partir de su punto de origen, si recorre *45 km en 1 h*?

Solución

Leamos detenidamente la situación que se nos plantea y deduzcamos las magnitudes conocidas y aquellas que desconocemos. Siempre es conveniente representarnos la situación, esto nos permite mejor comprensión del mismo. Recordemos respetar las ideas de nuestros compañeros y las del docente.

De la lectura sabemos que el furgón se desplazó de Norte a Sur. En la siguiente tabla escribamos los datos.



Datos	Ecuación	Solución
$\vec{d}_1 = 0\ m$ $\vec{d}_2 = 45\ km = 45\ 000\ m$ $t_1 = 0\ s$ $t_2 = 1\ h = 3\ 600\ s$ $\vec{v}_m = ?$	$\vec{v}_m = \dfrac{\Delta \vec{d}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{t_2 - t_1}$	$\lvert \vec{v}_m \rvert = \dfrac{45\ 000\ m - 0\ m}{3\ 600\ s\ - 0\ s} = 12{,}5\ m/s$

Respuesta razonada:

El furgón se desplazó con una velocidad promedio de *12,5 m/s* en la dirección N-S.

Comentemos en equipo

I. Reflexionemos sobre las siguientes preguntas. No olvidemos participar con entusiasmo y respetar las ideas de nuestros compañeros y compañeras de clase. Luego compartamos con los demás grupos de trabajo y nuestro docente, los resultados obtenidos.

1. Abelardo va en avión y deja caer víveres para los damnificados de la tormenta que azotó al Rama. Patricia observa caer los paquetes de víveres. Abelardo dice que los paquetes van directos a los damnificados pues caen de forma rectilínea, en cambio Patricia que está cerca de su casa dice que los víveres caen parabólicamente. ¿Es posible que ambos describan el movimiento de los paquetes de distintas formas? ¿por qué?

2. ¿Es posible que el desplazamiento sea mayor que la distancia y menor que ella? Explique mediante un ejemplo.

3. Berta dice que el bus venía a $100\ km/h$ ¿A qué magnitud física está haciendo referencia?

II. Resolvamos los siguientes ejercicios explicando los procedimientos, teorías y ecuaciones aplicadas.

4. Justo observa que su perro camina $25\ m$ hacia norte, luego se regresa y se queda a $10\ m$ del camino a saborear un trozo de pan. Encontremos la distancia total recorrida y el desplazamiento descrito. Representémoslo en un dibujo.

5. Doña María va de su casa a la iglesia de su comunidad que se encuentra a $1000\ m$, al regreso se encuentra con Doña Tere a $300\ m$ de la iglesia y se queda conversando con ella. a) ¿Qué distancia ha recorrido doña María?, b) ¿Cuánto se ha desplazado Doña María?

6. Calcule el desplazamiento y la distancia de un automóvil que recorre a) media vuelta de una pista circular con $80\ m$ de radio, b) cuando recorre una vuelta completa.

7. Efraín trabaja en el beneficio de café que se encuentra a $18\ km$ de su casa, viajando en su motocicleta tarda $10\ minutos$ en llegar a su trabajo. ¿Con qué velocidad promedio en m/s, se mueve?

8. Un bus de la ruta Estelí - Managua ha recorrido $86\ km$ en $2\ horas$. ¿Con qué velocidad promedio en m/s se ha desplazado?

9. ¿Camilo viajó en su caballo recorriendo una distancia de $1500\ m$, en $5\ minutos$. ¿Con qué velocidad promedio se desplazó?

Actividades de Profundización y de Evaluación

Resolvamos en equipo

I. Reflexionemos sobre las siguientes preguntas. No olvidemos participar con entusiasmo y respetar las ideas de nuestros compañeros y compañeras de clase.

a) Ricardo ha recorrido una distancia de $160\ m$ desde la escuela al parque y luego se regresa a la escuela. ¿Qué distancia recorrió Ricardo?, Comentemos a groso modo y justifique.

b) Explica la diferencia entre velocidad promedio y velocidad instantánea.

c) ¿Es posible que el desplazamiento de un carro sea nulo aunque su distancia no lo sea? Explique.

d) ¿Un cuerpo puede tener igual distancia e igual desplazamiento? Explique mediante un ejemplo.

II. Lee los siguientes enunciados y escribe a la par una R si se trata de la rapidez y una v si se trata de la velocidad.

a) La aguja horaria del reloj de la iglesia se mueve a $1{,}5\ m/s$.

b) La luz viaja a $3{,}0 \times 10^8\ m/s$.

c) El bus viaja de Managua a Chinandega a $75\ km/h$.

d) Tu maestra camina de la pulpería “El Amanecer” hacia la escuela a $5\ km/h$.

III. Resolvamos los siguientes ejercicios, explicando los procedimientos teorías y ecuaciones utilizadas. Entreguemos nuestro trabajo ordenado y limpio a nuestro docente.

1. Benito recorrió en su motocicleta $70\ km$ hacia el este y $60\ km$ de regreso hacia el Oeste. Encuentra la distancia recorrida en el trayecto indicado y el desplazamiento.

2. Un automóvil recorre $96\ km$ en 2 horas. a) Calcula su rapidez promedio. b) ¿La velocidad instantánea coincide con la velocidad promedio? Explique.

3. Calcula el desplazamiento que realiza Bryan con su bicicleta que recorre media vuelta de una pista circular con $80\ m$ de radio y cuando recorre una vuelta completa.

Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

Actividades de Reflexión

a) ¿Qué sabemos sobre el Movimiento Rectilíneo Uniforme de los cuerpos?

b) Observemos detenidamente la portada de esta unidad. ¿Qué tipo de trayectoria describe cada uno de los cuerpos que están en movimiento?

c) Además de lo observado en la portada, ¿qué otros ejemplos de tu alrededor describen esos tipos de movimientos?

d) Según la trayectoria que observaste en cada uno de los movimientos, ¿Qué tipo de movimiento describen esos cuerpos?

Los movimientos se pueden clasificar según la trayectoria que describen en rectilíneos y curvilíneos, pero también los podemos clasificar según la velocidad con que se desplazan en: movimientos uniformes (v = cte.) y variados ($v \neq$ cte.). En esta oportunidad estudiaremos uno de los movimientos más sencillos como es el Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU).

En la vida cotidiana el movimiento de un cuerpo está condicionado por el rozamiento con otros cuerpos. Para comprender y explicar mejor los fenómenos los científicos tienden a trabajar con modelos ideales, suponiendo que no hay interacción con otros cuerpos. Desde esta perspectivas vamos a estudiar el MRU, que aunque hayamos afirmado que es el más simple, raras veces ocurre este tipo de movimiento en nuestra vida diaria.

¿En qué consiste el MRU?

Supongamos que Don Juan va en bicicleta a la finca de su hermano que se encuentra a $5\ km$ de su casa.

Observemos en la figura 1.7 en donde se representa el movimiento de la bicicleta en que viaja Don Juan. ¿Qué podemos notar?, ¿Qué trayectoria describe? ¿Cómo es la distancia que recorre con respecto al tiempo? ¿Qué podemos decir acerca de la velocidad? ¿Es la misma en todo momento o cambia?

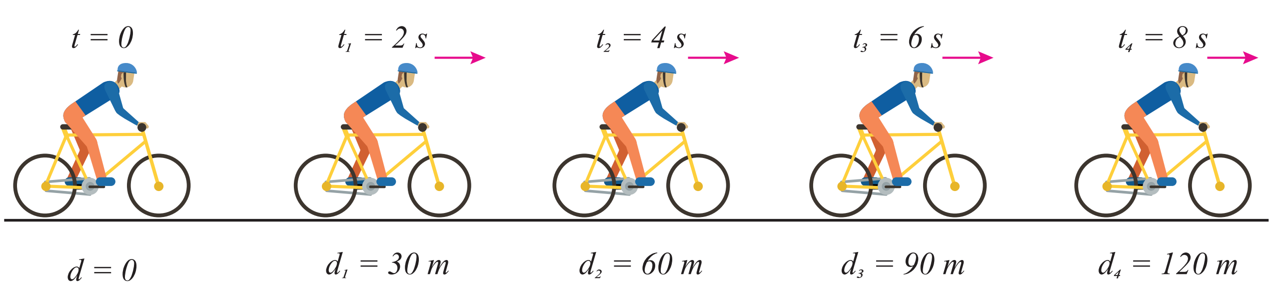


Figura 1.7 Movimiento Rectilíneo Uniforme

Para aclararnos es conveniente que nos auxiliemos de una tabla con los valores de la distancia (d) y el tiempo (t).

d (m)	t (s)	d/t (m/s)
30	2	
60	4	
90	6	
120	8	

Tabla 2

Calculemos el cociente entre la distancia y cada intervalo de tiempo que emplea en recorrer esa distancia y anotemos el resultado en la tabla:

$$\frac{d}{t} = \frac{30\ m}{2\ s} = \frac{60\ m}{4\ s} = \frac{90\ m}{6\ s} = \frac{120\ m}{8\ s} = 15\ m/s$$

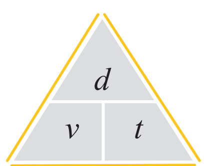
El resultado nos indica que el cociente entre d y t se mantiene constante, es decir no varía. Este resultado no es más que el módulo de la velocidad de la bicicleta.

En nuestro ejemplo podemos notar, que el módulo de la velocidad se mantiene constante. ¿Qué significado tiene la cantidad $15\ m/s$?

Este resultado obtenido en nuestro ejemplo, nos indica que en cada un segundo Don Juan recorrió $15\ m$ en su bicicleta.

Como podemos notar, para calcular el módulo de la velocidad de un cuerpo que describe un MRU, utilizamos la expresión:

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$$



De esta ecuación, haciendo los despejes necesarios, podemos determinar una expresión que nos permita calcular el tiempo o el desplazamiento que recorre un cuerpo cuando este se desplaza con MRU.

$$t = \frac{\vec{d}}{\vec{v}} \quad ; \quad \vec{d} = \vec{v}\, t$$

Ahora estamos en condición de definir al MRU

MRU:

El movimiento rectilíneo y uniforme es aquel cuya partícula puntual o móvil describe una trayectoria rectilínea y su velocidad es constante en módulo, dirección y sentido respecto a un sistema físico de referencia.

Actividades de profundización y de evaluación
Resolvamos individualmente

1. ¿Qué características tiene el MRU?
2. Si Francisco va en su carreta que se mueve en línea recta hacia el norte con una velocidad de $17\ m/s$ durante $15\ min$. ¿Qué distancia recorre?
3. El perrito de Doña Susana sale corriendo sobre un camino recto a su encuentro. Si el perrito recorrió $50\ m$ en $10\ s$. ¿Con qué velocidad se movió?

Características, Ecuaciones y Gráficas del MRU
Gráfica de distancia en función del tiempo $[d = f\,(t)]$

Antes de que elaboremos las gráficas que corresponden al MRU, es conveniente que comprendamos qué importancia tienen para la interpretación de los fenómenos físicos y que procedimientos debemos tener en cuenta en su construcción.

¿Qué importancia tienen las gráficas?

Las gráficas son importantes en todos los ámbitos del conocimiento como: en las Ciencias Naturales (Física, Química y Biología), en las Ciencias Sociales, en el comercio etc., porque a través de ellas se representan la ocurrencia de un fenómeno. Por ejemplo en Física, las gráficas nos facilitan el análisis y la interpretación de los fenómenos físicos que es objeto de estudio, nos permiten establecer relaciones de comportamiento entre las magnitudes involucradas llamadas variables.

¿Cómo elaborar una gráfica?

Vamos a graficar la velocidad en función del tiempo $[v = f\,(t)]$ que corresponde a la situación de Don Juan que examinamos en el estudio del MRU.

Para elaborar esta gráfica y otras, es conveniente que tengamos en cuenta las siguientes recomendaciones:

- Construyamos una tabla de datos con las medidas respectivas de las magnitudes involucradas.

d (m)	t (s)
0	0
30	2
60	4
90	6
120	8

Tabla 3

- Tracemos un sistema de coordenadas rectangulares que corresponde a un sistema formado por dos ejes perpendiculares entre sí, un eje es vertical y el otro eje es horizontal que forman un ángulo de 90^o entre sí.

- Ubiquemos en el eje horizontal los valores del tiempo y en el eje vertical ubiquemos los valores correspondientes a la distancia recorrida por Don Juan. Siempre debemos indicar en los extremos de los ejes de coordenadas la magnitud física que representa con sus respectivas unidades. Como se observa en la figura 1.8.

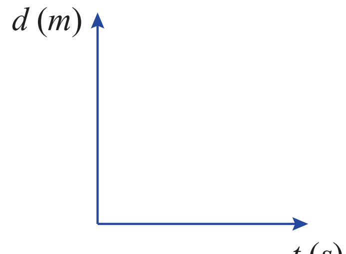


Figura 1.8

- Seleccionemos una escala adecuada que represente en cada uno de los ejes, los valores indicados en la tabla de datos.

Por ejemplo:

Para el eje vertical, podemos establecer la siguiente escala: a dos centímetro le corresponde $30\ m$, así; $2\ cm: 30\ m$

Para el eje horizontal a $2\ cm$ le corresponde $2\ s$, así; $2\ cm: 2\ s$

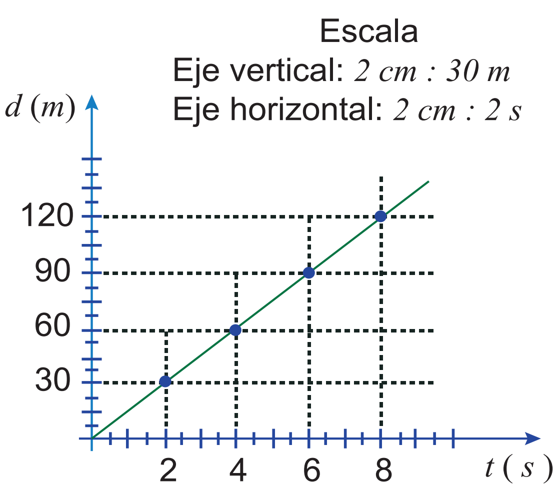


Figura 1.9; Gráfica de $d = f(t)$

- Una vez seleccionada la escala, procedamos a ubicar los valores indicados en nuestra tabla de datos en los ejes correspondientes.

- Ubiquemos los puntos correspondientes a cada par de valores y luego los unimos para obtener la gráfica tal como se muestra en la figura Nº 1.9

¿Qué información podemos obtener del gráfico de $d = f(t)$?

- La gráfica resultante es una línea recta inclinada con respecto al eje del tiempo que pasa por el origen de los ejes la cual representa la velocidad de la bicicleta en que viaja Don Juan.
- Podemos conocer las diferentes distancia recorrido por Don Juan en su bicicleta a medida que transcurre el tiempo.
- Cada vez que aumenta el tiempo, aumenta la distancia recorrida.
- Podemos observar en nuestra gráfica resultante, que cuando el tiempo se duplica, se triplica y se cuadruplica, también la distancia lo hace en la misma proporción, es decir se duplica, se triplica y se cuadruplica dependiendo como lo hace el tiempo.
- Podemos determinar la velocidad en cualquier intervalo de tiempo.

Gráfica de velocidad en función del tiempo $[v = f(t)]$

Para elaborar la gráfica de la velocidad en función del tiempo seguimos los mismos procedimientos del caso anterior.

Escala:

- Para el eje vertical, podemos establecer la siguiente escala; a *5 cm* le corresponde *15 m/s*, así; *5 cm: 15 m/s*
- Para el eje horizontal a *2 cm* le corresponde *2 s*, así; *2 cm: 2 s*

La figura 1.10 representa la gráfica obtenida de $v = f(t)$.

¿Qué información nos brinda la gráfica de $v = f(t)$?

- La gráfica de la velocidad en función del tiempo es una línea recta paralela al eje del tiempo (t), la cual indica que la velocidad con que viaja Don Juan en su bicicleta se mantuvo constante, es decir no varió y tiene un valor de *15 m/s.*
- El valor de la velocidad *15 m/s*, nos indica que la bicicleta con que viaja Don Juan, recorre distancias iguales en períodos de tiempo iguales, es decir por cada segundo recorre una distancia de *15 m*.
- Nos informa que el movimiento con que se desplaza la bicicleta con que viaja Don Juan es un MRU.

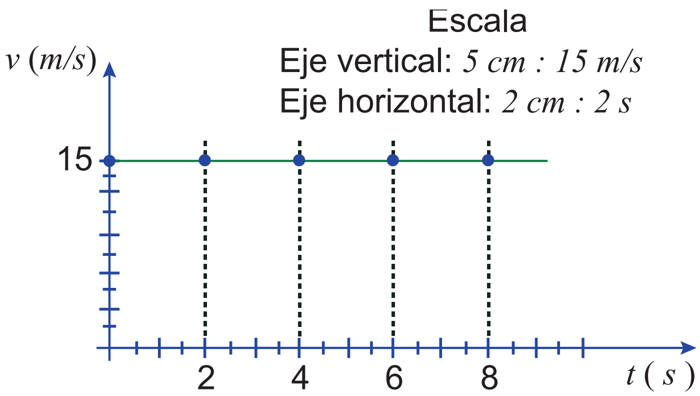


Figura 1.10; Gráfica de $v = f(t)$

Actividades de reforzamiento

Ejemplo 3

Leamos y analicemos de manera individual el siguiente ejemplo.

La gráfica de la figura 1.11 representa el movimiento de Juliana sobre una trayectoria rectilínea, cuando va de su casa a la pulpería "La Bendición de Dios". a) Describe el movimiento de Juliana. b) Encuentra la distancia total recorrida y el desplazamiento. c) Encuentra la velocidad en cada intervalo de tiempo.

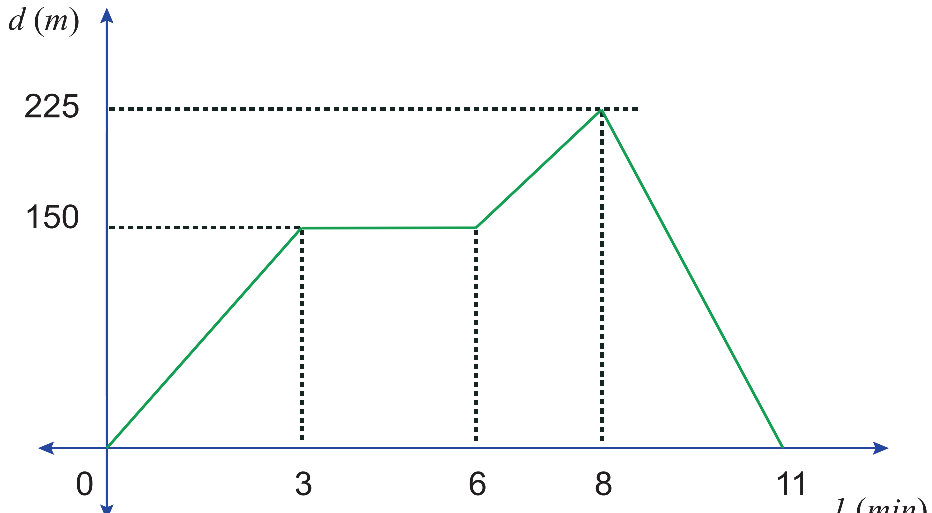


Figura 1.11

Solución

Leamos detenidamente la situación que se nos plantea y deduzcamos las magnitudes conocidas y aquellas que desconocemos. Recordemos respetar las ideas de nuestros compañeros y las del docente.

Análisis

a) La gráfica representa la posición $d = f(t)$ de Juliana. En el intervalo de tiempo de 0 a 3 min Juliana ha recorrido una distancia de $150\ m$ en $3\ min$ con MRU. En el intervalo de tiempo de 3 a $6\ s$, se detiene es decir no avanzó por $3\ min$, por lo que su velocidad es igual a cero, luego en el intervalo de tiempo de 6 a $8\ min$, continúa su viaje recorriendo una distancia de $75\ m$ en $2\ min$ con MRU y finalmente, en el intervalo de tiempo de 8 a $11\ min$ regresa a su casa recorriendo una distancia de $225\ m$ en $3\ min$ con MRU.

b) Para encontrar la distancia total tenemos los siguientes datos mostrados en la siguiente tabla.

c) Para encontrar el desplazamiento debemos tomar en cuenta el sentido del movimiento.

Datos	Ecuación	Solución
$\vec{d}_1 = 150\ m$ $\vec{d}_2 = 0\ m$ $\vec{d}_3 = 75\ m$ $\vec{d}_4 = 225\ m$	Para la distancia: $d_T = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$ Para el desplazamiento: $\vec{d}_T = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 + \vec{d}_4$	$d_T = 150\ m + 0 + 75\ m + 225\ m = 450\ m$ $\lvert \vec{d}_T \rvert = +\ 150\ m + 0 + 75\ m - 225\ m = 0\ m$ $\lvert \vec{d}_T \rvert = 0\ m$

Respuesta razonada:

a) La distancia total recorrida por Juliana es de $450\ m$

b) El desplazamiento total recorrido por Juliana es de $0\ m$, esto nos indica que ella regresó a su casa.

d) Encontremos la velocidad en cada intervalo de tiempo, usando la expresión:

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$$

Es necesario que las magnitudes estén en un mismo sistema de unidades, en este caso usaremos el sistema internacional. Convertimos el tiempo que está dado según la gráfica, en minutos debemos llevarlos a segundos. Recordemos que: $1\ min = 60\ s$.

Datos	Ecuación	Solución
$\vec{d}_1 = 150\ m$ $t_1 = 3\ min = 180\ s$ $\vec{d}_2 = 0\ m$ $t_2 = 3\ min = 180\ s$ $\vec{d}_3 = 75\ m$ $t_3 = 2\ min = 120\ s$ $\vec{d}_4 = 225\ m$ $t_4 = 3\ min = 180\ s$	$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$	Primer intervalo: $v_1 = \frac{150\ m}{180\ s} = 0{,}83\ m/s$ Segundo intervalo: $v_2 = 0$, pues Juliana permaneció detenida en $d = 150\ m$ durante $3\ min$. Tercer intervalo: $v_3 = \frac{75\ m}{120\ s} = 0{,}63\ m/s$ Cuarto Intervalo: $v_4 = \frac{-225\ m}{180\ s} = -1{,}25\ m/s$ El signo negativo nos indica que Juliana regresó a su punto de origen.

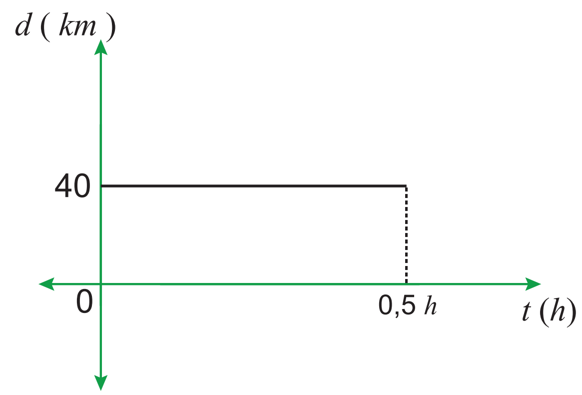
- En el primer intervalo, Juliana se desplaza con una velocidad constante de $0,83\ m/s$ durante tres minutos.
- En el segundo intervalo, su $v = 0$, es decir no avanzó durante tres minutos.
- En el tercer intervalo, Juliana se desplaza con una velocidad constante de $0,83\ m/s$ durante tres minutos.
- En el cuarto intervalo, Juliana se desplaza con una velocidad constante de $-1,25\ m/s$ durante tres minutos lo cual nos indica que ella regresó a su casa que es el punto de origen.

Actividades de Profundización y de Evaluación

I. Analicemos y contestemos individualmente las siguientes preguntas.

1. ¿Qué representa la inclinación de una gráfica de $d = f(t)$?

2. En la siguiente gráfica ¿Qué podemos deducir de la velocidad?



3. En una competencia de carreras Juan tomó los siguientes valores mostradas en la tabla logrado por Isaías mientras corría. a) Construye la gráfica de $d = f(t)$ a partir de los valores dado b) ¿Con qué velocidad se movió Isaías?

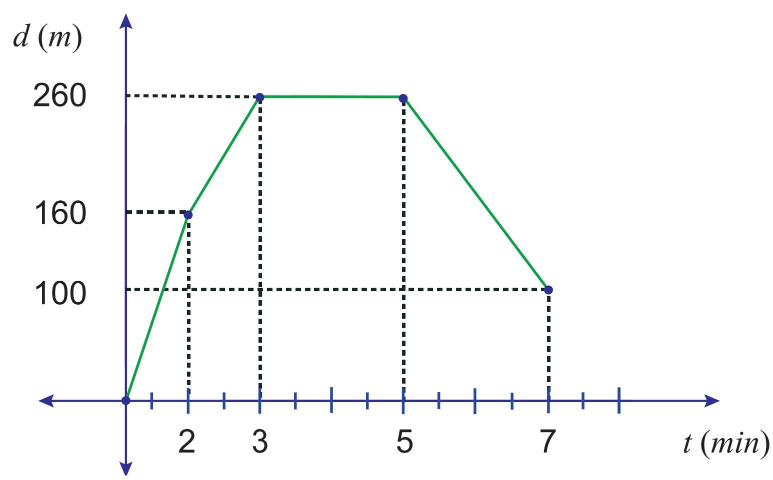
$d\ (m)$	$t\ (s)$
0	0
60	2
120	4
180	6
240	8

4. ¿Qué tiempo en segundos necesita un ciclista para recorrer un tramo recto de $5\ km$ si lleva una rapidez de $10\ km/h$?

5. a) Ayúdale a Jersson a describir el movimiento que realiza en moto con su prima Margarita, representado en la figura.

b) Calcula la velocidad en cada intervalo de tiempo. ¿Qué tipo de movimiento realiza Jersson con su prima Margarita en cada tramo?

c) ¿Cuál fue la distancia total y el desplazamiento total recorrido por Jersson?



6. Has un breve resumen sobre el Movimiento Rectilíneo Uniforme teniendo en cuenta:

Concepto	Características	Ecuaciones	Gráficas	
			$d = f(t)$	$v = f(t)$

7. Un automóvil se desplaza con una velocidad de $30\ m/s$, con Movimiento Rectilíneo Uniforme. Calcule la distancia que recorrerá en $12\ s$.

8. Los dos automóviles parten desde un mismo punto, con movimiento rectilíneo uniforme. El móvil A se desplaza hacia el norte a $90\ km/\ h$ y el móvil B, hacia el sur a $80\ km/\ h$. Calcular la distancia que los separa al cabo de $2\ horas$.

9. Dos automóviles distan entre sí $500\ km$ y arrancan al mismo tiempo en sentido contrario. Uno arranca del punto A y marcha a $80\ km/h$ y el otro de B a $120\ km/h$. Determine en que punto se interceptan.

1.2. El Movimiento Rectilíneo Variado (MRV).

- **Características**

Actividades de Reflexión

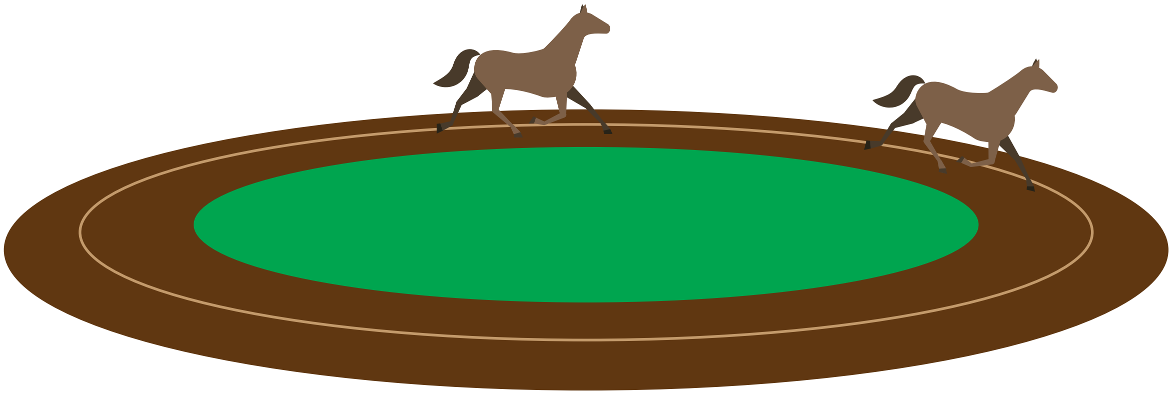
Analicemos y luego emitamos nuestras ideas alrededor de las siguientes preguntas.

1. En los siguientes casos ¿Dónde existe aceleración? Explica

a) Un carro se mueve en línea recta hacia el Norte a una velocidad de *120 km/h.*

b) Ernestina se mueve en línea recta en su bicicleta a *40 m/s* y luego a *30 m/s*.

c) El caballo se mueve en una trayectoria circular a una velocidad de *80 m/s,* tal como se muestra en la figura.



Hasta aquí hemos realizado el análisis de cuerpos que se desplazan con MRU, es decir cuerpos que en su movimiento describen una trayectoria rectilínea y se desplazan con velocidad constante.

En la vida diaria podemos observar movimientos rectilíneos en donde la velocidad del móvil varía constantemente, es decir; existe un cambio ya sea en el módulo del vector velocidad o en la dirección y sentido de dicho vector. Esto nos indica que una magnitud a tener en cuenta en el movimiento de los cuerpos es la aceleración que experimentan dichos cuerpos.

Pero… ¿Qué es la aceleración?

La figura 1.12 representa a un trabajador montado en su caballo que corre con una velocidad inicial de *10 m/s* desde la hacienda “El Paraisito” hacia su casa aumentando poco a poco su velocidad hasta alcanzar una velocidad de *25 m/s* en *10 s*. En este ejemplo podemos apreciar que el módulo del vector velocidad ha variado, pero no así su dirección y sentido ya que estos permanecen constante.

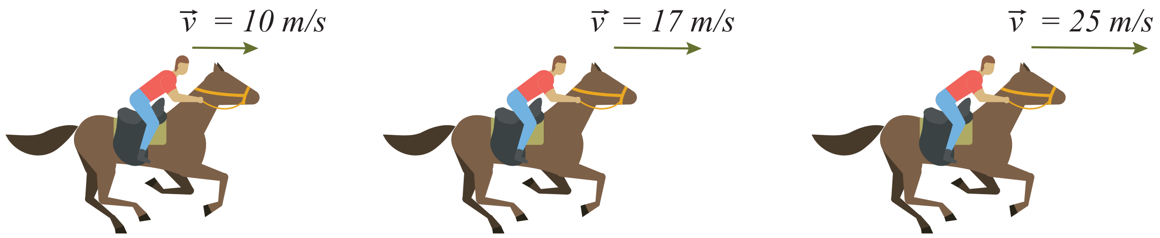


Figura 1.12
Aceleración de un cuerpo debido al cambio del módulo velocidad.

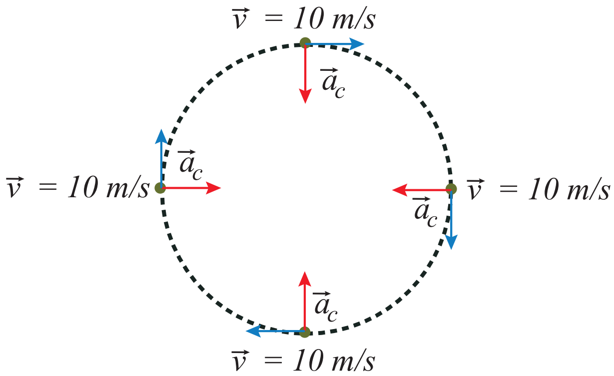


Figura 1.13; Aceleración de un cuerpo debido al cambio de la velocidad.

Ahora observemos las figuras 1.13 y 1.14 y pongamos nuestra atención en el vector velocidad.

En el caso de la figura 1.13, notamos que el módulo del vector velocidad permanece constante, no así su dirección y sentido que cambia constantemente dando lugar a una aceleración que luego estudiaremos en la segunda unidad.

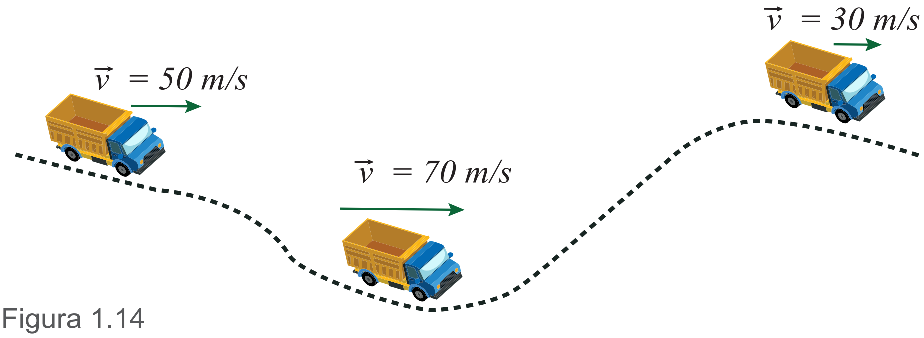


Figura 1.14
Aceleración de un cuerpo debido al cambio del módulo dirección y sentido del vector velocidad.

En la figura 1.14, en donde el camión baja y sube una cuesta, apreciamos que no solamente varía el módulo de la velocidad sino que también varía su dirección y sentido. Es decir que el tamaño de los vectores que corresponden a la velocidad varían, en la parte baja de la trayectoria la velocidad del camión aumenta y luego disminuye en la parte alta.

De las observaciones y análisis de los ejemplos anteriores podemos afirmar que existe una aceleración cuando:

a) Hay un cambio de magnitud en la velocidad pero no en la dirección (en el caso de la figura 1.12).
b) Cuando hay un cambio en la dirección y sentido de la velocidad pero no de la magnitud (en el caso de la figura 1.13).
c) Cuando hay un cambio tanto en la dirección y magnitud de la velocidad (en el caso de la figura 1.14).

La diferencia que existe entre la aceleración y la velocidad, es que la aceleración describe cómo cambia la velocidad con respecto al tiempo y la velocidad describe el cambio de la posición de una partícula con respecto al tiempo.

En conclusión

La aceleración

Es una magnitud vectorial que representa el cambio de la velocidad de una partícula puntual o móvil en el tiempo con respecto a un sistema físico de referencia en el tiempo. Este cambio puede ser en su módulo, en su dirección y sentido.

- Sus unidades en el S.I. m/s^2
- La expresión matemática es: $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ ó $a = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$

Movimiento Rectilíneo Variado

En la experiencia diaria, observamos diferentes movimientos y en la mayoría de ellos los cambios de velocidad que experimentan los cuerpos no ocurren con igual rapidez; es decir que la aceleración en ellos no permanece constante. Por ejemplo, cuando viajamos de Managua a Jinotega, notamos que los movimientos del bus no son iguales, porque hay tramos en que el bus avanza más rápidamente o más lentamente hasta llegar al reposo, porque se acerca a un semáforo, o porque se acerca a una parada a bajar o a montar pasajero, etc. Como podemos apreciar, el bus durante su recorrido no mantuvo constante su velocidad, pues éste, la varió de un ínstante de tiempo a otro, es decir, que durante su recorrido en unos momentos aumentó su velocidad y en otros la disminuyó.

Movimiento Rectilíneo Variado:

Es aquel movimiento en donde una partícula puntual o móvil describe una trayectoria rectilínea y el módulo de su velocidad no permanece constante con respecto al tiempo de un sistema físico de referencia. Es decir el módulo de la velocidad varía con respecto al tiempo, no así su dirección y sentido.

Al igual que hablamos de la velocidad promedio e instantánea también es necesario definir la aceleración promedio y la aceleración instantánea.

Aceleración media:

Es el cambio de velocidad divida entre el tiempo en que ocurrió dicho cambio. La ecuación de la aceleración media es:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad \text{ó} \quad a_m = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$$

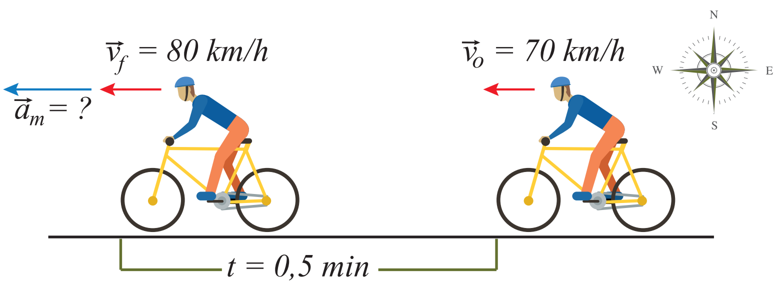
Aceleración Instantánea:

Está referida a la aceleración que experimenta un cuerpo en un instante pequeño de tiempo.

Actividades de reforzamiento

Individualmente examinemos los siguientes ejemplos

Juan va en su bicicleta y se desplaza de este a oeste sobre un trayecto recto el cual inicialmente lleva una velocidad de $70\ km/h$ y luego en $0{,}5\ min$ alcanza una velocidad de $80\ km/h$. ¿Qué aceleración promedio experimentó Juan?



Solución

Leamos detenidamente la situación que se nos plantea, elaboremos un esquema o gráfico de ello y deduzcamos las magnitudes que se conocen y la que debemos encontrar.

Recordemos que las magnitudes deben de estar en un mismo sistema de unidades.

Empecemos por transformar las unidades de la velocidad de km/h a m/s

$$70\ km/h \left(\frac{1000\ m}{1\ km}\right)\left(\frac{1h}{3600\ s}\right) = 19{,}44\ m/s$$

$$80\ km/h \left(\frac{1000\ m}{1\ km}\right)\left(\frac{1h}{3600\ s}\right) = 22{,}22\ m/s$$

Ahora convirtamos los minutos a segundos $(0{,}5\ min)\ \dfrac{60\ s}{1\ min} = 30\ s$

De la lectura se desprenden los siguientes datos presentados a continuación:

Datos	Ecuación	Solución
$\vec{v}_o = 70\ km/h\ = 19{,}44\ m/s$ $\vec{v}_f = 80\ km/h\ = 22{,}22\ m/s$ $t_o = 0$ $t_f = 0{,}5\ min = 30\ s$ $\vec{a}_m = ?$	$\vec{a}_m = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$	$a_m = \dfrac{22{,}22\ m/s - 19{,}44\ m/s}{30\ s - 0\ s}$ $a_m = 0{,}1\ m/s^2$

Respuesta razonada:

La aceleración con se desplaza Juan en su bicicleta de este a oeste es de $0{,}1\ m/s^2$

Pero, ¿Cuál es el significado físico de que Juan en su bicicleta se desplace con una aceleración de $0{,}1\ m/s^2$?

La aceleración igual a $0{,}1\ m/s^2$ nos indica que la velocidad de Juan en su bicicleta varió $0{,}1\ m/s$ en cada un segundo.

Actividades de Profundización y de Evaluación

I. En pareja analicemos y resolvamos los siguientes ejercicios. Recuerde respetar las ideas de tus compañeros de clase

Calcula la aceleración media de un móvil que pasa de una velocidad de $80\ km/h$ a una de $120\ km/h$ en $8\ s$.

Un automóvil pasa por el punto A de su trayectoria con una velocidad de $60\ km/h$ y $10\ s$ después pasa por el punto B con una velocidad de $90\ km/h$. determine la aceleración media del automóvil.

1.3. El Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV), Acelerado y Retardado.

• Características, ecuaciones y gráficas.

Actividades de Reflexión

En grupos analicemos y luego emitamos nuestras ideas alrededor de las siguientes preguntas.

1. Si un cuerpo mantiene la dirección de su movimiento pero aumenta la velocidad ¿Podríamos asegurar que existe alguna aceleración? ¿Por qué?

2. ¿Maribel corre cierta distancia en línea recta durante media hora y en ese lapso de tiempo ha variado el módulo de su velocidad varias veces?¿Qué tipo de movimiento describe Maribel?¿Se mantiene constante la dirección del movimiento?¿Mantiene constante su aceleración? Explica.

• Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado; Acelerado y Retardado

En la sección anterior analizamos el movimiento rectilíneo variado en donde la aceleración puede o no mantenerse constante. Ahora estudiaremos el caso del cuerpo que se mueve en línea recta y con aceleración constante.

Un balón que cae, un carro sobre una carretera recta horizontal que varía uniformemente su velocidad, son ejemplos del MRUV.

Ahora examinemos la siguiente situación.

Roberto parte del reposo y avanza en su caballo en línea recta hasta alcanzar una velocidad de $9\ m/s$ en un tiempo de $9\ s$, tal como se muestra en la figura 1.16. ¿Cómo son las variaciones de la velocidad y de tiempo? ¿Con qué aceleración se desplaza Roberto en su caballo? ¿Qué tipo de movimiento describe Roberto en su caballo?

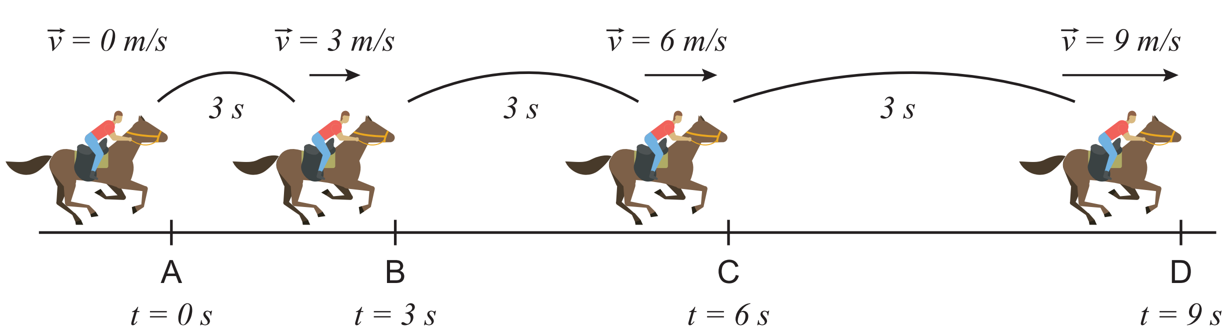


Figura 1.16

Para determinar las variaciones de la velocidad y del tiempo completemos las siguientes tablas:

Tramo	$\vec{v}_o$ (m/s)	$\vec{v}_f$ (m/s)	$\Delta\vec{v} = \vec{v}_o - \vec{v}_f$ (m/s)
$\overline{AB}$			
$\overline{BC}$			
$\overline{CD}$			

Tramo	t_o (s)	t_f (s)	$\Delta t = t_o - t_f$ (s)
$\overline{AB}$			
$\overline{BC}$			
$\overline{CD}$			

Además, al observar detenidamente la figura 1.16, podemos deducir:

a) La trayectoria que describe Roberto montando en su caballo es rectilínea.

b) Las variaciones de la velocidad que experimenta Roberto en su caballo en cada uno de los tramos son constantes.

c) Las variaciones de tiempo que emplea Roberto en su caballo para recorrer cada uno de los tramos es constante.

d) La velocidad con que inicia el movimiento en cada uno de los tramos siempre es menor que la velocidad con que la finaliza ($v_o < v_f$)

e) La velocidad con que viaja Roberto en su caballo aumenta uniformemente.

f) La distancia recorrida por Roberto en su caballo en cada uno de los tramos es diferente.

Pero ¿Cómo es la aceleración con que se desplaza Roberto en su caballo en cada uno de los tramos?

Tramo	$\vec{v}_o$ (m/s)	$\vec{v}_f$ (m/s)	$\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$ (m/s^2)
$\overline{AB}$			
$\overline{BC}$			
$\overline{CD}$			

Para calcular la aceleración con que se desplaza Roberto en su caballo en cada uno de los tramos completemos el siguiente cuadro y calculemos su valor.

En el tramo AB	$\lvert \vec{a} \rvert = \dfrac{3\ m/s\ -\ 0\ m/s}{3\ s\ -\ 0\ s} = 1\ m/s^2$
En el tramo BC	$\lvert \vec{a} \rvert = \dfrac{6\ m/s\ -\ 3\ m/s}{6\ s\ -\ 3\ s} = 1\ m/s^2$
En el tramo CD	$\lvert \vec{a} \rvert = \dfrac{9\ m/s\ -\ 6\ m/s}{9\ s\ -\ 6\ s} = 1\ m/s^2$

Según nuestros resultados podemos confirmar lo que hemos aseverado anteriormente, que la aceleración permanece constante, siendo la aceleración igual a $1\ m/s^2$ durante todo el movimiento, por lo que podemos concluir:

a) La velocidad varía uniformemente con respecto al tiempo, es decir su aceleración permanece constante pues tiene el mimo valor en todo su recorrido.
b) Las distancias recorridas en cada uno de los tramos son diferentes.

Ahora definamos cuando un cuerpo se mueve con MRUV

MRUV:

Una partícula puntual o móvil describe un movimiento rectilíneo uniformemente variado cuando su trayectoria es una línea recta y su velocidad experimenta cambios líneas, uniformes o constantes respecto al tiempo de un sistema físico de referencia. Los cambios lineales en la velocidad aumentan o disminuyen uniformemente respecto al tiempo.

Del ejemplo anterior podemos notar que el módulo de la velocidad aumentó uniformemente respecto al tiempo, a este tipo de movimiento se le denomina Movimiento Rectilíneo uniformemente Acelerado (MRUA). En el caso de que el módulo de la velocidad hubiese disminuido uniformemente con respecto al tiempo se trataría de un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Retardado (MRUR). Un ejemplo de ello sería cuando un vehículo frena.

Características del MRUV:

- La trayectoria que describe es rectilínea.

- La aceleración permanece constante, es decir su velocidad aumenta o disminuye uniformemente con respecto al tiempo.

- Cuando la aceleración, la velocidad y el desplazamiento tienen el mismo sentido, su aceleración es positiva ($+\vec{a}$) dado que $v_o < v_f$, en este caso el movimiento es acelerado. En cambio, si la aceleración tienen sentido contrario a la velocidad y al desplazamiento, su aceleración es negativa ($-\vec{a}$) dado que la $\vec{v}_o > \vec{v}_f$, en este caso el movimiento es retardado o desacelerado, por ejemplo cuando un vehículo frena hasta detenerse.

Las ecuaciones que definen este movimiento son:

Ecuaciones del MRUV	
$\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$	$\vec{d} = \vec{v}_o\, t + ½\, \vec{a} t^2$
$\vec{v}_f = \vec{v}_o + \vec{a}\, t$	$\vec{v}_f^2 = \vec{v}_o^{\,2} + 2\, \vec{a}\, \vec{d}$

Gráficas del MRUV

a) Gráfico de la velocidad en función del tiempo $[v = f\,(t)]$

Recordemos que las gráficas son importantes porque nos facilita la comprensión de los fenómenos observados.

Para construir la gráfica de la velocidad en función del tiempo para un cuerpo que se desplaza con MRUV, debemos tener en cuenta las recomendaciones dadas para el caso de las gráficas del MRU.

Vamos a examinar el siguiente ejemplo.

Pedro, en su camión que lleva víveres a una comunidad que fue afectada por las lluvias se desplaza en línea recta con movimiento uniformemente variado. Su primo quien lo acompaña, observa el velocímetro que posee el camión y cuando marca $40\ km/h$, él empieza a tomar el tiempo con el cronómetro de su celular y cada $20\ s$ observa la velocidad que marca el velocímetro, obteniendo los datos que se muestran en la tabla siguiente:

$v\ (km/h)$	40	60	80	100	120
$t\ (s)$	0	20	40	60	80

Seleccionemos nuestra escala:

- Para el eje vertical, a $2\ cm$ le corresponde $40\ m/s$; es decir: $2\ cm{:}\ 40\ m/s$
- Para el eje horizontal, a $2\ cm$ le corresponde $20\ s$, es decir: $2\ cm{:}\ 20\ s$

Ahora dispongámonos a construir nuestro gráfico de velocidad en función del tiempo (vea figura 1.17) a partir de los datos de la tabla.

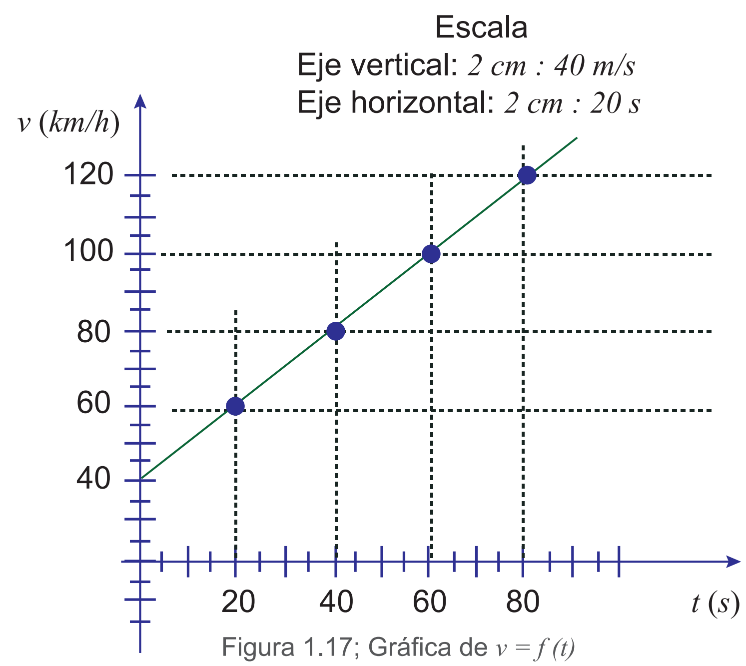


Figura 1.17; Gráfica de $v = f(t)$

Observemos que el gráfico resultante de $v = f(t)$ es una línea recta inclinada respecto al eje del tiempo que se corta en el eje vertical en $v_o = 40\ m/s$

¿Qué información podemos obtener a partir de este gráfico?

La información que nos brinda un gráfico de **VELOCIDAD – TIEMPO** es la siguiente:

- La gráfica obtenida es una recta inclinada con respecto al eje del tiempo.
- La velocidad con que inicia el movimiento el móvil ($\vec{v}_o$). En este caso el valor de la velocidad inicial del camión es de *40 km/h*.
- La velocidad que adquiere el móvil en cada instante de tiempo. Por ejemplo, a los *60 s*, su velocidad es de *100 km/s.*
- Cómo es la velocidad inicial del móvil en comparación con la velocidad final que éste adquiere (si la $\vec{v}_f > \vec{v}_o$; $\vec{v}_f < \vec{v}_o$ ó $\vec{v}_f = \vec{v}_o$)
- Que las variaciones de la velocidad que experimenta el móvil durante su recorrido permanece constante ($\Delta\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_o = cte$). En nuestro ejemplo, las variaciones de la velocidad es siempre de *20 km/h*, lo que podemos verificar al observar el cuadro.

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_o = cte$$

$$\Delta\vec{v} = 60\ km/h - 40\ km/h = 20\ km/h$$

$$\Delta\vec{v} = 80\ km/h - 60\ km/h = 20\ km/h$$

$$\Delta\vec{v} = 100\ km/h - 80\ km/h = 20\ km/h$$

$$\Delta\vec{v} = 120\ km/h - 100\ km/h = 20\ km/h$$

- Que las variaciones de la velocidad que experimenta un móvil son proporcionales al tiempo ($\Delta\vec{v}\ \alpha\ t$).

- Que la velocidad del móvil varía uniformemente con respecto al tiempo, es decir, que la magnitud de su aceleración permanece constante.

- Nos permite calcular la aceleración del móvil en cualquier intervalo de tiempo.

- Podemos calcular la distancia recorrida del móvil a partir del área bajo la curva, durante el tiempo que duró la observación del movimiento. En nuestro ejemplo tenemos en la figura 1.18 la gráfica de la velocidad en función del tiempo. El área total (A_T) bajo la curva está formada por el área 1 (A_1) que corresponde al área de un rectángulo y el área 2 (A_2) que corresponde al área de un triángulo.

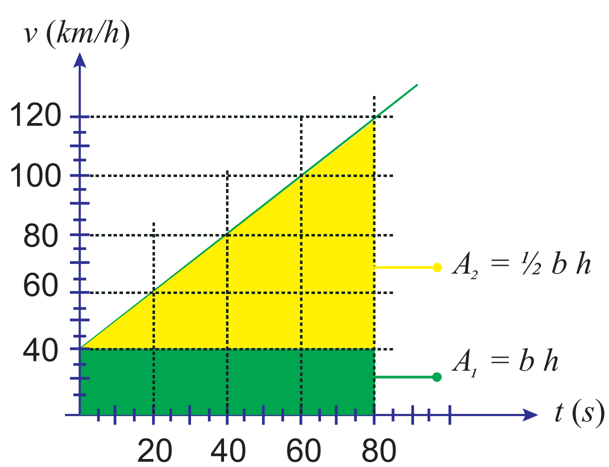


Figura 1.18; El área total bajo la curva representa la distancia recorridad por el móvil.

En nuestro ejemplo, para calcular la distancia recorrida a partir de la gráfica de $v = f(t)$, debemos tener presente que en la gráfica se tiene un rectángulo y un triángulo, además que la base es el tiempo (t) y la altura es la velocidad (v).

Por lo que, la distancia total se puede calcular a través de la siguiente la ecuación:

$d_T = A_T = A_1 + A_2$ (Ec. 1)

Sí; $A_1 = v_o\, t$ y $A_2 = \frac{1}{2}\,(v_f - v_o)\, t$

Que al sustituir en la Ec. 1, nos resulta: $d = A_T = v_o\, t + \frac{1}{2}\,(v_f - v_o)\, t$

Utilizando la expresión anterior, podemos determinar la distancia total recorrida por Pedro en nuestro ejemplo.

Datos	Ecuación	Solución
$\vec{v}_o = 40\ km/h = 11{,}11\ m/s$ $\vec{v}_f = 120\ km/h = 33{,}33\ m/s$ $t = 80\ s$ $\vec{d} = ?$	$\vec{d} = \vec{v}_o\, t + \frac{1}{2}\,(\vec{v}_f - \vec{v}_o)\, t$	$d = (11{,}11\ m/s)\,(80\ s) + \frac{1}{2}\,(33{,}33\ m/s - 11{,}11\ m/s)\,(80\ s)$ $d = 1784{,}8\ m = 1{,}7848\ km$

Respuesta razonada:

Pedro recorrió una distancia de $1{,}78\ km$ en $80\ s$.

Gráfico de aceleración en función del tiempo $[a = f(t)]$

Sabemos que en un MRUV la aceleración permanece constante. Para elaborar el gráfico de $a = f(t)$, vamos a calcular la aceleración en cada intervalo de tiempo correspondiente al ejemplo anterior y corroborar que siempre tiene el mismo valor. Los datos están contemplados en la tabla siguiente.

$v\ (km/h)$	40	60	80	100	120
$t\ (s)$	0	20	40	60	80

Para calcular el valor de aceleración en los distintos intervalos de tiempo utilicemos la siguiente ecuación:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$$

Datos	Ecuación	Solución
$t_o = 0$ $t_f = 20\ s$ $\vec{v}_o = 40\ km/h = 11{,}11\ m/s$ $\vec{v}_f = 60\ km/h = 16{,}66\ m/s$ $\vec{a} = ?$	$\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$	$a = \dfrac{16{,}66\ m/s - 11{,}11\ m/s}{20\ s - 0\ s}$ $a = 0{,}28\ m/s^2$
$t_o = 20\ s$ $t_f = 40\ s$ $\vec{v}_o = 60\ km/h = 16{,}66\ m/s$ $\vec{v}_f = 80\ km/h = 22{,}22\ m/s$ $\vec{a} = ?$	$\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$	$a = \dfrac{22{,}22\ m/s - 16{,}66\ m/s}{40\ s - 20\ s}$ $a = 0{,}28\ m/s^2$
$t_o = 40\ s$ $t_f = 60\ s$ $\vec{v}_o = 80\ km/h = 22{,}22\ m/s$ $\vec{v}_f = 100\ km/h = 27{,}77\ m/s$ $\vec{a} = ?$	$\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$	$a = \dfrac{27{,}77\ m/s - 22{,}22\ m/s}{60\ s - 40\ s}$ $a = 0{,}28\ m/s^2$
$t_o = 60\ s$ $t_f = 80\ s$ $\vec{v}_o = 100\ km/h = 27{,}77\ m/s$ $\vec{v}_f = 120\ km/h = 33{,}33\ m/s$ $\vec{a} = ?$	$\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$	$a = \dfrac{33{,}33\ m/s - 27{,}77\ m/s}{80\ s - 60\ s}$ $a = 0{,}28\ m/s^2$

Respuesta razonada:

La aceleración del desplazamiento de Pedro en su camión fue siempre de $0{,}28\ m/s^2$. Este resultado nos indica que la velocidad varió $0{,}28\ m/s$ en cada un segundo.

Grafiquemos la aceleración en función del tiempo respetando las sugerencias dadas anteriormente para la elaboración de los gráficos.

Seleccionemos nuestra escala:

- Para el eje vertical: a $4cm$ le corresponde $0,28\ m/s^2$, así; $4\ cm$: $0,28\ m/s^2$
- Para el eje horizontal a $2\ cm$ le corresponde 20 s, así; $2\ cm: 20\ s$

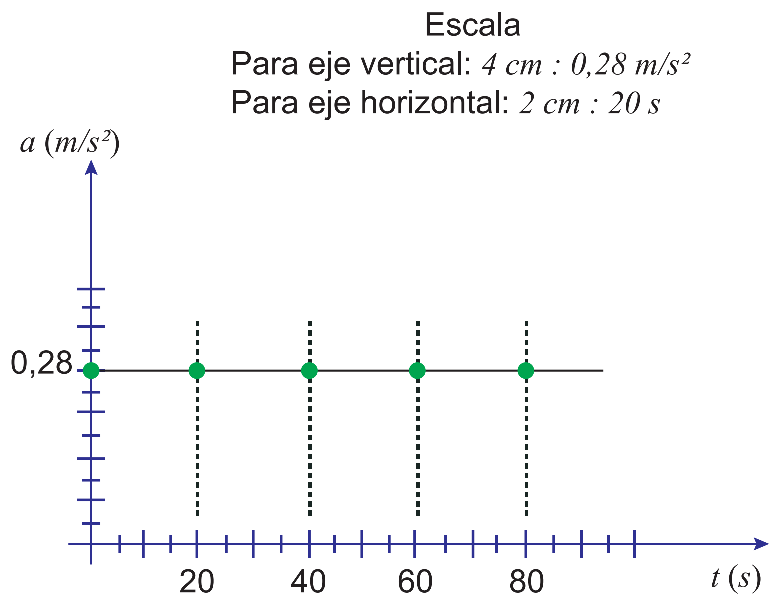


Figura 1.19; Gráfica de $a = f(t)$

¿Qué información podemos extraer del gráfico resultante de $a = f(t)$?

- El gráfico es una línea recta paralela al eje del tiempo.
- La aceleración es constante en cualquier intervalo de tiempo.
- El tipo de movimiento es uniformemente variado, que en especial es un Movimiento Uniformemente Acelerado dado que $\vec{v}_o < \vec{v}_f$.

Recordemos que en el movimiento rectilíneo uniformemente variado la aceleración permanece constante debido a que la velocidad varía uniformemente con respecto al tiempo. Existen dos tipos de MRUV que dependen de los valores de la velocidad inicial y de la velocidad final, estos son:

- Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA): si el módulo de la velocidad inicial es menor que el módulo de la velocidad final ($\vec{v}_o < \vec{v}_f$).
- Movimiento Rectilíneo Uniformemente Retardado (MRUR): si el módulo de la velocidad inicial es mayor que el módulo de la velocidad final ($\vec{v}_o > \vec{v}_f$).

Actividades de Profundización y de Evaluación

En equipo examinemos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1

Un camión cargado de leña que se desplaza con MRUV se aproxima a una pulpería con una velocidad de $20\ m/s$ hacia el norte. Calcule la aceleración si se detiene a los $2{,}0\ s$.

Solución

Leamos detenidamente la situación que se nos plantea y analicemos que tipo de movimiento describe el camión y extraigamos los datos.

De la lectura podemos afirmar que el camión se mueve con aceleración constante y que describe una trayectoria rectilínea. Además nos proporciona los siguientes datos mostrados en la siguiente tabla.

Datos	Ecuación	Solución
$t_o = 2\ s$	$\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$	$a = \dfrac{0 - 20\ m/s}{2\ s - 0\ s}$
$t_f = 0\ s$		$a = -10\ m/s^2$
$\vec{v}_o = 20\ m/s$		
$\vec{v}_f = 0\ m/s$		
$\vec{a} = ?$		

Respuesta razonada:

La aceleración con que se desplaza el camión es de $-10\ m/s^2$, esto significa, que la velocidad disminuye $10\ m/s$ en cada $1\ s$. El signo negativo nos indica que el sentido de la aceleración es contrario al de la velocidad y al desplazamiento del camión. Además de los resultados se pude plantear que la $v_o > v_f$ por lo que el movimiento en especial es un MRUR.

Ejemplo 2

Noel va al instituto “Emmanuel Mongalo” en mototaxi en la dirección oeste – este, una vez que parte del reposo acelera a $8\ m/s^2$, en una calle recta.

a) ¿Qué velocidad llevaba Noel a los $5\ s$?

b) ¿Qué distancia recorre a los *15 s*?

Solución

Leamos detenidamente la situación que se nos plantea, elaboremos un gráfico de ello y analicemos que tipo de movimiento describe Noel y extraigamos los datos.

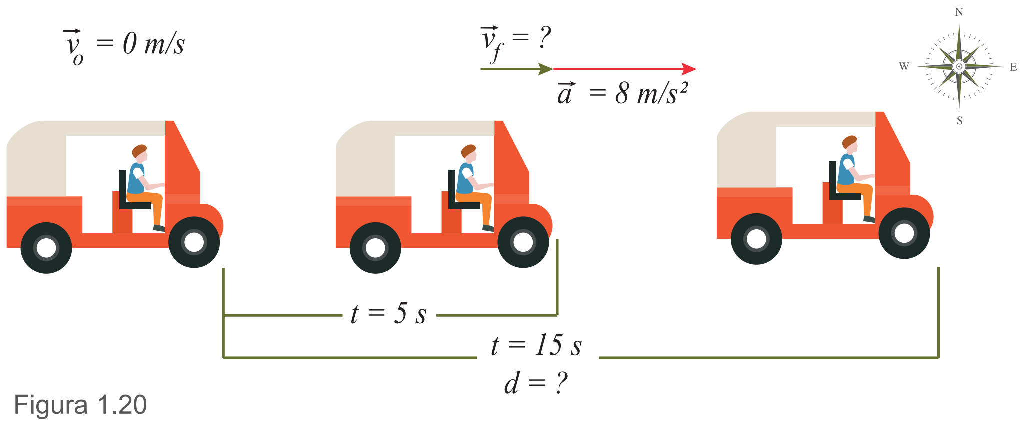


Figura 1.20

De la lectura podemos afirmar que Noel en la mototaxi se desplaza con un MRUV dado que la aceleración durante su recorrido permanece constante por lo que podemos asegurar que en especial este movimientos es un MRUA ya que la $\vec{v}_o < \vec{v}_f$.

En la figura 1.20 indicamos la dirección y sentido de los vectores de velocidad y aceleración.

El ejercicio, nos proporcionan los siguientes datos mostrados en la tabla.

Datos	Ecuación	Solución
$\vec{v}_o = 0\ m/s$ $\vec{a} = 8\ m/s^2$ $t = 5\ s$ $\vec{v}_f = ?$	a) $\vec{v}_f = \vec{v}_o + \vec{a}\ t$ b) $\vec{d} = \cancel{\vec{v}_o}t + \frac{1}{2}\,\vec{a}\ t^2$ $\vec{d} = \frac{1}{2}\,\vec{a}\ t^2$	a) $v_f = 0 + (8\ m/s^2)\ (5\ s)$ $v_f = 40\ m/s$ b) $d = \frac{1}{2}\ (8\ m/s^2)\ (15\ s)^2 = 900\ m$ $d = 900\ m$

Respuesta razonada:

Noel al desplazarse en la mototaxi alcanzó una velocidad de *40 m/s* a los *5 s* y recorrió una distancia de *900 m* a los *15 s*. Su aceleración permaneció constante durante ese intervalo de tiempo.

Ejemplo 3

1. Describe a partir del siguiente gráfico (Figura 1.21), el tipo de movimiento que realiza tu amigo José quien se desplazaba en una moto taxi sobre una trayectoria rectilínea.

2. Determine la aceleración que posee el móvil en cada uno de los tramos.

3. Elabore el gráfico de la aceleración en función del tiempo [$a = f(t)$].

4. Determine el desplazamiento total recorrido.

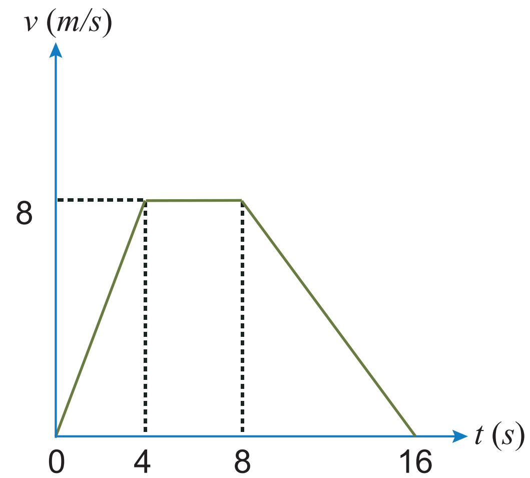


Figura 1.21

Solución

Observemos detenidamente el gráfico y reflexionemos sobre los datos suministrados por él. Podemos notar que se trata del gráfico $v = f(t)$

1. Analizando el movimiento descrito en cada intervalo de tiempo:

Intervalo de tiempo	Análisis del Movimiento
0 a $4\ s$	José en la moto taxi parte del reposo y aumenta uniformemente su velocidad respecto al tiempo, hasta $8\ m/s$. El movimiento descrito en ese intervalo es un MRUA, dado que la $\vec{v}_o < \vec{v}_f$.
$4\ s$ a $8\ s$	Mantuvo su velocidad constante en $8\ m/s$ durante $4\ s$ describiendo un MRU, dado que la $\vec{v}_o = \vec{v}_f$.
$8\ s$ a $16\ s$	José disminuye uniformemente su velocidad de $8\ m/s$ hasta 0. En este caso se trata de un MRUR, dado que la $\vec{v}_o > \vec{v}_f$.

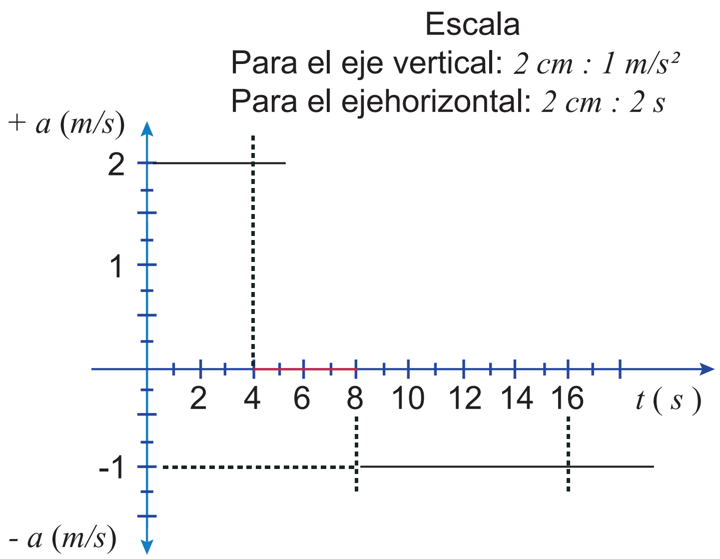
2. Determinando la aceleración en cada uno de los tramos

Intervalo de tiempo	Datos	Ecuación	Solución
0 a $4\ s$	$\vec{v}_0 = 0\ m/s$ $\vec{v}_f = 8\ m/s$ $t_0 = 0\ s$ $t_f = 4\ s$ $t_T = 4\ s - 0\ s = 4\ s$ $\vec{a} = ?$	$\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t}$	$a = \dfrac{8\ m/s - 0\ m/s}{4\ s}$ $a = 2\ m/s^2$

Intervalo de tiempo	Datos	Ecuación	Solución
$4\,s$ a $8\,s$	$\vec{v}_0 = 8\ m/s$ $\vec{v}_f = 8\ m/s$ $t_0 = 4\ s$ $t_f = 8\ s$ $t_T = 8\ s - 4\ s = 4\ s$ $\vec{a} = ?$	$\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t}$	$a = \dfrac{8\ m/s - 8\ m/s}{4\ s}$ $a = 0\ m/s^2$

Intervalo de tiempo	Datos	Ecuación	Solución
$8\,s$ a $16\,s$	$\vec{v}_0 = 8\ m/s$ $\vec{v}_f = 0\ m/s$ $t_0 = 8\ s$ $t_f = 16\ s$ $t_T = 16\ s - 8\ s = 8\ s$ $\vec{a} = ?$	$\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t}$	$a = \dfrac{0\ m/s - 8\ m/s}{8\,s}$ $a = -\ 1\ m/s^2$

3. Elaborando el gráfico de la aceleración en función del tiempo $[a = f(t)]$



4. Determinando el desplazamiento total recorrido por el móvil

Intervalo de tiempo	Datos	Ecuación	Solución
0 a $4\ s$	$\vec{v}_0 = 0\ m/s$ $t_0 = 0\ s$ $t_f = 4\ s$ $t_T = 4\ s - 0\ s = 4s$ $\vec{a} = 2\ m/s^2$ $\vec{d}_1 = ?$	$\vec{d}_1 = \vec{v}_0\, t + ½\, \vec{a}\, t^2$	$d_1 = (0\ m/s)\ (4\ s) + (½)\ (2\ m/s^2)\ (4\ s)^2$ $d_1 = 0\ m + 16\ m$ $d_1 = 16\ m$

Intervalo de tiempo	Datos	Ecuación	Solución
$4\ s$ a $8\ s$	$\vec{v}_0 = v_f = 8\ m/s$ $t_0 = 4\ s$ $t_f = 8\ s$ $t_T = 8\ s - 4\ s = 4\ s$ $\vec{d}_2 = ?$	$\vec{d}_2 = \vec{v}\ t$	$d_2 = (8\ m/s)\ (4\ s)$ $d_2 = 32\ m$

Intervalo de tiempo	Datos	Ecuación	Solución
$8\ s$ a $16\ s$	$\vec{v}_0 = 8\ m/s$ $t_0 = 8\ s$ $t_f = 16\ s$ $t_T = 16\ s - 8\ s = 8\ s$ $\vec{a} = -\ 1\ m/s^2$ $\vec{d}_1 = ?$	$\vec{d}_3 = \vec{v}_0\, t + ½\, \vec{a}\, t^2$	$d_3 = (8\ m/s)\ (8\ s) + (½)\ (-\ 1\ m/s^2)\ (8\ s)^2$ $d_3 = 64\ m\ -\ 32\ m$ $d_3 = 32\ m$

$\vec{d}_T = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3$

$\vec{d}_T = 16\ m + 32\ m + 32\ m = 80\ m$

De lo anterior en resumen podemos plantear:

Movimiento Rectilíneo Variado (MRV)

$\vec{a} = cte$

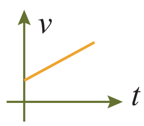
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

$+\,\vec{a} = cte$

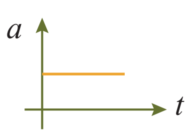
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA)

Características

- Trayectoria rectilínea.
- La velocidad final es mayor que la velocidad inicial ($\vec{v}_f > \vec{v}_o$).
- La aceleración del móvil durante todo su recorrido permanece constante, siendo su magnitud un valor positivo ($+\vec{a} = cte$).
- La gráfica de la velocidad en función del tiempo [$v = f\,(t)$] es una recta inclinada con respecto al tiempo.



- La gráfica de la aceleración en función del tiempo [$a = f\,(t)$] es una recta paralela al eje del tiempo, la cual se encuentra por debajo de este eje (al eje del tiempo).



- En este movimiento (MRUA) el desplazamiento, la velocidad y la aceleracion del móvil durante todo su recorrido se encuentra dirigidas en la misma dirección y sentido.

Ecuaciones

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t}$$

$$\vec{v}_f = \vec{v}_o + \vec{a}\,t$$

$$\vec{v}_f^{\,2} = \vec{v}_o^{\,2} + 2\,\vec{a}\,\vec{d}$$

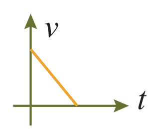
$$\vec{d} = \vec{v}_o\,t + \tfrac{1}{2}\,\vec{a}\,t^2$$

$-\,\vec{a} = cte$

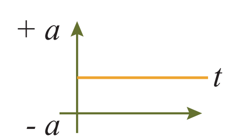
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Retardado (MRUR)

Características

- Trayectoria rectilínea.
- La velocidad final es menor que la velocidad inicial ($\vec{v}_f < \vec{v}_o$).
- La aceleración del móvil durante todo su recorrido permanece constante, siendo su magnitud un valor negativo ($-\vec{a} = cte$).
- La gráfica de la velocidad en función del tiempo [$v = f\,(t)$] es una recta inclinada con respecto al tiempo.



- La gráfica de la aceleración en función del tiempo [$a = f\,(t)$] es una recta paralela al eje del tiempo, la cual se encuentra por debajo de este eje (al eje del tiempo).



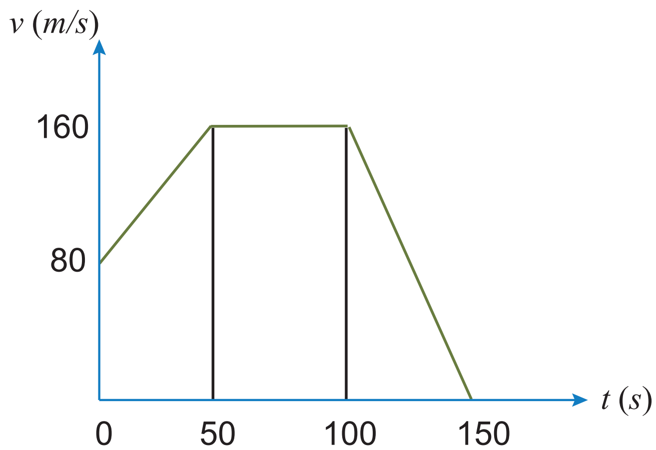
- En este movimiento (MRUR) la aceleración del móvil durante todo su recorrido se encuentra dirigida en sentido contrario al desplazamiento.

Actividades a realizar en pareja

1. Si Juan se desplaza con una velocidad inicial de $20\ m/s$, y adquiere una aceleración de $1{,}5\ m/s^2$ en un tiempo de $50\ s$. ¿Qué distancia ha recorrido?

2. La figura representa la velocidad con que se mueve una persona.

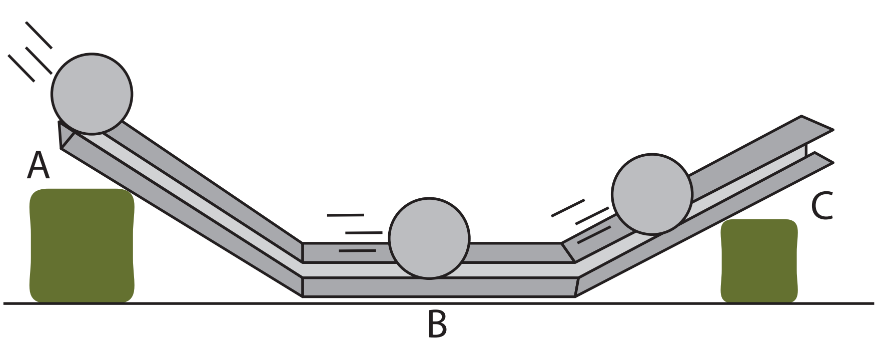
a) Describa el movimiento en cada intervalo de tiempo.
b) Calcule la distancia total recorrida.
c) Calcule la aceleración en cada intervalo de tiempo y elabore la grafica de $a = f(t)$.



4. Un bus parte del reposo con una aceleración constante de $20\ m/s^2$ constante. Responda:

a) ¿Qué velocidad tendrá después de $15\ s$?
b) ¿Qué distancia recorrió en esos $15\ s$?

5. En equipo realice la actividad experimental propuesta, para ello puede utilizar tres varillas acanaladas de un $1\ m$ de longitud, una esfera de vidrio y un cronómetro. No olvides exponer al plenario lo consensuado con el equipo con el propósito de unificar criterios.



- Deje rodar la esfera desde lo más alto del plano inclinado. Observe lo ocurrido y mida el tiempo que tarda la esfera en recorrer cada una de las varillas acanaladas. Realice como mínimo tres mediciones y anote su promedio.

Medición	Varilla A	Varilla B	Varilla C
1.			
2.			
3.			
Promedio			

Comentar y anotar en su cuaderno con buena letra y ortografía, lo referente a:

- La causa por la cual la esfera rueda por cada una de las varillas acanaladas. La trayectoria que describe la esfera al desplazarse por cada una de las varillas acanaladas.

- En donde la velocidad de la esfera durante su desplazamiento en cada una de las varillas acanaladas, es mayor o menor. La magnitud física que caracteriza la variación de la velocidad con respecto al tiempo. Si es constante o no.

- En donde el movimiento descrito por la esfera es acelerado o retardado.

Varilla A	Varilla B	Varilla C

- Determinar las características del movimiento de la esfera en cada una de las varillas.

Varilla A	Varilla B	Varilla C

1.4. Movimiento de Caída Libre de los cuerpos (MCL)

Ya hemos estudiado el MRUV pero si te fijas hemos hecho énfasis para el caso de los cuerpos que se mueven horizontalmente. El MRUV también ocurre en el eje vertical: cuando un cuerpo sube o cuando baja o cuando es lanzado verticalmente hacia arriba o hacia abajo.

Actividades de diagnóstico

Reflexionemos en torno a las siguientes situaciones, no olvidemos respetar las ideas de las y los demás compañeros y de nuestro docente.

1. Sebastián decide dejar caer un lapicero y una bola de papel desde una altura de $60\ cm$ y en el mismo instante, ¿Quién crees que caerá primero, el lapicero o la bola de papel?

2. ¿Cuál de las siguientes figuras A o B representa correctamente la posición de un mango que cae? fundamenta tu elección.

Caída Libre de los cuerpos (MCL)

En nuestra vida cotidianas vemos caer o subir objetos que nos rodean, por ejemplo un libro, una piedra, una bola lanzada verticalmente hacia arriba, etc.

Estos cuerpos que caen o suben son ejemplos particulares de movimiento rectilíneo uniformemente variado solamente que lo hacen en el eje vertical. Un caso particular de estos tipos de movimiento es el caso del Movimiento de Caída Libre.

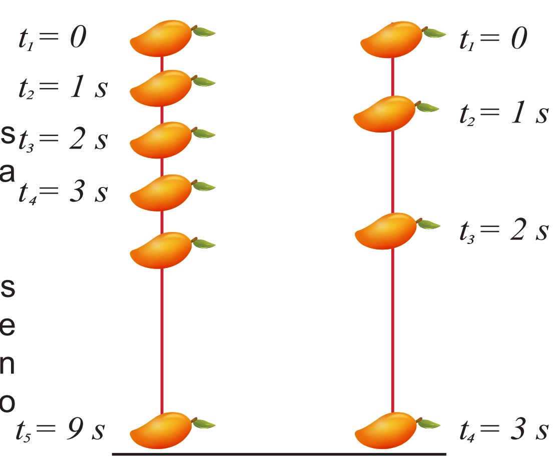


Figura A Figura B

Para que comprendamos mejor este tipo de movimiento realicemos la siguiente experiencia. Necesitamos dos hojas de papel y un borrador de goma.

Si dejamos caer una hoja de papel y el borrador de goma al mismo tiempo y desde la misma altura ¿Quién caerá primero?

Pensemos antes de responder y escuchemos la opinión de nuestros compañeros.

Ahora realicemos la experiencia:
Dejemos caer al mismo tiempo la hoja de papel y el borrador de goma desde la misma altura (observemos la figura 1.22). ¿Quién cae primero?

Bien, notaremos que el borrador de goma cae primero.

Aristóteles fundamentaría esta observación diciendo que los cuerpos más pesados caen primero. El afirmaba que la Tierra estaba formada por la combinación de cuatro elementos: tierra, aire, agua y fuego y dependiendo de la composición del cuerpo esto tendían a ocupar su lugar natural, así por ejemplo una piedra tiende a caer porque es pesada y su lugar natural es el suelo y el aire tiende a subir porque es más ligero y tiende a irse hacia arriba.

Figura 1.22

Volvamos a nuestra experiencia. Tomemos nuevamente la hoja de papel y apretémosla hasta formar una bola pequeña y bien compacta y dejémosla caer junto al borrador de goma y siempre desde la misma altura (vea figura 1.23). ¿Quién cae primero?
Notarás que ambas llegan al suelo al mismo tiempo.

Quizás te parezca que la bola de papel es más pesada al compactarla, pero esto no es así, porque la masa de papel es la misma.

Ahora expliquemos que está sucediendo. En el primer caso cuando dejamos caer la hoja de papel y el borrador de goma, el borrador de goma llega primero al suelo porque la resistencia del aire no influye sobre su superficie, en cambio en la hoja de papel influye mucho oponiéndose a su caída, por eso cae lentamente.

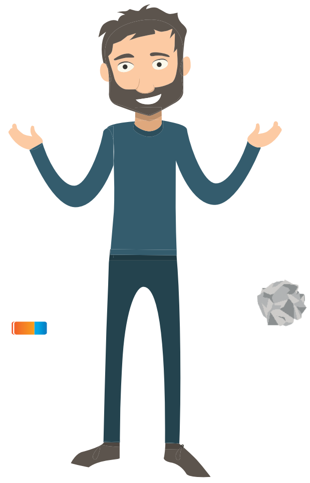


Figura 1.23

En el segundo caso, cuando compactamos la hoja de papel y la transformamos en una bola, al dejarla caer simultáneamente con el borrador de goma, ambos llegan a la vez al suelo, en este caso la influencia del aire en ambos cuerpos (borrador y papel) es menor casi despreciable porque disminuyó el área de contacto. Esto nos indica que cuando un objeto cae, la velocidad de caída no depende de su peso.

Galileo físico italiano, contradijo a Aristóteles, diciendo que los cuerpos caen hacia el centro de la Tierra porque son atraídos por la gravedad, la caída no depende de la forma, ni del volumen, ni del peso. Al dejar caer simultáneamente dos cuerpos de diferentes masas desde la misma altura y en el vacío (ausencia de aire) caerán al mismo tiempo.

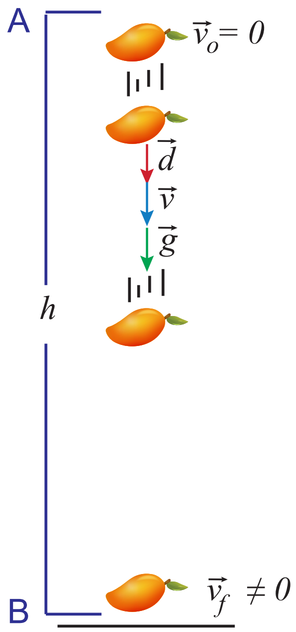
La gravedad es la aceleración de la Tierra que influye tanto en el papel como en el borrador de goma y es idéntica para ambos. La aceleración gravitatoria es constante para todos los cuerpos en caída o subida y se toma con un valor aproximado de: $\vec{g} = 9{,}8\ m/s^2$

Caída Libre de los Cuerpos (MCL):

Se dice que un cuerpo, móvil u objeto describe un movimiento en caída libre cuando estos se ven afectados sólo bajo la influencia de la gravedad, es decir se desprecia la resistencia del aire u otro agente.

Si observas un mango caer desde lo alto de un palo de mango, tal a como lo muestra la figura 1.24, de inmediato notas las siguientes características:

1. La trayectoria que describe el cuerpo durante su movimiento es rectilínea. Tal como observamos en la figura 1.24.
2. El cuerpo parte del reposo, es decir, la velocidad con que el cuerpo inicia el movimiento es igual a cero $\vec{v}_o = 0$.
3. El cuerpo cae desde una posición inicial (A) hasta una posición final (B), donde llega con una velocidad final diferente de cero ($\vec{v}_f \neq 0$).
4. La velocidad con que el cuerpo inicia su movimiento es menor que la velocidad con que finaliza dicho movimiento ($\vec{v}_o < \vec{v}_f$).
5. En dicho movimiento, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración se encuentran dirigidos en el mismo sentido, observemos la figura 1.24
6. La aceleración con que se mueve el cuerpo es constante, ésta es igual a la aceleración de la gravedad, la cual es aproximadamente igual a $9{,}8\ m/s^2$.



Estas conclusiones nos permiten asegurar, que **el Movimiento de Caída Libre, es un movimiento rectilíneo uniformemente variado que ocurre en el plano vertical**. Además, como en éste movimiento la velocidad final es mayor que la velocidad inicial ($\vec{v}_f > \vec{v}_o$), podemos decir más específicamente, que éste movimiento (MCL), es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Por esta razón, para calcular la velocidad y el desplazamiento del cuerpo, se utilizan las ecuaciones que describen al MRUV, en las cuales se hacen pequeñas adaptaciones.

MRUA (Eje horizontal)		MCL (Eje vertical)	
En el eje horizontal, la aceleración se simnoliza con la letra “ $\vec{a}$ ”		La aceleración en el eje vertical se simboliza con la letra “g”	
$\vec{v}_f = \vec{v}_o + \vec{a}\,t$	1	$\vec{v}_f = \vec{v}_o + \vec{g}\,t$	1
En el eje horizontal, el desplazamiento se simnoliza con la letra “ $\vec{d}$ ”		En el eje vertical, nos referimos a la altura “ $\vec{h}$ ”	
$\vec{d} = \vec{v}_o\,t + ½\,\vec{a}\,t^2$	2	$\vec{h} = \vec{v}_o\,t + ½\,\vec{g}\,t^2$	2
$\vec{v}_f^{\,2} = \vec{v}_o^{\,2} + 2\,\vec{a}\,\vec{d}$	3	$\vec{v}_f^{\,2} = \vec{v}_o^{\,2} + 2\,\vec{g}\,\vec{h}$	3

Actividades de profundización y de evaluación

En equipo examinemos los siguientes ejemplos:

Ejemplo:

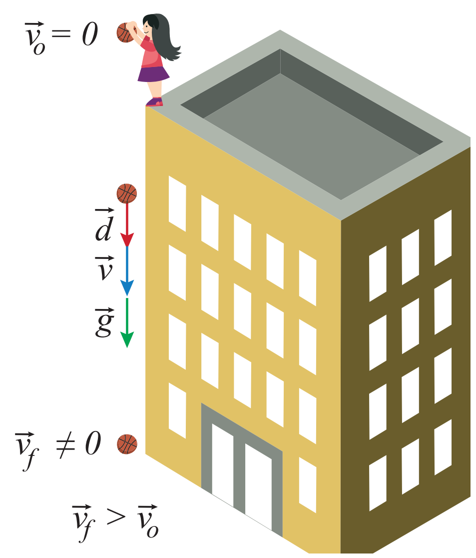
María deja caer una bola desde lo alto de un edificio. Si la bola tarda $2\ s$ en llegar al suelo, determine la altura del edificio y la velocidad con que llega al suelo.

Solución

Una representación esquemática del problema es el siguiente:

Vamos a suponer que en la caída de la bola no está influyendo la resistencia del aire, por lo que podemos afirmar que se trata de un MCL.

En la figura 1.25) se representa los vectores $\vec{d}$, $\vec{v}$ y $\vec{g}$.



Datos	Ecuación	Solución
$\vec{v}_o = 0\ m/s$ $t = 2\ s$ $\vec{g} = 9{,}8\ m/s^2$ $\vec{h} = ?$ $\vec{v}_f = ?$	a) $\vec{h} = \cancel{\vec{v}_o}\, t + ½\, \vec{g}\, t^2$ $\vec{h} = ½\ \vec{g}\, t^2$ b) $\vec{v} = \cancel{\vec{v}_o} + \vec{g}\, t$ $\vec{v} = \vec{g}\, t$	$h = ½\ (9{,}8\ m/s^2)\ (2\ s)^2 = 19{,}6\ m$ $v = (9{,}8\ m/s^2)\ (2\ s) = 19{,}6\ m$

Respuesta razonada:

La altura desde donde María dejó caer la bola es de $19,\ 6\ m$, y la velocidad con que llega al suelo es de $19{,}6\ m/s$.

1.5. Lanzamientos Verticales

Los lanzamientos verticales pueden ser ascendentes o descendentes, en estos tipos de lanzamientos la velocidad inicial es diferente de cero y su aceleración no varía es decir permanece constante.

Lanzamiento Vertical Ascendente (LVA)

Este tipo de movimiento se presenta cuando un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad diferente de cero. Supongamos que Adrián lanza hacia arriba una bola tal como se muestra en la figura 1.26. En este caso la velocidad va disminuyendo respecto al tiempo en $9{,}8\ m/s$ por cada segundo hasta anularse al alcanzar su altura máxima, es decir la velocidad final es cero.

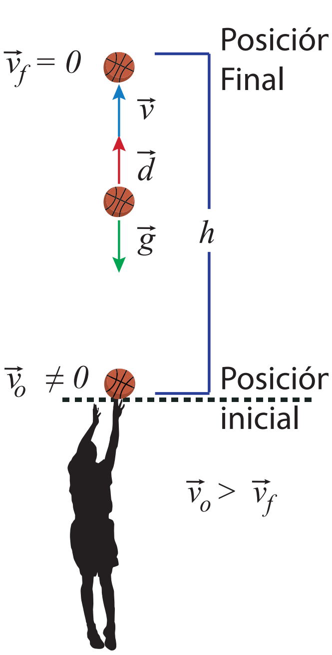


Figura 1.26 LVA

La disminución de la velocidad es uniforme y se debe a la fuerza de atracción que ejerce la Tierra sobre los cuerpos que ocasiona una aceleración gravitatoria igual a $9{,}8\ m/s^2$. La aceleración ($\vec{g}$) se encuentra dirigida en sentido contrario a la velocidad y al desplazamiento. Además podemos observar que la trayectoria descrita por la bola es rectilínea.

De lo planteado anteriormente podemos asegurar, que el LVA es un caso particular del MRUV en el plano vertical, el cual es en particular un MRUR, dado que la velocidad y el desplazamiento están dirigidos en sentido contrario a la aceleración de la gravedad. Además la velocidad inicial es mayor que la velocidad final ($\vec{v}_o > \vec{v}_f$).

¿Las ecuaciones que definen este movimiento son las mismas ecuaciones utilizadas en el movimiento rectilíneo uniformemente variado, con la consideración que la gravedad es un vector que está dirigido hacia el centro de la Tierra y por ende se tiene que: $\vec{g} = -9{,}8\ m/s^2$

Estas ecuaciones son:

$$\vec{v}_f = \vec{v}_o + \vec{g}\,t$$

$$\vec{h} = \vec{v}_o\,t + \tfrac{1}{2}\,\vec{g}\,t^2$$

$$\vec{v}_f^{\,2} = \vec{v}_o^{\,2} + 2\vec{g}\,\vec{h}$$

Actividades de profundización y de evaluación

En equipo examinemos los siguientes ejemplos:

Ejemplos

1. ¿Con qué velocidad Adrián lanzó la bola hacia arriba, para que alcanzara una altura máxima de $4\ m$?

Solución

Supongamos que en el movimiento de la bola no influye la resistencia del aire, por lo tanto la bola sube solamente bajo la influencia de la gravedad. En donde al observar el gráfico nos damos cuenta, que la aceleración de la gravedad es contraria el desplazamiento y a la velocidad; por tanto g es negativa. Además la bola al llegar a la altura máxima su velocidad final es igual a cero ($\vec{v}_f = 0$), pues es el punto donde comenzará a descender. A nosotros nos interesa la subida de la bola. En la figura 1.26 se representa la situación planteada.

En la siguiente tabla se muestra los datos suministrados en el ejercicio.

Datos	Ecuación	Solución
$\vec{g} = -9{,}8\ m/s^2$ $\vec{h} = 4\ m$ $\vec{v}_o = ?$	$\vec{v}_f^{\,2} = \vec{v}_o^{\,2} + 2\,\vec{g}\,\vec{h}$ Despejando la $\vec{v}_o^{\,2}$ $\cancel{\vec{v}_f^{\,2}} = v_o^{\,2} + 2\,\vec{g}\,\vec{h}$ $-\vec{v}_o^{\,2} = 2\,\vec{g}\,\vec{h}\,(-1)$ $\vec{v}_o^{\,2} = -2\,\vec{g}\,\vec{h}$ $\vec{v}_o = \sqrt{-2\,\vec{g}\,\vec{h}}$	$v_o = \sqrt{(-2)\,(-9{,}8\ m/s^2)\,(4\ m)}$ $v_o = 8{,}85\ m/s$

Respuesta razonada:

El movimiento descrito por la bola es un LVA y Adrián lo lanzó con una velocidad inicial de $8{,}85\ m/s$.

2. Si la velocidad con que Adrián lanzara la bola fuera de $15\ m/s$;

a) ¿Qué velocidad alcanza en su máxima altura?

b) ¿Qué altura máxima alcanzaría la bola?

c) ¿Cuánto tiempo tarda la bola en el aire antes de caer a las manos de Adrián?

Solución

Este tipo de movimiento es LVA, su altura máxima la $\vec{v}_f = 0$; y dado que la $\vec{v}_o > \vec{v}_f$ la aceleración de la gravedad es negativa ($-\vec{g} = 9{,}8\ m/s^2$). La situación está representada en la figura 1.26

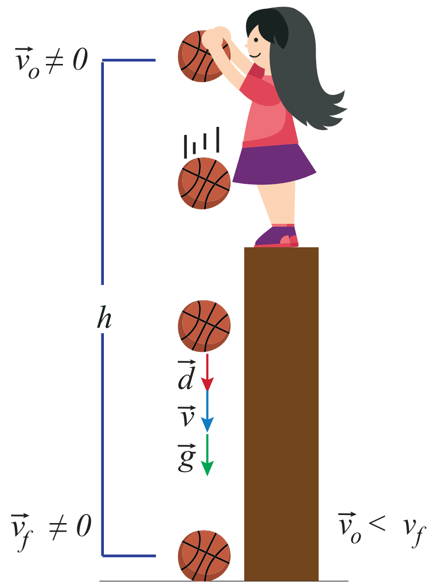
Datos	Ecuación	Solución
$\vec{v}_o = 15\ m/s$ $\vec{g} = -9{,}8\ m/s^2$ a) $\vec{v}_f = ?$ b) $\vec{h} = ?$ c) $t_v = ?$	a) $\vec{v}_f = 0$	$\vec{v}_f = 0$ Recordemos que la velocidad inicial disminuye uniformemente con respecto al tiempo, entonces en la altura màxima la velocidad alcanzada es cero.
	b) $\vec{v}_f{}^2 = \vec{v}_o{}^2 + 2\,\vec{g}\,\vec{h}$ Despejando h tenemos: $\vec{h} = \dfrac{\cancel{\vec{v}_f{}^2} - \vec{v}_o{}^2}{2\,\vec{g}}$ $\vec{h} = \dfrac{\vec{v}_o{}^2}{2\,\vec{g}}$	$h = \dfrac{-(15\ m/s)^2}{2\,(-9{,}8\ m/s^2)} = \dfrac{-225\ m/s^2}{-19{,}6\ m/s^2}$ $h = 11{,}47\ m$
	c) $\vec{v}_f = \vec{v}_o + \vec{g}\,\vec{t}$ De esta ecuación despejamos el tiempo: $t = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{\vec{g}}$ $t = \dfrac{\cancel{\vec{v}_f} - \vec{v}_o}{\vec{g}}$ $t = \dfrac{-\vec{v}_o}{\vec{g}}$ $t_T = t_s + t_b$	$t = \dfrac{-15\ m/s}{-9{,}8\ m/s^2} = 1{,}23\ s$ Como el tiempo de subida es igual al tiempo de bajada, entonces para determinar el tiempo que la bola estuvo en el aire, debemos de sumar el tiempo de subida y el de bajada. $h = 11{,}47\ m$ $t_T = 1{,}23\ s + 1{,}53\ s = 2{,}34\ s$

Respuesta razonada:

El movimiento descrito por la bola es un LVA, en el punto máximo la velocidad final es cero, alcanzó una altura de $11{,}47\ m$ y estuvo en el aire durante $2{,}34\ s$.

Lanzamiento Vertical Descendente (LVD)

Este tipo de movimiento sucede cuando se lanza hacia abajo un cuerpo con una velocidad diferente de cero. La velocidad final también es diferente de cero y es mayor que la velocidad inicial ($\vec{v}_o < \vec{v}_f$), debido a que su velocidad aumenta uniformemente respecto al tiempo en $9{,}8\ m/s$ en cada $1\ s$, como consecuencia de la fuerza gravitatoria. Caso contrario al LVA, en este movimiento la velocidad, la aceleración y el desplazamiento coinciden en dirección y sentido, por tanto su aceleración es positiva $(+g)$, además durante su recorrido describe una trayectoria rectilínea.



De lo planteado anteriormente podemos asegurar, que el LVD es un caso particular del MRUV en el plano vertical, que específicamente es un MRUA, motivo por el cual las ecuaciones que describen este movimiento son las mismas utilizadas para el movimiento rectilíneo uniformemente variado, siempre y cuando se tenga presente en que caso la aceleración es positiva o negativa.

Estas ecuaciones son:

$$\vec{v}_f = \vec{v}_o + \vec{g}\,t$$

$$\vec{h} = \vec{v}_o\,t + ½\,\vec{g}\,t^2$$

$$\vec{v}_f^{\,2} = \vec{v}_o^{\,2} + \vec{g}\,h$$

Actividades de profundización y de evaluación

Supongamos que Rosa se encuentra en el segundo piso del edificio del instituto donde estudia, y lanza verticalmente una bola que duró $1\ s$ en llegar al suelo con una velocidad de $12\ m/s$.

a) ¿Con que velocidad Rosa lanzó la bola?
b) ¿Desde qué altura lanzó la bola?

Solución

En la figura se muestran las vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración que tienen la misma dirección y sentido.

En la tabla tenemos los datos que nos proporciona el ejercicio.

Datos	Ecuación	Solución
$\vec{v}_f = 12\ m/s$ $\vec{g} = 9{,}8\ m/s^2$ $t = 1\ s$ $\vec{v}_o = ?$ $\vec{h} = ?$	a) $\vec{v}_f = \vec{v}_o + \vec{g}\,t$ Despejando la $\vec{v}_o$: $\vec{v}_f - \vec{v}_o = \vec{g}\,t$ $\vec{v}_o = \vec{v}_f - \vec{g}\,t$ b) $\vec{h} = \vec{v}_o\,t + ½\,\vec{g}\,t^2$	$v_o = 12\ m/s - (9{,}8\ m/s^2)\ (1\ s)$ $v_o = 2{,}2\ m/s$ $h = (2{,}2\ m/s)\ (1\ s) + ½\ (9{,}8\ m/s^2)\ (1\ s)^2$ $h = 7{,}1\ m$

Respuesta razonada:

El movimiento descrito por la bola es un LVD, la velocidad inicial fue de $2{,}2\ m/s$ y la altura desde donde Rosa lanzó la bola fue de $7{,}1\ m$.

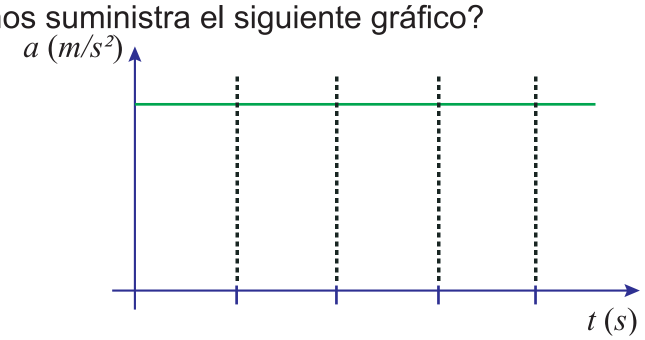
Comentemos en equipo

I. Reflexionemos en torno a las siguientes situaciones, organicemos nuestras ideas y luego procedamos a contestarlas. No olvidemos discutir las respuestas con las de nuestros compañeros y la/ él docente, respetando dichas ideas.

1. ¿En un MRUV qué interpretación se le puede dar al área bajo la curva de un gráfico velocidad en función del tiempo? Justifique.

2. Un cuerpo que cae libremente ¿puede tener en algún momento $v = 0$ y $a = 0$? Explique.

3. ¿Qué información nos suministra el siguiente gráfico?



4. Simultáneamente Ana deja caer dos bolsas con distintas masas y desde la misma altura. ¿Llegarán al mismo tiempo al suelo? Explique.

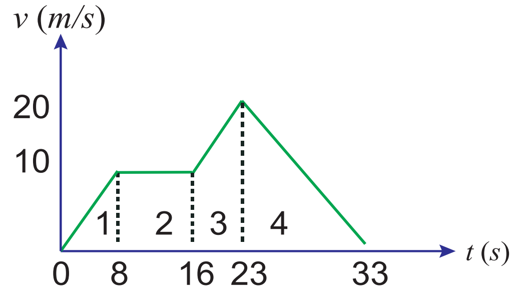
5. Un cuerpo cae libremente, ¿En qué punto de su trayectoria la aceleración es mayor, es menor? ¿Por qué?

6. ¿Puede un objeto tener aceleración negativa y aun así tener un avance positivo? Explique. ¿Ambos tendrán igual rapidez e igual aceleración? Explique.

7. Un tren parte del reposo con aceleración de $3\ m/s^2$ durante $5\ s$. A continuación mantiene la velocidad constante durante $8\ s$. Finalmente, frena con aceleración constante y se detiene en $3\ s$. Dibuja la gráfica $v = f(t)$.

8. Una piedra fue lanzada verticalmente hacia arriba, indique en un dibujo la velocidad, el desplazamiento y la aceleración.

II. Resuelve los siguientes problemas, explicando los procedimientos empleados. No olvides hacer una representación de la situación.



1. La figura representa la velocidad con que se mueve una persona. a) Describa el movimiento en cada intervalo de tiempo. b) Calcule la distancia total recorrida c) ¿Que distancia recorre la persona entre los tiempos $t = 8\ s$ y $t = 16\ s$? d) Dibuje una gráfica de la aceleración en función del tiempo entre $t = 0$ y $t = 33\ s$.

2. Una mototaxi necesita $10\ s$ para alcanzar su velocidad normal que es $40\ km/h$. Suponiendo que su movimiento es uniformemente acelerado ¿Qué aceleración se le ha comunicado y qué espacio ha recorrido antes de alcanzar la velocidad regular?

3. Un motociclista tiene una velocidad inicial de $10\ m/s$ y una aceleración de $2\ m/s^2$ ¿Cuánto tiempo tardará en adquirir una velocidad de $90\ km/h$?

4. Una bola se lanza directamente hacia arriba, con una rapidez inicial de $8\ m/s$, desde una altura de $20\ m$. ¿Cuánto tiempo tarda en el aire la bola?

5. Desde una altura de $25\ m$, se cae una bolsa de cemento. Calcula el tiempo que tarda en caer y la velocidad con la que llega al suelo. ($2,3s$; $22,5m/s$).

6. Claudia desafía a su amigo David a atrapar un billete 10 córdobas del modo siguiente: Ella sostiene el billete verticalmente, como se muestra en la figura, con el centro del billete entre los dedos índice y pulgar de David, quien debe atrapar el billete después

de que Claudia lo libere sin mover su mano hacia abajo. Si su tiempo de reacción es $0{,}2\ s$, ¿tendrá éxito? Explica su razonamiento.

7. Un mango cae desde lo alto del árbol y tarda $3\ s$ en llegar al suelo. Si la resistencia del airé no influye, calcule la altura del árbol y la velocidad con que llega el mango al suelo.

8. Una piedra se lanza verticalmente hacia abajo con una rapidez inicial de $14\ m/s$ desde una altura de $65\ m$. ¿Qué distancia recorre la piedra en $2\ s$? ¿Qué rapidez adquiere justo antes de chocar con el suelo?

9. Desde el techo de un edificio se deja caer una piedra y se oye el ruido del impacto contra el suelo $3\ s$ después. Sin tomar en cuenta la resistencia del aire, ni el tiempo que tardó el sonido en llegar al oído, calcula:
- **a)** La altura del edificio.
- **b)** La velocidad de la piedra al llegar al suelo.

10. Hallar la aceleración de la gravedad en un planeta conociéndose que en éste, cuando un cuerpo es soltado desde una altura de $4\ m$, tarda $1\ s$ para golpear en el suelo.

11. Un cuerpo es lanzando verticalmente hacía arriba con una velocidad inicial de $30\ m/s$ donde se desprecia la resistencia del aire. Conteste los siguientes incisos del problema.
- **a)** ¿Cuál será la velocidad del cuerpo $2\ s$ después de su lanzamiento?
- **b)** ¿Cuánto tarda el cuerpo en llegar al punto más alto de su trayectoria?
- **c)** ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el cuerpo?
- **d)** ¿A qué velocidad regresa el cuerpo al punto de lanzamiento?
- **e)** ¿Cuánto tardó en descender?

Desde el balcón de un edificio se deja caer una naranja y llega a la planta baja en $5\ s$. Determine:
- **a)** ¿Desde qué piso se dejó caer, si cada piso mide $2{,}88\ m$?
- **b)** ¿Con qué velocidad llega a la planta baja?

IV. En dúo responda las siguientes preguntas, no olvides respetar las ideas de los demás compañeros de clase.
- **a)** ¿Qué tipo de movimiento es la caída de los cuerpos?
- **b)** Cuándo un cuerpo cae libremente, ¿cómo varia su velocidad?
- **c)** Cuándo un cuerpo cae libremente, ¿cómo varia su aceleración?
- **d)** ¿Cómo se produce la caída de los cuerpos en el vacío?

UNIDAD II
MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

UNIDAD II
MOVIMIENTOS CIRCULAR UNIFORME

Desempeño de Aprendizaje

Analiza y comprueba las características y deduce los parámetros y ecuaciones que intervienen en el movimiento circular uniforme para aplicarlas a situaciones sencillas de su entorno.

Indicadores de Logros

1. Identifica cuerpos que se desplazan a su alrededor con movimiento circular y circular uniforme.

2. Determina el periodo, la frecuencia, la velocidad lineal, la velocidad angular, la aceleración centrípeta y la fuerza centrípeta de cuerpos que se desplazan con movimientos circular uniforme.

3. Establece relaciones entre los diferentes parámetros que intervienen en cuerpos que se desplazan con movimientos circular uniforme.

4. Reconoce la importancia de la existencia de peralte en las curvas de las carreteras para evitar accidentes automovilísticos.

5. Emplea las Leyes de Newton y las ecuaciones del movimiento circular uniforme en la solución a situaciones problemáticas de su entorno.

UNIDAD II
MOVIMIENTOS CIRCULAR UNIFORME

2. Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.)

2.1. Características y ecuaciones. Período (T) y frecuencia (f).

2.2. Velocidad lineal o Tangencial (v):
- En función del período.
- En función de la frecuencia.

2.3. Velocidad Angular (ω):
- En función del período.
- En función de la frecuencia.

2.4. Aceleración Centrípeta ($\vec{a}_c$):
- En función de la velocidad lineal.
- En función de la velocidad angular.

2.5.- Fuerza centrípeta ($\vec{F}_c$).

2.1. Movimiento Circular Uniforme (MCU).

• Características y ecuaciones.

Periodo y frecuencia.

Hasta este momento hemos estudiado aquellos movimientos que describen una trayectoria rectilínea, es decir movimientos que ocurren en una sola dimensión. Estos movimientos han sido: MRU y MRUV.

En la naturaleza también existen cuerpos en movimientos que describen una trayectoria circular, por ejemplo; el movimiento de las ruedas de una carreta, de una bicicleta, de algunos juegos mecánicos en el parque de diversiones, entre otros. Todos estos hechos constituyen ejemplos de cuerpos que describen un Movimiento Circular, que en especial en esta unidad estudiaremos.

Antes de iniciar el estudio de este contenido, te invitamos a reflexionar sobre las siguientes situaciones.

Actividades de Diagnóstico

De manera individual leamos detenidamente las situaciones que se nos plantean, reflexionemos, organicemos nuestras ideas y respondamos sin temor a ser evaluados.

1. Mencionemos ejemplos de tu entorno cotidiano donde consideras está presente el Movimiento Circular Uniforme.

2. Consideremos el movimiento de las agujas de un reloj, como el que se muestra en la figura 2.1.

a) ¿Cómo es la trayectoria descrita por las agujas que indican las horas, minutos y segundos?
b) ¿Qué puedes decir de los espacios que recorre la aguja horaria respecto al tiempo?

3. ¿Qué es para ti el Movimiento Circular Uniforme?

Figura 2.1;
Movimiento de las agujas de un reloj

Ahora nos disponemos a estudiar el MCU y te darás cuenta si tenías o no la razón en tus respuestas dadas, entonces, ¿Qué nos plantea la Física sobre el Movimiento Circular Uniforme?

En el entorno en el cual estamos inmersos, existen diversas situaciones en las cuales está presente el MCU, por ejemplo, en tu casa, los electrodomésticos que usas como la licuadora, abanico, plato giratorio del microondas, etc. Asi mismo, puedes observar el movimiento de las ruedas de una carreta, de una bicicleta, entre otros. Todas estas situaciones son ejemplos de MCU.

Podemos examinar un claro ejemplo de MCU, cuando hacemos dar vueltas en una trayectoria circular a una piedra atada a una cuerda, como se observa en la figura 2.2

Al observa el dibujo puedes apreciar que a medida que la piedra gira con rapidez constante, la fuerza hacia el centro del movimiento producido por la tensión de la cuerda modifica constantemente la dirección del movimiento de la piedra, causando que siga una trayectoria circular. Imaginémonos ahora que la cuerda en la cual está atada la piedra, se rompe (observemos la figura 2.2. b), entonces, ¿Qué crees que sucederá con la piedra?

Al romperse la cuerda, la piedra saldrá disparada en una dirección tangente, es decir, perpendicular al radio de su trayectoria circular, como se observa en la figura 2.2. b.

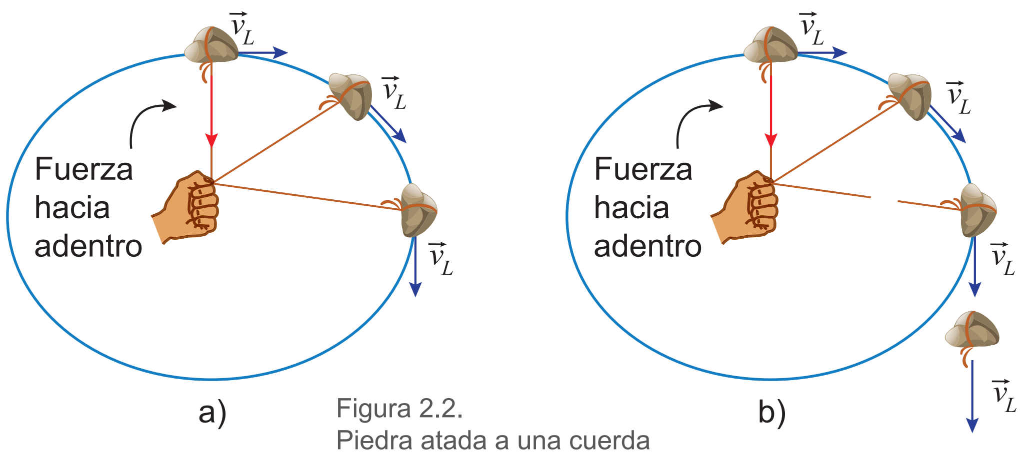


Figura 2.2.
Piedra atada a una cuerda

Para definir adecuadamente el MCU, observemos la figura 2.3. En ella se nos muestra un caballo corriendo sobre una pista circular de radio R. Supongamos que medimos el tiempo que emplea el caballo en recorrer los arcos:

Cuyos valores lo representamos en la tabla N° 01. $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$ y $\overset{\frown}{DA}$

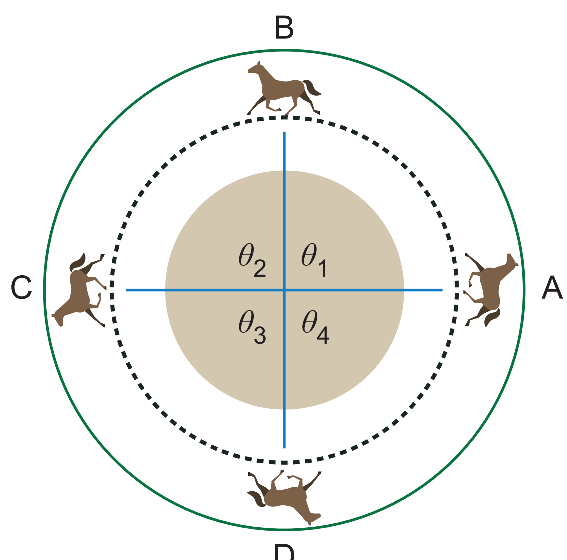


Figura 2.3:
Caballo corriendo sobre una pista circular

Arco Recorrido	$t\ (s)$
$\overset{\frown}{AB}$	30
$\overset{\frown}{BC}$	30
$\overset{\frown}{CD}$	30
$\overset{\frown}{DA}$	30

Tabla 01
Tiempo empleado en recorrer cada arco

La figura 2.3, nos muestra que el caballo durante su desplazamiento respecto al tiempo, describe una trayectoria circular y además el tiempo que demora en recorrer cada arco de la circunferencia es el mismo e igual a $30\ s$. Es decir; el caballo durante su desplazamiento recorre arcos iguales en períodos de tiempos iguales. Pero además; la figura 2.3, nos muestra que a cada uno de los arcos recorridos les corresponde un ángulo central y son iguales ya que sus arcos descritos también son iguales, lo cual indica que el caballo barre ángulos iguales en intervalos de tiempo iguales.

Ahora estamos en condiciones de definir el MCU.

El Movimiento Circular Uniforme:

Es aquel movimiento en el que un móvil o partícula se desplaza con respecto al tiempo, describiendo una trayectoria circular a una velocidad constante en su módulo pero no en su dirección y sentido. Además recorre arcos iguales en unidades de tiempos iguales, así mismo barre ángulos iguales en unidades de tiempos iguales.

Periodo (T) y frecuencia (f) en el MCU

Al estudiar el MCU, debemos tener en consideración otros conceptos de relevancia, como son: Periodo y Frecuencia.

En la situación de la figura 1.3, el caballo al salir del punto A y retornar nuevamente a ese punto, tarda cierto tiempo en completar una vuelta, ese tiempo se denomina periodo.

Pero, ¿Qué es el periodo?

El periodo es el tiempo que tarda un cuerpo en dar una vuelta completa, y se representa por T. Su unidad de medida en el SI es el segundo (s).

La ecuación que la define es la siguiente:

$$Periodo\ (T) =; \frac{tiempo\ empleado\ en\ dar\ n\ vueltas\ (t)}{número\ de\ vueltas\ (n)} \qquad T = \frac{t}{n}$$

Donde:

T: es el período o sea el tiempo que empleado para dar una vuelta completa.
n: número de vueltas (cualquiera).
t: tiempo empleado en dar n vueltas.

O sea que: $T = \frac{t}{n}$

De lo anterior podemos plantear:

La magnitud física que caracteriza el tiempo que emplea un móvil o partìcula animado con movimiento circular uniforme en dar una vuelta completa se llama, Periodo de Rotación (T).

Como en este caso el movimiento es uniforme, podemos deducir, que el tiempo empleado para dar cada vuelta completa, será siempre el mismo, por lo que aseguramos, que el Período de Rotación en el movimiento circular uniforme, es una magnitud constante.

Por ejemplo, si el período de un movimiento circular es $T = 2\ s$, quiere decir que la partícula en su movimiento tarda $2\ s$ en dar una vuelta completa.

Supongamos ahora, que al observar el movimiento del caballo, comprobamos que este efectúa *30 vueltas* completas en un tiempo igual a $600\ s$, y queremos determinar la cantidad de vueltas que efectúa en la unidad de tiempo; demos realizar el cociente entre el número de vuela que efectúa y el tiempo necesario para efectuarlas. A este cociente se le conoce como la magnitud física de frecuencia (f).

La magnitud física que caracteriza el número de vueltas (n) o de revoluciones que da un móvil animado con movimiento circular uniforme en la unidad de tiempo (t) se llama, Frecuencia (f).

Su expresión matemática es: $Frecuencia = \frac{número\ de\ vueltas\ (n)}{t}\ ;\ f = \frac{n}{t}$

La unidad de medición de la frecuencia en el Sistema Internacional es $1/s$, debido a que "n" no tiene unidad de medición y el tiempo se mide en segundos.

A esta unidad se le denomina *Hertz* (*Hz*), en homenaje al científico alemán *H. Hertz* (1857-1894) es decir: $1\ H_z = 1/s = s^{-1}$

Por tanto, la frecuencia del caballo será:

$$f = \frac{30\ vueltas}{600}\ 0{,}05\ vueltas/s$$

Este resultado significa que el caballo efectuó $0{,}05\ vueltas$ en cada segundo.

Relación entre el período y la frecuencia

La frecuencia y el período de un movimiento están relacionados entre sí. Para determinar esta relación partiremos de las expresiones de T y f,

$$T = \frac{t}{n}$$ **Ecuación Nº 1**

Además, como $f = n/t$; de donde si despejamos *"n"*, la ecuación nos queda:

$$n = f\,t$$ **Ecuación Nº 2**

Introduciendo la ecuación número 2 en la ecuación número 1 nos resulta: $T = \frac{\cancel{t}}{f\cancel{t}}$

Simplificando t, nos queda: $T = \frac{1}{f}$

De donde; $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f\,T = 1$

En conclusión:

> En un movimiento circular uniforme, el período y la frecuencia de rotación son magnitudes inversas.

Actividades a Realizar en Pareja

Reunidos con nuestro compañero/a, respondamos a las siguientes interrogantes:

1. ¿Qué es el MCU?
2. Identifica objetos del contexto cotidiano que describan MCU y explica por qué consideras que describen un MCU.

3. ¿A qué denominamos período y frecuencia de rotación?

4. ¿Qué diferencia existe entre período y frecuencia? Fundamente tus respuestas mediante ejemplos.

5. ¿Qué características posee el período y la frecuencia de rotación en un MCU?

6. ¿Qué relación existe en el período y la frecuencia de rotación?

7. ¿Qué ecuación nos permite calcular el período y la frecuencia de rotación de un cuerpo que se desplaza con MCU?

2.2. Velocidad lineal o tangencial en función del período y en función de la frecuencia.

Antes de iniciar el estudio de este contenido, te invitamos a reflexionar sobre la siguiente situación.

Actividades de Diagnóstico

De manera individual leamos detenidamente la situación que se nos plantea, reflexionemos, organicemos las ideas y respondamos sin temor a ser evaluado/a.

Consideremos dos estudiantes de décimo grado; Pedro y Pablo, que se encuentran dando un paseo por el parque, ambos deciden subirse a un carrusel, Pedro se ubica a una distancia menor en relación al eje de rotación del carrusel, en cambio Pablo se ubica a una distancia mayor. Analiza:

a) ¿Quién se marea más rápido Pedro o Pablo? Fundamenta tu respuesta.
b) ¿La velocidad lineal que experimenta Pedro es igual a la de Pablo?
c) ¿La velocidad angular que experimenta Pedro es igual a la de Pablo?

Ahora nos disponemos a estudiar lo que es la velocidad lineal y la velocidad angular, y te darás cuenta si tenías o no la razón en tus respuestas dadas.

Entonces, ¿Qué es la velocidad lineal o tangencial?

Es un hecho conocido por nosotros, que la velocidad en el movimiento rectilíneo uniforme es el cociente entre el desplazamiento y el tiempo que emplea en realizarlo, además de que esta durante su recorrido permanece constante, siendo su expresión:

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$$

Pero, ¿A qué será igual la velocidad en el movimiento circular uniforme?

Si partimos del hecho de que en un movimiento circular la distancia recorrida por un móvil está determinada por la longitud del arco recorrido (l), además conociendo que la longitud del arco recorrido no es más que la distancia o camino recorrido a lo largo de una curva, tal a como lo muestra la figura 2.4, podemos plantear:

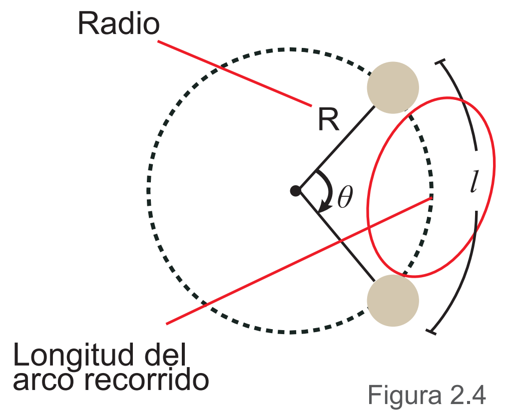


Figura 2.4

$$\text{Velocidad lineal} = \frac{\text{longitud del arco recorido}}{t} \; ; \; v_L = \frac{l}{t}$$

Pero ¿Cuál es la dirección y sentido del vector velocidad en el movimiento circular uniforme?

Del movimiento rectilíneo uniforme conocemos, que la dirección y el sentido de la velocidad se encuentra dirigida en la misma dirección y sentido del desplazamiento del cuerpo. Por tanto debemos de averiguar en qué dirección y sentido se encuentra el desplazamiento en el movimiento circular uniforme, para ello partamos del análisis de los siguientes gráficos propuestos en la figura 2.5.

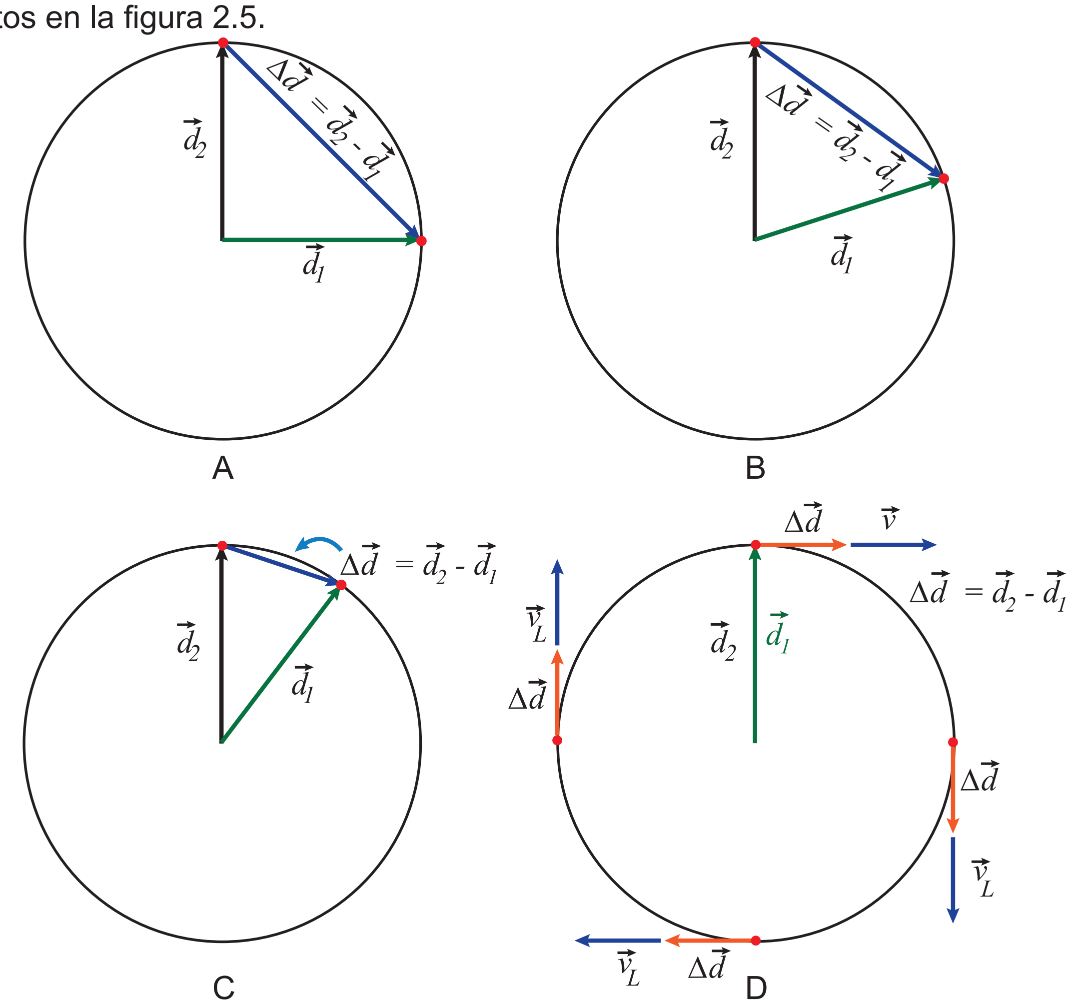


Figura 2.5; Vector desplazamiento y velocidad

En la figura 2.5 podemos apreciar, que a medida en que vamos disminuyendo la magnitud del vector desplazamiento, su dirección sentido se modifica hasta un punto en que su dirección y sentido es tangente a la trayectoria circular con que se desplaza el móvil, lo cual nos evidencia, que la velocidad lineal en el movimiento circular también es tangencial en cualquier punto de la trayectoria que describe el móvil.

Además, del movimiento rectilíneo uniforme conocemos que la expresión matemática que nos permite calcular el desplazamiento es:

$$\vec{d} = \vec{v}\, t$$ **Ecuación N° 1**

También de Geometría sabemos, que la longitud de la circunferencia se puede calcular a través de la expresión:

$$l = 2\pi R$$ **Ecuación N° 2**

Por otro lado, es de nuestro conocimiento que la ecuación del período es $T = t / n$, de donde si despejamos el tiempo, nos resulta:

$$t = T\, n$$

Pero, si la calculamos para una vuelta completa $n = 1$, por lo que la ecuación anterior se nos reduce:

$$T = t$$ **Ecuación N° 3**

Si sustituimos la ecuación 2 y 3 en la ecuación 1, nos resulta:

$$\vec{v}_L = \frac{2\,\pi\, R}{T}$$

Siendo esta la ecuación de la velocidad lineal en función del período de rotación en un movimiento circular uniforme, donde π y R son constantes.

La velocidad lineal o tangencial

Es la distancia que recorre el cuerpo con respecto al tiempo. En el MCU el módulo de la velocidad lineal (rapidez) permanece constante pero varía en dirección y sentido, tal como se presenta en la siguiente figura 2.6

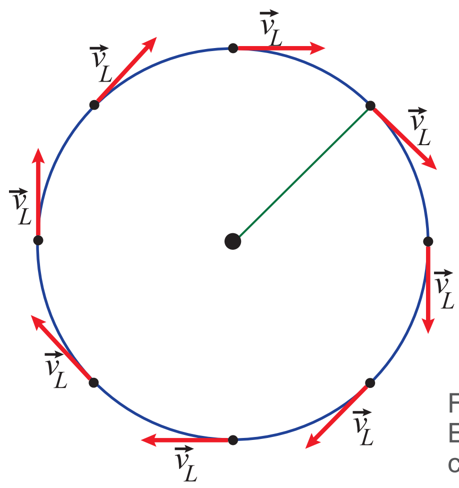


Figura 2.6;
El módulo de la velocidad lineal permanece constante pero varia en dirección y sentido.

Si analizamos la ecuación fácilmente podemos deducir que:

$$\vec{v}_L \; \alpha \; R \, \frac{1}{T}$$

Es decir que la velocidad lineal es directamente proporcional al radio R e inversamente proporcional al período T.

Esto nos indica que para distintos radios, el móvil se desplaza a distintas velocidades lineales. A mayor radio, la velocidad tangencial aumenta pero su dirección varía continuamente, teniendo siempre la misma dirección que la recta tangente al punto en donde se encuentre el móvil.

Si partimos de la expresión:

$$\vec{v}_L = \frac{2\,\pi\,R}{T}$$

Ecuación N°1

Y tenemos presente que:

$$T = \frac{1}{f}$$

Ecuación N° 2

Si sustituimos la ecuación 2 en 1 obtenemos una ecuación de la velocidad lineal en funcion de la frecuencia:

$$\vec{v}_L = 2\,\pi\,R\,f$$

2.3. Velocidad angular en función del período y en función de la frecuencia.

Examinemos ahora; ¿Qué es la velocidad angular?

Previo a dar respuesta a esta pregunta es necesario estar claro de lo siguiente:

Cuando un cuerpo describe una trayectoria circular es necesario definir el ángulo de giro o espacio angular recorrido que es descrito por el radio vector, que va desde el centro de la circunferencia hasta el punto donde se encuentra el cuerpo.

Entonces, consideremos una partícula en movimiento circular, que pasa por la posición P_1 (observemos la figura 2.7). Después de un intervalo de tiempo Δt, la partícula estará pasando por la posición P_2. En dicho intervalo Δt, el radio que sigue a la partícula en su movimiento describe un ángulo $\Delta\theta$.

Es necesario saber que la longitud de un arco de circunferencia está dado por el producto del radio y el ángulo contenido en el arco, si el ángulo se mide en radianes tenemos que:

$$\Delta s = R\,\Delta\theta$$

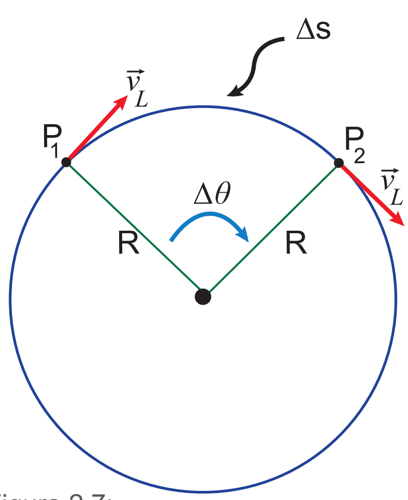


Figura 2.7;
Si una particula describe un ángulo $\Delta\theta$ en un intervalo de tiempo Δt, su velocidad angular está dad por: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

Donde:

Δs: es la longitud del arco.
R: es el radio o distancia del eje de giro al punto donde se encuentra el cuerpo.
$\Delta\theta$: es el ángulo de giro.

En la figura 2.7, se observan estos elementos.

Además, anteriormente afirmamos, que un movimiento es circular y uniforme cuando el cuerpo barre ángulos centrales iguales en intervalos de tiempos iguales, cualesquiera que éstos sean, es decir, que en cada instante de tiempo el cuerpo va variando la magnitud del ángulo descrito.

Por lo que podemos plantear:

La rapidez con que varía la posición angular de un cuerpo con respecto al tiempo durante su movimiento, se caracteriza por medio de una magnitud física que se denomina velocidad angular, la cual es constante en el movimiento circular uniforme, se representa por medio de la letra griega omega (ω), y ésta no es más que el cociente entre el ángulo descrito ($\Delta\theta$) y el tiempo que emplea en barrer ese ángulo (Δt).

Lo anterior expresado en forma matemática sería:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Donde:

ω: es la velocidad angular.
$\Delta\theta$: es la variación ángulo.
Δt: es la variación del tiempo durante el cual ocurre la variación del ángulo.

La dirección de ω es perpendicular al plano que contiene a la circunferencia y su sentido está dada por la regla de la mano derecha, tal como se muestra en la figura 2.8.

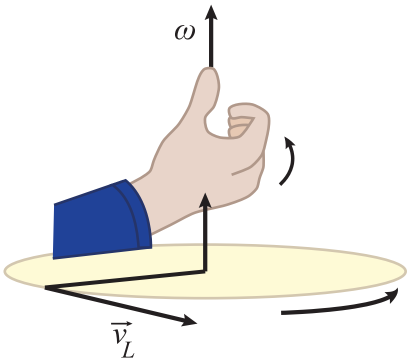


Figura 2.8;
Regla de la mano derecha

Unidad de Medición de la Velocidad Angular

Ya hemos expresado, que la velocidad angular es el cociente entre el ángulo descrito y el tiempo que emplea en barrer dicho ángulo. Esto se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

De matemática conocemos, que un ángulo se mide en grado o radianes, además, la unidad de tiempo en el sistema internacional es el segundo (s). Por lo que podemos deducir que las unidades en que se expresa la velocidad angular son: *grado / s, rad / s*

Pero, ¿Qué relación existe entre grados y radianes?

De matemáticas conocemos, que la circunferencia mide 360 grados (360^o) que es equivalente 2π *rad* por lo que podemos plantear

$$(360° = 2\,\pi\,rad) \;\; ó \;\; 180^o = 1\pi\,rad.$$

De donde:

$$1\,rad = 180° / \pi \qquad ó \qquad 1^o = \pi\,rad / 180°$$

De lo anterior podemos afirmar, que un ángulo medido en grados, puede expresarse en radianes y viceversa.

¿Qué unidades físicas utiliza la técnica para expresar la velocidad angular de un cuerpo?

La unidad que utiliza la técnica para expresar la velocidad angular de un cuerpo es:

Revoluciones/minuto, revoluciones/segundos, que se expresan de la siguiente manera: *rev/s ó RPS; rev/min ó R.P M*, de donde: las revoluciones por segundo significa la cantidad de vueltas que da el cuerpo en la unidad de tiempo.

Ahora podemos escribir la longitud de arco en función de la velocidad angular, para ello partamos de la expresión:

$$\Delta s = R\,\Delta\theta$$ **Ecuación N° 1**

$$\omega = \Delta\theta/\Delta t$$ **Ecuación N° 2**

Si despejamos $\Delta\theta$ de la ecuación nos resulta:

$$\Delta\theta = \omega\,\Delta t$$ **Ecuación N° 3**

Si introducimos la ecuación 3 en la ecuación 1 resulta:

$$\Delta s = R\omega\,\Delta t$$

Esta expresión nos permite determinar la longitud del arco recorrido en función de la velocidad angular.

Donde:

Δs: es la longitud del arco recorrido.
R: es el radio de la circunferencia.
ω: es la velocidad angular.
Δt: es la variación del tiempo durante el cual ocurre la variación del ángulo.

Tomando como punto de partida los aspectos descritos anteriormente, notamos que las definiciones de v y ω son semejantes: la velocidad lineal se refiere a la distancia recorrida en la unidad de tiempo, en tanto que la velocidad angular se refiere al ángulo descrito en dicha unidad de tiempo.

La velocidad angular proporciona información acerca de la rapidez con la cual gira un cuerpo. En realidad cuanto mayor sea la velocidad angular de un cuerpo, tanto mayor será el ángulo que describe por unidad de tiempo, es decir estará girando con mayor rapidez.

En la tabla se te proporcionan equivalencias entre grados y radianes:

Equivalecias entre grados y radianes	
360^o	$2\pi\ rad$
180^o	$\pi\ rad$
90^o	$\pi / 2\ rad$
60^o	$\pi / 3\ rad$
45^o	$\pi / 4\ rad$
30^o	$\pi / 6\ rad$
$1\ rad = 57{,}30^o$	

Otra manera de evaluar la velocidad angular consiste en considerar que la partícula realiza una vuelta completa o revolución. En este caso, el ángulo descrito será $\Delta\theta = 2\pi\ rad$ (como observamos en la Tabla Nº 2) y el intervalo de tiempo será de un periodo, o sea, $\Delta t = T$, Así, la velocidad angular será igual a:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Esta ecuación denota la velocidad angular en función del periodo.

Sabiendo que $T=1/f$ y sustituyendo en la ecuación anterior nos da como resultado:

$$\omega = 2\,\pi\,f$$

Lo cual nos denota la velocidad angular en función de la frecuencia.

Ahora compara tu respuesta a la situación de Pedro y Pablo aplicando el concepto de velocidad lineal y velocidad angular.

Relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular

Hemos examinado que en el Movimiento Circular Uniforme, la velocidad lineal la podemos determinar por la relación:

$$v_L = \frac{2\,\pi\,R}{T}$$

Ecuación N°1

Además conocemos que:

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T}$$

Ecuación N° 2

Si despejamos T de la ecuación 2 nos resulta:

$$T = \frac{2\,\pi}{\omega}$$

Ecuación N°3

Si introducimos la ecuación N° 3 en la ecuación 1 nos resulta:

$$v_L = \frac{2\,\pi\,R}{\frac{2\,\pi}{\omega}} = \left(\frac{\cancel{2\,\pi}\,R}{1}\right)\left(\frac{\omega}{\cancel{2\,\pi}}\right)$$

$$v_L = R\,\omega$$

Esta ecuación permite calcular la velocidad lineal cuando conocemos la velocidad angular y el radio de la trayectoria.

Por otra parte, podemos determinar que la velocidad lineal es directamente proporcional al producto de la velocidad angular por el radio de la trayectoria.

Actividades de Reforzamiento

Analicemos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1

Miguel y José después de salir de clases, se dirigen al parque de diversiones y deciden subirse a un carrusel, Miguel se ubica en un caballo que se encuentra a $3,0\ m$ del centro del carrusel y José se ubica en uno que se encuentra a $6,0\ m$, si el carrusel a su velocidad de operación constante efectúa una rotación completa en $45\ s$. Calcule:

a) La rapidez angular de Miguel y José.
b) La rapidez tangencial de Miguel y José.

Solución:

Al resolver nuestros ejercicios, recordemos respetar siempre las ideas de nuestros compañeros y las del docente.

Leamos y analicemos la situación que se nos plantea. Extraigamos los datos conocidos y las incógnitas a resolver.

De la lectura crítica del problema, determinamos que tanto Miguel como José describen una rotación completa en el mismo tiempo, por tanto, ambos experimentarán la misma rapidez angular.

En cambio la rapidez tangencial será distinta porque los radios son distintos. Es decir, José con radio mayor describe un círculo más grande durante el mismo tiempo de rotación y, por lo tanto, debe viajar con mayor rapidez.

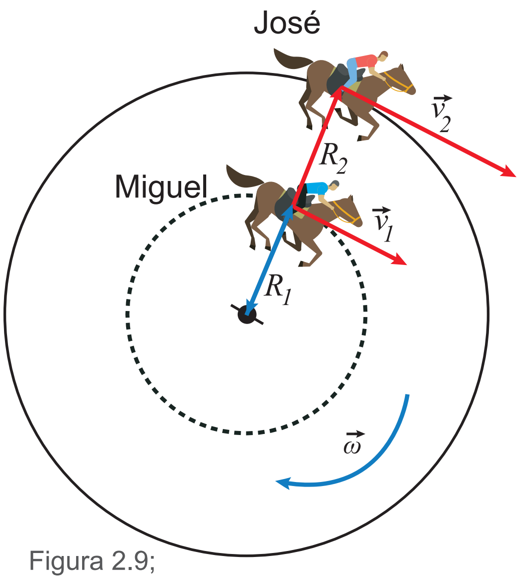


Figura 2.9;
Ubicación de Miguel y José en carrusel

Representemos en una figura 2.9, lo que se nos está plateando en el problema:

Datos	Ecuación	Solución
$\Delta\theta = 2\,\pi$ *rad (una rotación)* $t = 45\ s$ $R_1 = 3{,}0\ m$ $R_2 = 6{,}0\ m$	a) $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$ b) $v = \omega\, R$	Como ya señalamos, $\omega_1 = \omega_2$; es decir, tanto Miguel como José giran con la misma rapidez angular. Todos los puntos del carrusel recorren $2\pi\ rad$ en el tiempo que tarda una rotación. a) $\omega = \dfrac{2\pi\ rad}{45\ s} = 0{,}14\ rad/s$ b) $v_1 = (3{,}0\ m)\ (0{,}14\ rad/s) = 0{,}42\ m/s$ $v_2 = (6{,}0\ m)\ (0{,}14\ rad/s) = 0{,}84\ m/s$

Respuesta razonada:

a) La rapidez angular experimentada por Miguel y José fue de $0{,}14\ rad/s$.
b) La rapidez tangencial experimentada por Miguel fue de $0{,}42\ \text{m/s}$.
La rapidez tangencial experimentada por José fue de $0{,}84\ m/s$.

Notamos que el caballo en la parte exterior del carrusel tiene mayor rapidez tangencial que uno más cercano al centro. Aquí el caballo 2 tiene un radio dos veces mayor que el caballo 1, por tanto, va dos veces más rápido.

Ejemplo 2

El profesor Benito para llegar temprano a impartir la clase de física, viaja en su bicicleta, cuyas ruedas giran a razón de $90\ RPM$. Él le pregunta a sus alumnos con qué velocidad angular en radianes por segundo giran las ruedas de su bicicleta y además en qué periodo y frecuencia lo hace. ¿Qué respuesta le darías tú?

Solución

Leamos el ejercicio detenidamente para saber qué datos conocemos y qué necesitamos para resolver el ejercicio.

Si nos fijamos la velocidad angular está dada en RPM (revoluciones por minutos) entonces debemos convertir a radianes por segundo.

Datos	Ecuación	Solución
$\omega = 90\ RPM$ $\omega = ?\ (rad/s)$ $T = ?$ $f = ?$	$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ Despejando T nos resulta: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ $f = \dfrac{1}{T}$	Recordemos que una vuelta entera (360^o), una revolución) equivale a $2\pi\ radianes$ (o que media vuelta, 180^o, son $\pi\ radianes$). Utilizando factores de conversión, tenemos que: $\left(90\ \dfrac{\cancel{rev}}{\cancel{min}}\right)\left(2\ \dfrac{\pi\ rad}{1\ \cancel{rev}}\right)\left(\dfrac{1\ \cancel{min}}{60\ s}\right) = 3\ \pi\ rad/s$ Eliminando las revoluciones y los segundos nos queda: $3\pi\ rad/s$, entonces: $\omega = 3\pi\ \dfrac{rad}{s}$ $T = \dfrac{2\pi}{3\pi\ \dfrac{rad}{s}} = \dfrac{2}{3}\ s = 0{,}67\ s$ $f = \dfrac{1}{0{,}67\ s} = 1{,}49\ s^{-1}$ ó $1{,}49\ Hz$

Respuesta razonada:

¿Qué nos indica este resultado?
Que las ruedas de la bicicleta en dar una vuelta completa tardan un período de $0,\ 67\ s$
En conclusión podemos decir que las ruedas del profesor Juan poseen:

$\omega = 3\pi\ rad/s$

$T = 0,\ 67\ s$

$f = 1{,}5\ Hz$

Comentemos en equipo

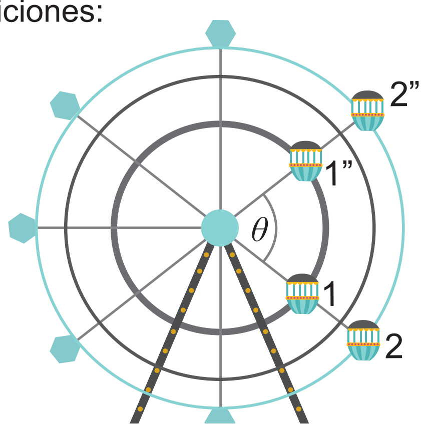
I. Reflexionemos sobre las siguientes preguntas. No olvidemos participar con entusiasmo y respetar las ideas de nuestros compañeros y compañeras de clase. Luego compartamos con los demás grupos de trabajo y nuestro docente, los resultados obtenidos.

1. ¿Cuál es la diferencia entre la velocidad lineal y la velocidad angular?

2. María, Juana, Sofía y Esteban, estudiantes de décimo grado, han decidido ir al parque de diversiones. Al llegar a los juegos mecánicos, deciden subirse a un juego llamado Mareómetro y se ubican en las siguientes posiciones:

- María se ubica en el punto 1”.
- Juana se ubica en el punto 1.
- Sofía se ubica en el punto 2.
- Esteban se ubica en el punto 2”.

Como se observa en la figura adjunta.



Examinemos esta situación desde el punto de vista físico, respondiendo a las siguientes preguntas:

a) ¿Qué puedes decir de la velocidad angular que experimentaron María y Esteban? ¿Mayor, menor o igual? Fundamenta tu respuesta.

b) ¿Qué puedes decir de la velocidad lineal que experimentaron María y Esteban? ¿Mayor, menor o igual? Fundamenta tu respuesta.

c) ¿Qué puedes decir de la velocidad lineal que experimentaron Sofía y Juana? ¿Será la misma que Esteban? Fundamenta tu respuesta.

II. Resolvamos los siguientes ejercicios explicando los procedimientos, teorías y ecuaciones aplicadas.

1. Sofía tiene un viejo disco de $45\ RPM$, en el cual la pista inicial está a $8{,}0\ cm$ del centro, y la final, a $5{,}0\ cm$ del centro. Determinar la rapidez angular y la rapidez tangencial a estas distancias cuando el disco está girando a $45\ RPM$.

2. Considere una rueda de bicicleta de $80\ cm$ de radio que gira a $200\ RPM$. Calcular:

   a) La velocidad angular.
   b) La velocidad lineal.
   c) El periodo y
   d) La frecuencia experimentada por la rueda.

3. Félix y Rosa se dirigen al parque de diversiones y deciden subirse a un carrusel que gira a $30\ RPM$. Félix se ubica en un caballito que está a $1{,}5\ m$ del centro y Rosa se ubica en uno que se está a $2\ m$. Reflexiona:

   a) ¿La velocidad angular que experimentará Félix, será mayor, menor o igual que la que experimentará Rosa? Fundamente.
   b) ¿La velocidad lineal que experimentará Félix, será mayor, menor o igual que la que experimentará Rosa? Fundamente.

4. Un CD gira en un reproductor con rapidez constante de $200\ r\,p\,m$ calcular:

a) La frecuencia y
b) El periodo de revolución del CD.

2.3. Aceleración Centrípeta: En función de la velocidad lineal y en función de la velocidad angular.

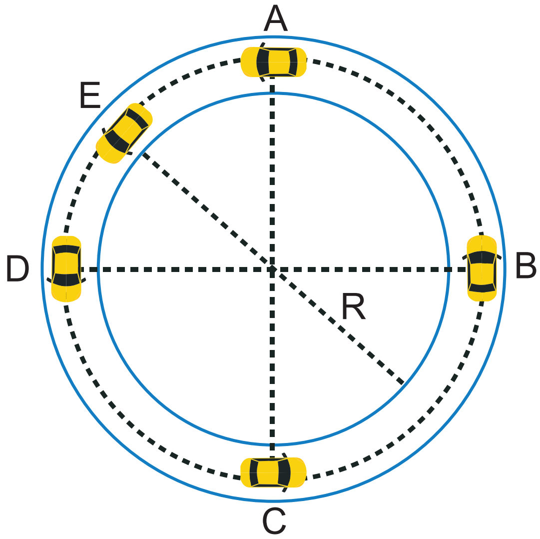
2.4. Fuerza centrípeta.

Antes de iniciar el estudio de este contenido, te invitamos a reflexionar sobre la siguiente situación.

Actividades de Diagnóstico

De manera individual leamos detenidamente la situación que se nos plantea, reflexionemos, organicemos las ideas y respondamos sin temor a ser evaluado/a.

Mario estudiante del décimo grado, ha dibujado en una cartulina una pista circular con un automóvil en diferentes posiciones, como se muestra en la figura adjunta y le pregunta a su compañera Rosa lo siguiente:



a) ¿Cuáles consideras que son las magnitudes físicas que inciden en el movimiento circular que realiza al automóvil? Indícalas.

b) ¿Crees que el automóvil experimenta aceleración centrípeta?

c) ¿Qué es para ti la aceleración centrípeta?

Ahora nos disponemos a estudiar lo que es la aceleración centrípeta y la fuerza centrípeta.

Entonces, ¿Qué es la aceleración centrípeta?

En la unidad anterior, estudiamos el concepto aceleración y denotamos que es una magnitud vectorial, por tanto, se caracteriza por poseer magnitud, dirección y sentido. Entonces, podemos inferir que la aceleración que experimenta un cuerpo no solamente se debe a la variación del módulo de la velocidad (rapidez), sino también aparece cuando hay un cambio en la dirección y sentido de esta.

Consideremos una partícula que se mueve en una trayectoria circular, como se evidencia en la figura 2.10. Se puede notar que $\vec{v}$ por ser tangente a la trayectoria varía su dirección y sentido.

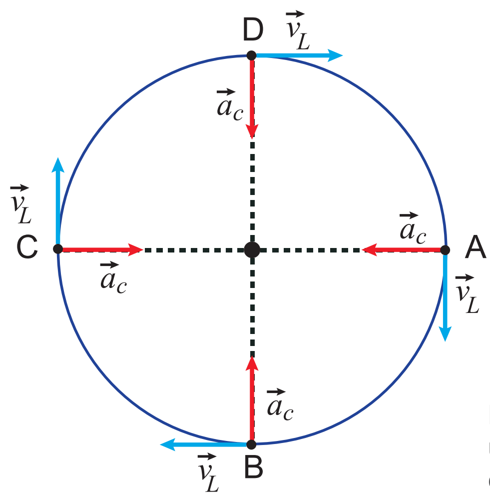


Figura 2.10;
La figura muestra los vectores de $\vec{v}_L$ y $\vec{a}_c$ de una particula en movimiento circular uniforme en algunos puntos de su trayectoria.

Esta variación de dirección y sentido produce una aceleración que es perpendicular al vector velocidad y está dirigida hacia el centro de la circunferencia por lo que se denomina Aceleración Centrípeta.

El módulo está dado por:

$$a_c = \frac{v_L^2}{R}$$

Esto nos indica que

$$a_c \; \alpha \; \frac{v_L^2}{R}$$

Es decir, la magnitud de a_c es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad lineal e inversamente proporcional al radio de la circunferencia.

Esta ecuación denota la aceleración centrípeta en función de la velocidad lineal.

Los elementos descritos anteriormente nos permiten reflexionar, que si un automóvil entra en una curva muy cerrada deberá disminuir su velocidad, ya que de no hacerlo su aceleración centrípeta aumentaría con el cuadrado de la velocidad y podría causar que el automóvil se salga de la curva provocando un accidente.

Aceleración centrípeta en función de la velocidad angular

Anteriormente examinamos que: $v_L = \omega R$ *entoces podemos escribir una ecuación que relacione la* a_c *con* ω*; para ello sustituyamos* $v_L = \omega R$ *en* $a_c = \frac{v_L^2}{R}$ *; lo cual nos da como resultado:* $a_c = \frac{(\omega R)^2}{R}$ ➡ $a_c = \omega^2 R$

Esta ecuación denota la aceleración centrípeta en función de la velocidad angular.

Actividades de Reforzamiento

Analicemos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1

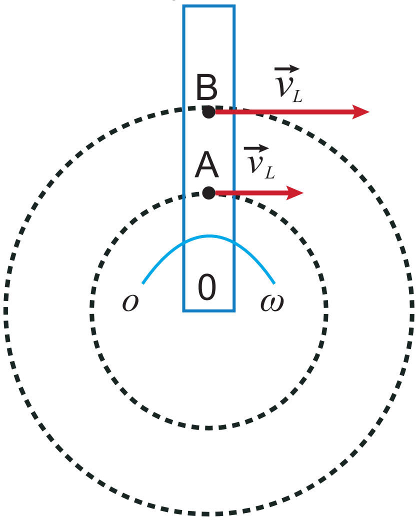
Consideremos una barra que gira con movimiento uniforme, alrededor de un eje que pasa por el punto O (véase figura adjunta), efectuando dos vueltas por segundo. Para los puntos A y B de la barra, situados a las distancias $R_A = 2,0\ m$ y $R_B = 3,0\ m$ del eje de rotación, calcule:

El periodo de movimiento de cada uno.

Las velocidades angulares ω_A y ω_B

Las velocidades lineales v_A y v_B

Las aceleraciones centrípetas a_{cA} y a_{cB}



Solución

Leamos el ejercicio detenidamente para saber qué datos conocemos y qué necesitamos para resolver el ejercicio.

Datos	Ecuación	Solución
$f = 2$ vueltas/s $R_A = 2{,}0\ m$ $R_B = 3{,}0\ m$ a) $T = ?$ b) $\omega_A ; \omega_B = ?$ c) $v_{LA} ; v_{LB} = ?$ d) $a_{CA} ; a_{CB}$	a) $T = \frac{1}{f}$ b) $\omega = \frac{2\pi}{T}$ c) $v_L = \omega R$ d) $a_C = \frac{v^2}{R}$	a) Cada punto de la barra tiene movimiento circular uniforme alrededor de O, siendo el periodo de rotación el mismo para todos esos puntos. Como la barra efectúa dos vueltas por segundo, entonces el periodo será: $f = \frac{1}{2\ vueltas/s}$ $T = 0{,}5\ s$ b) Como los puntos A y B giran con el mismo periodo, también tendrán la misma velocidad angular. $\omega_A = \omega_B = \frac{2\pi}{0{,}5\ s} = 4\pi\ rad/s$ c) En la figura podemos notar que los puntos A y B recorren distancias diferentes. Por tanto, aun cuando poseen la misma velocidad angular, tiene distinta velocidad lineal; entonces, siendo $\vec{v}_L = \omega R$ $v_{LA} = (4\pi)(2{,}0\ m) = 25{,}12\ m/s$ $v_{LB} = (4\pi)(3{,}0\ m) = 37{,}68\ m/s$ Notamos que la velocidad de B es mayor que la de A. d) Sabiendo que: $a_c = \frac{v_L^2}{R}$; entonces: $a_{cA} = \frac{(25{,}12\ m/s)^2}{(2{,}0\ m)} = 315{,}51\ m/s^2$ $a_{cB} = \frac{(37{,}68\ m/s)^2}{(3{,}0\ m)} = 473{,}26\ m/s^2$

Respuesta razonada:

a) Tanto el punto A como el punto B giran con un periodo $0{,}5\ s$.

b) Las velocidades angulares del punto A y B es de $4\pi\ rad/s$.

c) La velocidad lineal del punto A fue de $25{,}12\ m/s$, en cambio; la velocidad lineal del punto B fue de $37{,}68\ m/s$, dado que la $\vec{v}_{LA} > \vec{v}_{LB}$, ya que $R_B > R_A$

d) La aceleración centrípeta del punto A fue de $315{,}51\ m/s^2$ y la aceleración centrípeta del punto B fue de $473{,}26\ m/s^2$.

Ahora nos disponemos a estudiar lo que es la fuerza centrípeta.

Entonces, ¿Qué es la fuerza centrípeta?

Esta unidad nos ha ocupado del estudio del movimiento circular uniforme, en el cual hemos caracterizado que el vector velocidad ($\vec{v}_L$), tiene magnitud constante, pero su dirección y sentido varían.

Estudiamos, que la variación del sentido y la dirección del vector $\vec{v}$ se caracteriza por una aceleración centrípeta, (a_c), dirigida hacia el centro de la curva, como se observa en la figura 2.11, cuya magnitud está dada por: $a_c = \frac{v_L^2}{R}$, donde R es el radio de la circunferencia.

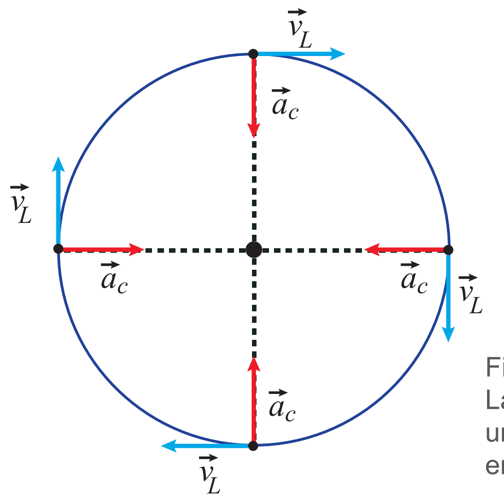


Figura 2.11;
La figura muestra los vectores de $\vec{v}_L$ y $\vec{a}_c$ de una particula en movimiento circular uniforme en algunos puntos de su trayectoria.

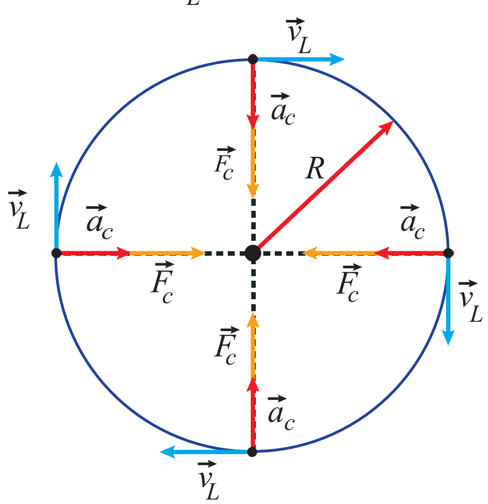


Figura 2.12; La fuerza centripeta produce la aceleración centripeta.

Como el movimiento del cuerpo presenta una aceleración, podemos deducir, por la Segunda Ley de Newton, que sobre el cuerpo debe estar actuando una fuerza responsable de dicha aceleración. Esta fuerza tiene la misma dirección y el mismo sentido que la aceleración a_c o sea, apuntará hacia el centro de la curva. Por tanto, recibe el nombre de Fuerza Centrípeta, representada por F_c , como se observa en la figura 2.12. Siendo m la masa del cuerpo en movimiento, podemos escribir entonces: una ecuación que nos permite calcular la fuerza centripeta. $F_c = m\,a_c$ o bien, $F_c = m\,\frac{v_L^2}{R}$

En resumen, podemos decir que:

Para que un cuerpo describa un movimiento circular uniforme, debe actuar sobre él una fuerza centrípeta $F_c = m\frac{v_L^2}{R}$, que hace que la velocidad del cuerpo cambie constantemente de dirección.

Examinemos ahora la fuerza centrípeta en algunos movimientos.

Es necesario comprender que siempre que una fuerza actúa sobre un cuerpo, debe existir un agente responsable de la misma. Así, cuando un cuerpo describe una trayectoria curva hay un agente responsable de la fuerza centrípeta que se ejerce sobre el cuerpo.

Actividades de Reforzamiento

Analicemos los siguientes ejemplos, en los cuales, identificaremos la fuerza centrípeta, así como a su agente responsable, en algunos movimientos.

Ejemplo 1

Supongamos que Miguel hace girar sobre una mesa horizontal lisa, una canica sujetada por una cuerda en un clavo, como se observa en la figura 2.13 a). ¿Qué fuerzas estarían actuando sobre la canica?, ¿Qué fuerza representa la fuerza centrípeta?

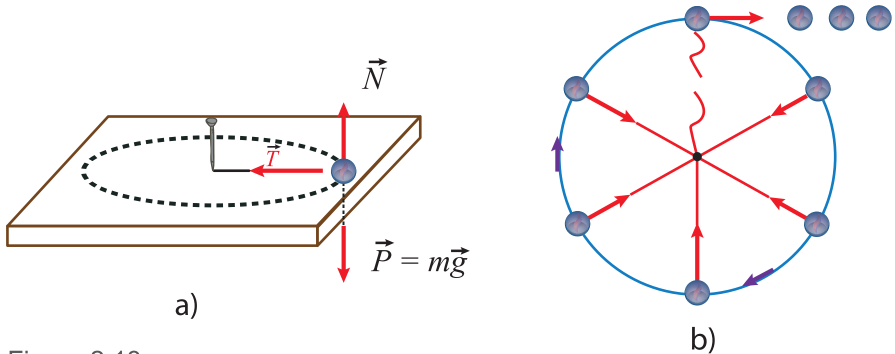


Figura 2.13;
Para el movimiento circular que se muestra en la figura, la fuerza centrípeta esta proporcionada por la tensión de la cuerda. Si se reventara, la fuerza centrípeta dejaría de existir, y el cuerpo pasaría a desplazarse en línea recta.

Solución

Sobre la canica actúa la tensión T (ejercida por la cuerda), la reacción normal N (de la mesa) y el peso ($m\,g$). Puesto que $m\,g$ y N son verticales, la aceleración centrípeta solo es producida por la tensión T de la cuerda. Por tanto, T representa la fuerza centrípeta en este movimiento y su valor estará dado por: $T = m\,\dfrac{v_L^2}{R}$

Por otra parte, la cuerda (que ejerce la tensión T es el agente responsable del cambio en la dirección de la velocidad de la canica. Por tanto, si la cuerda se reventara, la fuerza centrípeta dejaría de existir, y la canica, pasaría a moverse en la dirección de la tangente a la curva en el punto donde se rompió la cuerda, como se observa en la figura 2.10 b).

Ejemplo 2

Consideremos que el bus que viaja de Juigalpa a San Carlos, desplazándose por la carretera, de repente tiene que entrar a una curva entonces, ¿Qué fuerza representa la fuerza centrípeta?

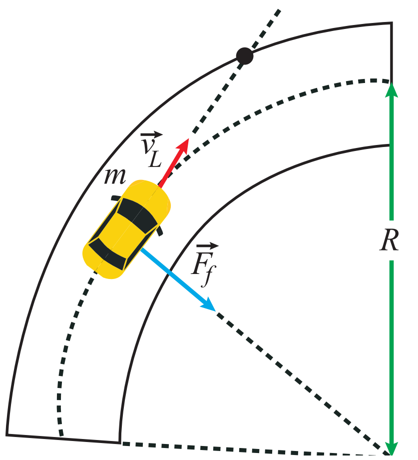


Figura 2.14;
Para que los vehículos describan una curva, la fuerza centrípeta la proporciona la fuerza de fricción que se ejerce entre los neumáticos de las llantas y el suelo.

Solución

Cuando el bus toma la curva, debido a que la trayectoria es curvilínea, la velocidad v del bus cambia constantemente de dirección. Deberá, entonces, existir una fuerza centrípeta que actúe sobre el bus, la cual sea responsable del cambio de dirección de v. En este caso, la fuerza centrípeta es proporcionada por la fuerza fricción (F_f) entre los neumáticos y la carretera.

Cuando el conductor del bus gira el volante al entrar en la curva, aparece como reacción de la carretera sobre los neumáticos de la llanta una fuerza de fricción lateral (F_f) dirigía hacia el centro de la curva, como se observa en la figura 2.14. Esta fuerza de fricción es la fuerza centrípeta en este movimiento, y podrá ser determinada haciendo uso de la siguiente ecuación:

$$F_f = m\,\frac{v_L^2}{R}$$

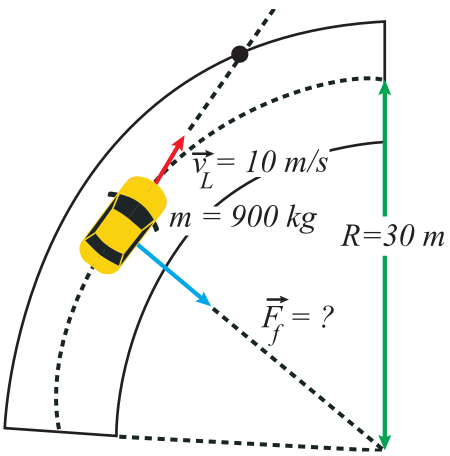
Si en algún momento la fuerza de fricción dejará de existir, el bus no podría describir la curva, seguiría en línea recta, saliéndose de la carretera.

En resumen, podemos decir que:

Siempre que un cuerpo describe una trayectoria circular, la fuerza centrípeta está dada en cada instante, por la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en la dirección del radio de la trayectoria.

Actividades de Reforzamiento
Analicemos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1



Consideremos que Juan viaja en su carro de $900\ kg$ sobre un trayecto de la carretera plana y horizontal del Crucero hacia Carazo que se desplaza a una velocidad de $10\ m/s$. Juan desea describir una curva cuyo radio es $R = 30\ m$, ¿Cuál será el valor de la fuerza centrípeta que deberá actuar sobre el carro para que consiga entrar en la curva?

Solución

Leamos el ejercicio detenidamente para saber qué datos conocemos y qué necesitamos para resolver el ejercicio.

Representemos esquemáticamente la situación a resolver:

Datos	Ecuación	Solución
$R = 30\ m$ $m = 900\ kg$ $v_L = 10\ m/s$ $F_c = ?$	$F_c = m\,\dfrac{v_L^2}{R}$	$F_c = (900\ kg)\,\dfrac{(10\ m/s)^2}{30\ m}$ $F_c = 3{,}0 \times 10^3\ N$ Simplificados unidades: $\dfrac{kg\ m^2/s^2}{m} = kg\,\dfrac{m^2}{s^2} \times \dfrac{1}{m} = N$

Respuesta razonada:

El valor de la fuerza centrípeta que deberá actuar sobre el carro para que consiga entrar en la curva ha de ser de $3{,}0 \times 10^3\ N$.

Actividades de Profundización y de Evaluación

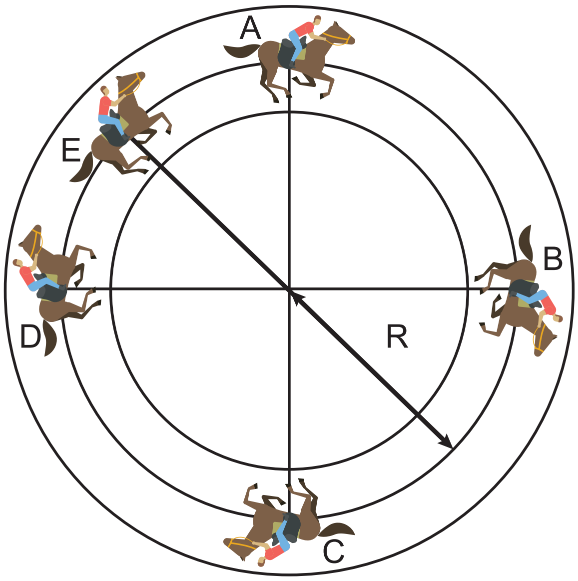
Resolvamos en equipo

I. Reflexionemos sobre las siguientes preguntas. No olvidemos participar con entusiasmo y respetar las ideas de nuestros compañeros y compañeras de clase.

1. ¿En qué consiste la aceleración centrípeta?

2. ¿En qué consiste la fuerza centrípeta?

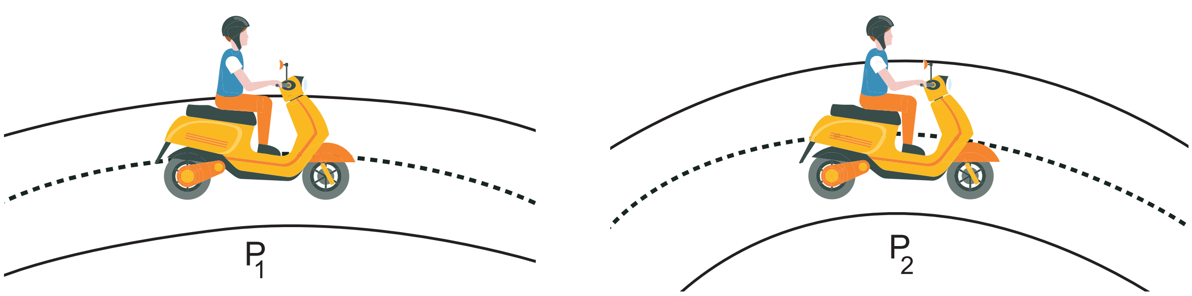
3. Marcos y su caballo "Tormenta" se preparan para su próxima competencia, para ello entrenan en una pista circular (véase figura adjunta), describiendo un movimiento circular uniforme. El sentido del movimiento es de A hacia B.



a) Traza, en la figura, el vector velocidad del caballo en cada una de las posiciones A, B, C, D y E que se muestran.
b) ¿Experimenta el caballo aceleración centrípeta?
c) Traza, en la figura, el vector a_c para cada una de las posiciones A, B, C, D y E que se indican.

4. Considere dos motos que se desplazan a una misma velocidad en las pistas P_1 y P_2 que se observan en la figura adjunta.

a) ¿Cuál de las dos pistas tiene mayor radio?
b) ¿Para cuál de las dos motos es mayor la aceleración centrípeta?



5. Antonio sale a correr alrededor de una rotonda y describe un MCU, si el periodo experimentado por Antonio se duplica, ¿Qué ocurre con:

a) Su velocidad angular?

b) Su frecuencia?
c) Su aceleración centrípeta?

6. Considere una bicicleta que se mueve con MCU, ¿Tendrán todos los puntos de sus ruedas la misma velocidad angular y la misma velocidad lineal? fundamente su respuesta.

II. Resuelve los siguientes ejercicios explicando los procedimientos y teorías físicas utilizadas en su resolución.

1. Convierta *20 RPM, 40 RPM y 80 RPM a rad/s.*

2. José tiene un ventilador que gira a razón de *800 RPM*. Determine:

a) La rapidez angular de un punto que se encuentra en una de las aspas del ventilador.
b) La rapidez tangencial del extremo del aspa, si la distancia desde el centro al extremo es de *15 cm*.

3. Marcos decide amarrar un objeto de *200 g* al extremo de una cuerda, y lo hace girar en un círculo horizontal de radio *1,20 m* a razón de *3,0 rev/s*. Considerando que la cuerda se encuentra en posición horizontal, es decir, el efecto de la gravedad se puede despreciar. ¿Cuál sería la aceleración experimentada por el objeto? y ¿Qué tensión se ejerce sobre la cuerda?

4. Teresa se encuentra en la periferia de un carrusel que tiene *3,5 m* de diámetro y gira a razón de *18 rad/s*. ¿Cuántas vueltas da en *10 s*? ¿Qué tiempo demora en dar una vuelta completa? ¿Cuál es la frecuencia y el período de rotación?

5. ¿Cuál es la máxima rapidez con la que una moto puede tomar una curva de *25 m* de radio en un camino plano si el coeficiente de fricción estático entre las llantas y la carretera es de *0,80*?

6. Consideremos que Elías viaja en su carro de *800 kg* sobre un trayecto de la carretera norte y se desplaza a una velocidad de *10 m/s*. Elías desea describir una curva cuyo radio es $R = 40\ m$, ¿Cuál será el valor de la fuerza centrípeta que deberá actuar sobre el carro para que consiga entrar en la curva?

7. ¿Cuál es la velocidad, en *rad/s*, de una rueda que gira a *300 RPM*.?
Si el diámetro de la rueda es de *90 cm* calcular la velocidad lineal en un punto de su periferia.

8. Siendo *30 cm* el radio de las ruedas de un coche y *900* las revoluciones que dan por minuto, calcúlese:

a) la velocidad angular de las mismas;
b) la velocidad del coche en *m/s* y en *km/h*.

9. Un coche circula a una velocidad de *90 km/h*, si el radio de las ruedas del coche es de *30 cm* calcular:

a) Su velocidad lineal en *m/s*.
b) La velocidad angular de las ruedas en *rad /s y RPM.*

10. La rueda de una bicicleta tiene *30 cm* de radio y gira uniformemente a razón de *25 vueltas* por *minuto*. Calcular:

a) La velocidad angular, en *rad/s*.
b) La velocidad lineal de un punto de la periferia de la rueda.
c) El ángulo girado por la rueda en *30 s.*
d) El número de vueltas en ese tiempo.

11. Las aspas de un ventilador giran uniformemente a razón de *90 vueltas* por *minuto*, determina:

a) Su velocidad angular, en *rad/s*;
b) El número de vueltas que darán las aspas en *5 min*.
c) Su periodo
d) Su frecuencia

12. Un tren eléctrico de juguete da vueltas en una pista circular de *2 m* de radio, con una velocidad constante de *4 m/s*. ¿Tiene aceleración? ¿Cuánto vale?

13. Dos móviles describen una trayectoria circular y salen del mismo punto, en sentidos opuestos con velocidades de $\pi/8$ y $\pi/4$ *rad/s* ¿Cuánto tiempo tardan en encontrarse?

14. Un cuerpo gira en círculos de *80 cm* de diámetro con rapidez constante de *72 km/h.* ¿Cuál es su aceleración centrípeta expresada en m/s^2 ?

15. Un carro de juguete que se mueve con rapidez constante completa una vuelta alrededor de una pista circular (una distancia de *200 m*) en *25 s*.

a) Cual es la rapidez promedio?
b) Si la masa del auto es de *1,5 kg*. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza centrípeta que la mantiene en un círculo?

16. En el modelo de Bohr del átomo de Hidrógeno, la rapidez del electrón es aproximadamente $2{,}2 \times 10^6$ *m/s*. Encuentre:

a) La fuerza que actúa sobre el electrón cuando este gira en una órbita circular de $0{,}53 \times 10^{-10}$ *m* de radio
b) La aceleración centrípeta del electrón.
Masa = $9{,}11 \times 10^{-31}$ *kg*. $v = 2{,}2 \times 10^6$ *m/s*. $r = 0{,}53 \times 10^{-10}$ *m*.

UNIDAD III
GRAVITACIÓN UNIVERSAL

UNIDAD III
GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Desempeño de aprendizaje

Analiza y explica el movimiento de planetas y satélites utilizando la Ley de Gravitación Universal, las Leyes de Newton, las Leyes de Kepler y los parámetros del movimiento circular uniforme.

Indicadores de logro

1. Establece diferencias sobre los modelos propuestos del sistema planetario.

2. Describe el movimiento de planetas y satélites y determina la fuerza con que se atraen.

3. Aplica estrategias en la solución de diversas situaciones relacionados con el movimiento de planetas y satélites.

4. Explica la importancia de los satélites artificiales en: comunicación, meteorología, mineralogía investigaciones espaciales.

3. Gravitación Universal

3.1. Modelos del sistema planetario.

3.2. Leyes de Kepler.

3.2.1. Kepler y las observaciones de Tycho Brahe.

3.3. Ley de Gravitación Universal

3.3.1. Movimiento de los satélites.

Sabias que…
Sobre nuestro Sistema solar

*Nuestro lugar en el universo es un pequeño planeta que gira alrededor de una estrella mediana clase G2, a la que llamamos Sol. Nacido hace cuatro mil seiscientos millones de años, el Sol contiene el 99,86 % de la materia de todo el sistema solar y está ubicado en el llamado "**Brazo de Orión**" de una enorme galaxia de "**tipo espiral**" a la que hemos denominado Via Láctea. Se sabe que aún le quedan unos 5 000 millones de años de vida, con lo cual nuestro sistema solar aún no llegó a la mitad de su existencia.*

*El sistema solar además gira alrededor de la galaxia viajando a 250 kilómetros por segundo, tardando 250 millones de años aproximadamente en dar una vuelta completa; a esta vuelta completa se la denomina "**Año cósmico**" o también "**año galáctico**". Nuestro Sol se ubica a una distancia de casi 28 000 años luz (8 500 pársecs) del centro de la Vía Láctea, donde se encuentra un agujero negro supermasivo llamado Sagitario A. Una más de las incontables galaxias que se encuentran dispersas en el universo ya que no hay datos sobre la cantidad total. Algunos científicos aseguran que podrían existir 500 000 millones de galaxias en nuestro universo. Sin embargo las condiciones para la vida inteligente parecen estar reservadas para pocos sistemas planetarios que sean similares al nuestro, por eso es tan importante intentar saber cuál es el origen de nuestro sistema solar para descubrir vida en otros planetas orbitando en la denominada "**zona habitable**". En nuestro sistema solar la zona habitable la ocupan los planetas Marte y La Tierra. El tamaño de nuestro sistema solar es de 120 Unidades Astronómicas, unos 18 mil millones de kilómetros.*

Cerca de la Tierra se encuentran: Ocho planetas, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno y Urano. Aunque a fines del año 2015 y principios del año 2016 se han realizado estudios que indican una probabilidad estadística muy alta que exista un noveno planeta gigante.

*Cada planeta se encuentra al doble de distancia del planeta anterior, por eso vemos cerca a Mercurio y a Venus pero cada vez más lejos a Júpiter, Saturno y Urano. Esta característica de distancia que no siempre se cumple con exactitud se la denomina "**ley de Titiuis-Bode**"*

3.1 Modelos del sistema planetario

Antes de iniciar el estudio de este contenido, te invito a reflexionar sobre las siguientes situaciones.

Actividades de Diagnóstico

De manera individual lea detenidamente las situaciones que se te plantean, reflexiona, organiza tus ideas y responde sin temor a ser evaluados.

4. ¿Tienes algún conocimiento de las teorías que han surgido a lo largo de la historia referente a la posición del Sol y los planetas en particular de la Tierra?

Realiza tus anotaciones en tu cuaderno de trabajo y posteriormente compártelo ante tus compañeros/as.

5. Mario, estudiante de décimo grado, es un niño muy curioso, ha notado que el Sol sale por la mañana en un determinado punto, en el trascurso del día recorre cierta trayectoria en el cielo y por la tarde se oculta en otro punto, entonces, Mario concluye que este es un claro ejemplo de que la Tierra es el Centro del Universo.

   a) ¿Estás de acuerdo con la opinión de Mario? Explica.
   b) Si no estás de acuerdo, brinda tu propia explicación a esta situación.

Ahora nos disponemos a estudiar los Modelos del Sistema Planetario y te darás cuenta si tenías o no la razón en tus respuestas dadas.

¿Cuáles son los Modelos del Sistema Planetario?

En la actualidad, con base a los diversos avances que ha experimentado la ciencia, lo cual lo vemos reflejado en la medicina, las tecnologías que tenemos a nuestro alcance, valoramos que la ciencia no es lineal, ni estática, sino que está en constante evolución, según las necesidades de la sociedad.

Los sistemas planetarios no han estado exentos del proceso evolutivo, sino que han experimentado cambios, los cuales han sido defendidos por diferentes científicos y se han generado controversias, las cuales estaremos analizando posteriormente.

En la antigüedad, los científicos al tratar de brindar explicaciones acerca de la ubicación de la Tierra en el universo, les conllevó al surgimiento de dos modelos: ***Geocéntrico y Heliocéntrico.***

Como hemos destacado anteriormente, estos modelos fueron defendidos por distintos científicos. A continuación, te invito a conocer un poco de historia sobre estos modelos y a los científicos que los defendieron, para ello haremos uso de la tabla de los modelos del sistema planetario

Tabla de Modelos del Sistema Planetario

Precursor y aportes

Aristóteles (Estagira, 384 a.C. - Calcis, 322 a.C.).

Este precursor fue un Filósofo, Lógico y Científico de la antigua Grecia, quien concebía a la Tierra como el centro del universo, y a los planetas como cuerpos celestes girando alrededor de ésta en órbitas circulares.

Claudio Ptolomeo (Ptolemaida, Tebaida, d.C. 100 - Cánope, 170 d.C).

Fue un Astrónomo, Astrólogo, Químico, Geógrafo y Matemático greco-egipcio, quien compartía las ideas de Aristóteles al concebir a la Tierra como el centro del universo. Ptolomeo hizo uso de un sistema de epiciclos, es decir, sobre el círculo, a fin de describir el movimiento de los planetas. Desde este sistema, el Sol y los planetas giran en torno a la Tierra en una combinación de movimientos circulares. Cada uno de estos cuerpos giraba alrededor de un segundo círculo, llamado epiciclo, cuyo centro estaba situado en el primero, como se observa en la *figura 3.1*.

Las ideas poseídas por Aristóteles y Ptolomeo, perduraron por mucho tiempo, aproximadamente unos 2000 años, hasta que distintos físicos y astrónomos en la época del Renacimiento, se interesaron por efectuar estudios a las órbitas planetarias, recopilando distintos datos desde un punto de vista científico y racional; aspectos que dieron origen a un nuevo modelo, denominado ***Heliocéntrico***, el cual se contrapone al modelo ***Geocéntrico.***

Modelo y representación gráfica

Geocéntrico

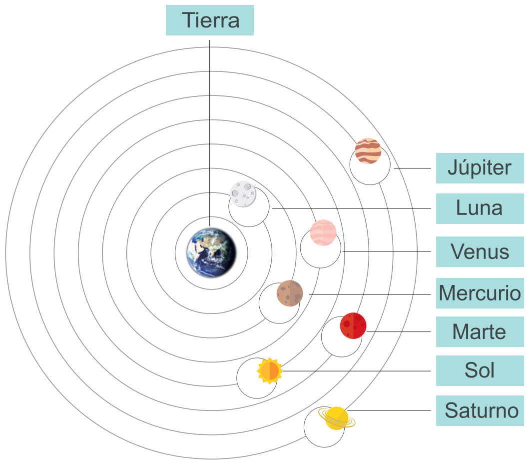


Figura 3.1 Modelo Geocéntrico

Este fue el primer modelo que surgió en la búsqueda de explicar la ubicación de la Tierra en el Universo, en el siglo VI a. C. (antes de Cristo) y nace a partir de observaciones cotidianas basadas en la intuición humana; por ejemplo, recordando la pregunta diagnóstica, Mario para llegar a la conclusión de que la Tierra es el centro del Universo, se basa en lo observado, el hecho de que el Sol salga por la mañana en un determinado punto, recorra cierta trayectoria en el cielo y por la tarde se oculta en otro punto.

Este modelo plantea que:

> “*La Tierra en el centro del universo, y a su alrededor gira el Sol y el resto de los planetas.*”

Heliocéntrico

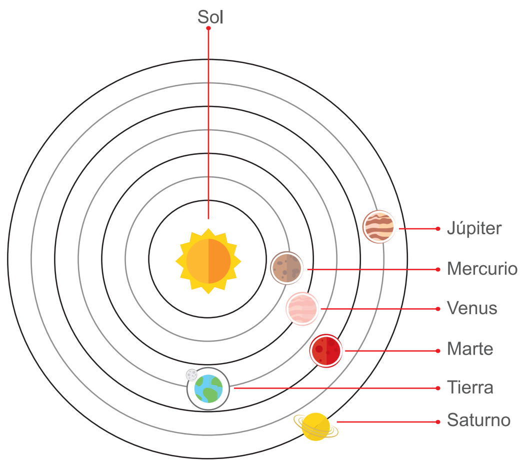


Figura 3.2 Modelo Heliocéntrico

Aristarco de Samos (310 a. C. - 230 a. C).

Fue un Astrónomo y Matemático griego. El primero en plantear un Modelo Heliocéntrico. Calculó que la Tierra se encuentra unas 18 veces más distante del Sol que de la Luna, y que el Sol era unas 300 veces mayor que la Tierra. El método usado por Aristarco era correcto, no así las mediciones que estableció, pues el Sol se encuentra unas 400 veces más lejos.

Formuló por primera vez, una teoría heliocéntrica completa: mientras el Sol y las demás estrellas permanecen fijas en el espacio, la Tierra y los restantes planetas giran en órbitas circulares alrededor del Sol. Su modelo heliocéntrico (que no tuvo seguidores en su época, dominada por la concepción geocéntrica) encontró mayor precisión y detalle en el sistema de Copérnico, ya en el año 1500. Este modelo fue rechazado por la mayoría de los filósofos griegos, debido a la contraposición que ofrecía sobre el modelo geocéntrico que había imperado por mucho tiempo.

Nicolás Copérnico (1473 - 1543).

Fue un astrónomo del Renacimiento, compartió el modelo propuesto por Aristarco, pero se interesa por reformular dicha teoría, y lo hace empleando cálculos matemáticos para sustentar la hipótesis. Sus ideas marcaron el inicio de la revolución científica. Determinó que el movimiento de los planetas puede explicarse atribuyendo una posición central al Sol (*figura 3.2*)

Todos los planetas giran en órbitas circulares en torno al Sol, y la distancia a las estrellas es infinitamente grande. También, dentro de sus aportaciones está el nuevo orden de alineación de

Este modelo concibe que:

> *"La Tierra junto con los demás planetas, giran entorno al Sol, que pasa a considerarse el centro del universo."*

Podemos inferir que llegar a esta conclusión, no fue tarea fácil para estos científicos, sino que constituyó todo un proceso de análisis y recolección de datos y sobre todo, diversas controversias generadas en la época, debido a que plantean un modelo que se contraponía en su totalidad con el modelo geocéntrico que había perdurado aproximadamente por más de 2000 años, como se ha destacado anteriormente.

los planetas según sus periodos de rotación. A diferencia de la teoría de Ptolomeo, **Copérnico vio que cuanto mayor era el radio de la órbita de un planeta, más tiempo tardaba en dar una vuelta completa alrededor del Sol.**

Galileo Galilei (1564 - 1642).

Fue Astrónomo, Filósofo, Ingeniero, Matemático y Físico, quien se interesó por estudiar la posición de la Tierra en el Universo y descubrió pruebas que le ayudaron a defender el modelo heliocéntrico, reformulado por Copérnico.

Galileo construyó un dispositivo denominado *telescopio*, con el cual logra observar las fases de Venus, deduciendo con ello que este planeta giraba alrededor del Sol. También, descubrió las cuatro lunas girando alrededor de Júpiter, los anillos de Saturno y las manchas solares.

Galileo presentó pruebas para apoyar la teoría de Copérnico y también para demostrar otros errores respecto a la astronomía, haciendo uso del telescopio construido. Algunas de sus pruebas fueron:

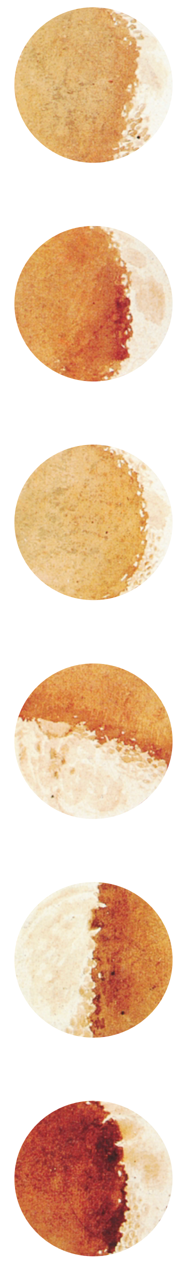
• En las percepciones de Aristóteles los cielos eran perfectos, y Galileo encuentra "montañas en la Luna".

• Esta fue la primera prueba que directamente probaba que no todo giraba en torno a la Tierra, Galileo descubre que cuatro cuerpos celestes giran en torno a Júpiter.

• Descubre que Venus gira en torno al Sol, por su variación de tamaño.

• Galileo encontró manchas en el Sol, era un argumento más contra la perfección del cielo que postulaba Aristóteles, y también, demostraba que el Sol no se movía, de no ser así, las manchas se verían de distintas maneras.

Figura 3.3 Ilustración por Galileo Galilei sobre las fases lunares



Actividades a Realizar en Pareja

Reunidos con nuestro compañero/a, respondamos a las siguientes interrogantes:

1. Aristóteles y Ptolomeo se apoyaron en el modelo geocéntrico para explicar la posición de la Tierra en el sistema planetario, ¿Qué diferencias existen entre los fundamentos de estos científicos?

2. ¿Qué diferencia existe entre el sistema geocéntrico y heliocéntrico? Apoyen sus explicaciones esquematizando cada uno de los sistemas.

3. Reflexiona ¿En qué se fundamenta el surgimiento del modelo geocéntrico y heliocéntrico?

4. Investiga en diferentes fuentes bibliográficas, ¿Qué otros aportes brindó Ptolomeo a la Astronomía?

3.2 Leyes de Kepler.
Kepler y las observaciones de Tycho Brahe.

Antes de iniciar el estudio de este contenido, te invito a reflexionar sobre la siguiente situación.

Actividades de Diagnóstico

De manera individual lea detenidamente las preguntas que se te plantea, reflexiona, organiza tus ideas y responde sin temor a ser evaluado/a.

1. ¿Qué tipo de trayectoria consideras que describe un determinado planeta alrededor del Sol? Explica.

2. Considera el movimiento experimentado por el planeta Tierra alrededor del Sol, ¿Crees que la velocidad es la misma en cada punto de su trayectoria? ¿Por qué?

Ahora nos disponemos a estudiar las Leyes de Kepler y las principales observaciones de Tycho Brahe, y te darás cuenta si tenías o no la razón en tus respuestas dadas.

En el epígrafe anterior, nos hemos dado cuenta que el surgimiento de los modelos ***Geocéntrico y Heliocéntrico,*** constituyó todo un proceso, el cual implicó que distintos científicos brindaran sus percepciones y defendieran sus posturas.

3.2.1 Kepler y las observaciones de Tycho Brahe

Otro de los astrónomos que brindó valiosos aportes sobre la ubicación de la Tierra en el universo fue Tycho Brahe (1546 - 1601), astrónomo danés, quien descubrió algunas leyes sobre el movimiento de la luna, además de calcular la posición de 777 estrellas y obtuvo datos interesantes sobre los cometas. Todos estos aspectos los logró realizar gracias a las facilidades proporcionadas por Federico II, Rey de Dinamarca, quien le mandó a construir un observatorio asignándole un sueldo para que pudiera realizar sus investigaciones. Cuando fallece el Rey, Brahe se ve obligado a marcharse a Praga, lugar en donde tuvo como discípulo a Johannes Kepler.

Brahe se interesó mucho por la astronomía, conllevándole a recopilar diversos datos sobre la posición de las estrellas y de los planetas, proceso que llevó a cabo aproximadamente en un periodo de 20 años y asumía que las órbitas de los planetas alrededor del Sol eran circulares.

Como hemos destacado anteriormente, cuando Brahe llega a Praga tuvo como discípulo a Johannes Kepler (1571-1630), quien fue su ayudante matemático. Al año de estar trabajando juntos, Brahe fallece y es Kepler quien hereda todos los datos recopilados por Brahe acerca de la posición de los planetas.

Tycho Brahe
Nació: *14 de diciembre de 1546*
Castillo de Knutstorp, Suecia
Murió*: 24 de Octubre de 1601*
Praga, República Checa

Johannes Kepler
Nació: *27 de diciembre de 1571*
Weil der Stadt, Alemania
Murió: *15 de Noviembre de 1630*
Ratisbona

Kepler retoma los datos obtenidos por Brahe e intenta obtener la órbita circular de Marte, pero determina que ningún círculo se ajustaba a las medidas realizadas por Brahe y encuentra que en lugar de círculos, utilizando elipses, el ajuste con las observaciones era perfecto.

Kepler hizo uso de los diversos datos heredados por Brahe y aplicó sus habilidades matemáticas aproximadamente durante 17 años, logrando fundamentar las leyes del movimiento de los planetas, lo cual dio origen al nacimiento de la Mecánica Celeste. Las Leyes de Kepler son válidas, no solo para los planetas, sino también para cualquier sistema compuesto por un cuerpo que gira entorno a otro más masivo, donde es válida la ley de cuadrado inverso de la gravitación, contenido que examinaremos posteriores.

Ahora nos disponemos a estudiar las Leyes de Kepler

Pero, **¿Qué plantean las Leyes de Kepler?**

Primera Ley de Kepler

Anteriormente, hemos destacado que Kepler se valió de los datos obtenidos por Brahe durante muchos años, a fin de concretizar sus leyes. Durante el análisis de dichos datos, determina que el centro del universo no estaba en el Sol, y pensaba que este fenómeno se debía a la interacción de la "fuerza" del Sol y la "fuerza" del mismo planeta, provocando que algunas veces la Tierra girara cerca del Sol y otras veces más lejos.

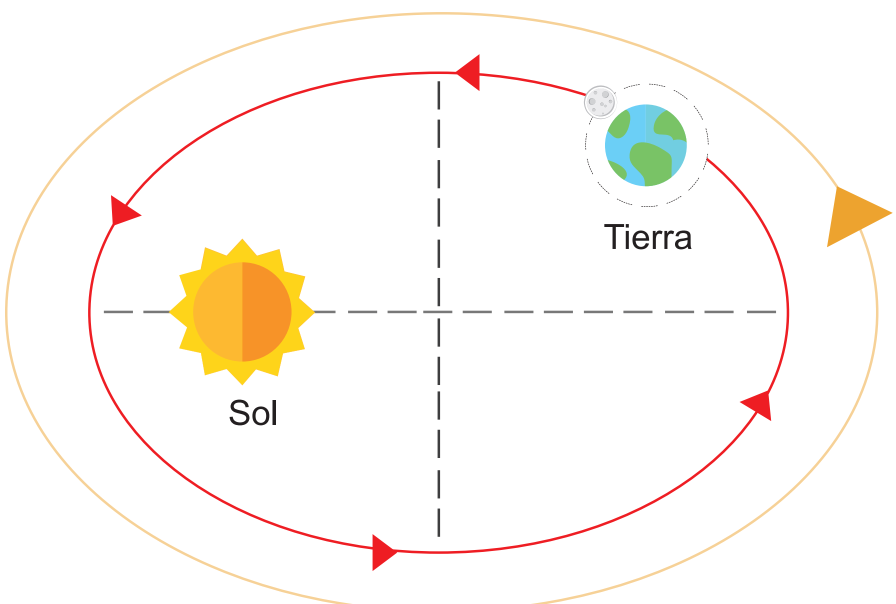


Figura 3.4 Representación de la I Ley de Kepler

Kepler, realizando diversas pruebas con los datos heredados de Brahe, establece que el planeta Marte seguía un movimiento geométrico que obedecía a una elipse y no a un círculo excéntrico como él pensaba. De esta manera, **la Primera Ley de Kepler también conocida como Ley de Órbitas**, plantea lo siguiente:

> ***Primera Ley de Kepler o Ley de Órbitas:*** *Todo planeta gira alrededor del Sol describiendo una órbita elíptica, en la cual el Sol ocupa uno de los focos.*

La *figura 3.4* representa una elipse con el Sol en uno de los focos y el planeta Tierra orbitando alrededor del Sol.

Con base a tus conocimientos matemáticos y los aspectos destacados en la *figura 3.5* sabrás que una elipse es una curva plana y cerrada en donde la suma de la distancia a los focos (puntos fijos, F_1 y F_2) desde uno cualquiera de los puntos M que la forman es constante y es igual a la longitud del eje mayor de la elipse (segmento $\overline{AB}$). El eje menor de la elipse es el segmento $\overline{CD}$, es perpendicular al segmento $\overline{AB}$ y corta a este por el medio.

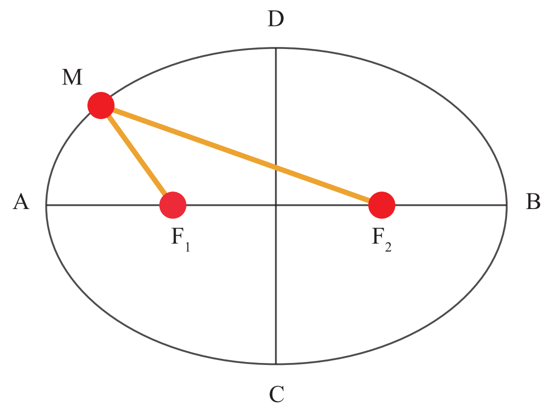


Figura 3.5 Relación entre la distancia del centro de la elipse a uno de los focos

En esta figura, podemos observar la relación existente entre la distancia del centro de la elipse a uno de los focos y la longitud del semieje mayor como la excentricidad, por tanto órbitas con excentricidad igual a cero, geométricamente se constituirían en círculo perfecto, por lo cual entre más aplanada este la elipse, nos indica que más excéntrica va a ser, siendo uno la máxima excentricidad.

Segunda Ley de Kepler

Kepler se interesó por conocer la velocidad de los planetas y basado en los datos obtenidos por Brahe, logra comprobar que **los planetas se mueven con más rapidez cuando están más cercanos al Sol y ocurre el caso contrario cuando están más lejos, es decir; se mueven con más lentitud.**

La Segunda Ley de Kepler, explica él porque es posible que los planetas giren en órbitas elípticas manteniéndose cerca del Sol por la fuerza de gravedad sin llegar a ser absorbidas por él; esto es debido a la variación de la velocidad con que se mueven los planetas en el espacio. Como hemos destacado anteriormente, mientras más cerca están del Sol más rápido se mueven y viceversa. Por ejemplo: El planeta Mercurio, con una distancia de 58 millones de kilómetros, es el más cercano al Sol y tarda 88 días en recorrer su órbita con una velocidad media de *50 km/s*. La Tierra, a una distancia de 149 millones de kilómetros del Sol, tarda un año en recorrer su órbita con una velocidad media de *30 km/s*.

En la *figura 3.6* podemos observar el movimiento de la Tierra alrededor del Sol. La Tierra se mueve sobre su órbita a una velocidad variable, la cual aumenta conforme se aproxima al Sol. Kepler logró descubrir que en tiempos iguales las áreas descritas por el radio vector que va del Sol a la Tierra son iguales:

$$A_1 = A_2$$

Por tanto, el tiempo en que el radio vector pasa del punto ***A*** al ***B,*** es el mismo que tarda en pasar de ***C*** a ***D***.

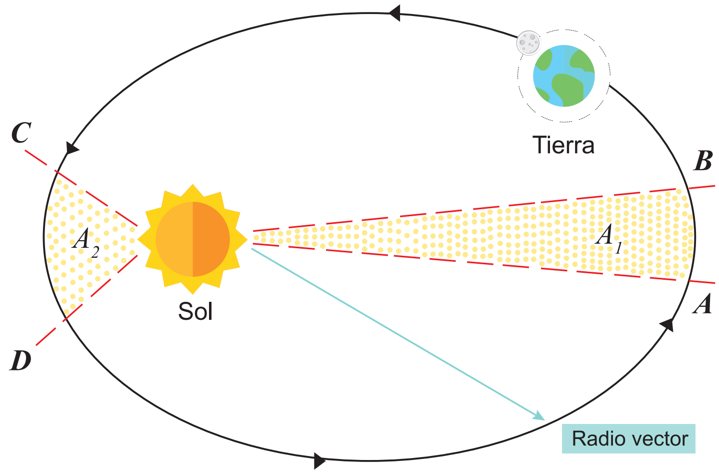


Figura 3.6 En tiempos iguales las áreas descritas por el radio vector que va del Sol a la Tierra son iguales: $A_1 = A_2$

Tomando como punto de partida los aspectos antes mencionados, Kepler, logra formular su **Segunda Ley, también conocida como Ley de las Áreas**

> ***Segunda Ley de Kepler o Ley de las Áreas:*** *el radio focal que une a un planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.*
> $A_1 = A_2$.

En el estudio de esta Ley es necesario estar claros de dos conceptos; esto son: ***Perihelio y Afelio.***

Pero, ¿Qué es el Perihelio y qué es el Afelio?

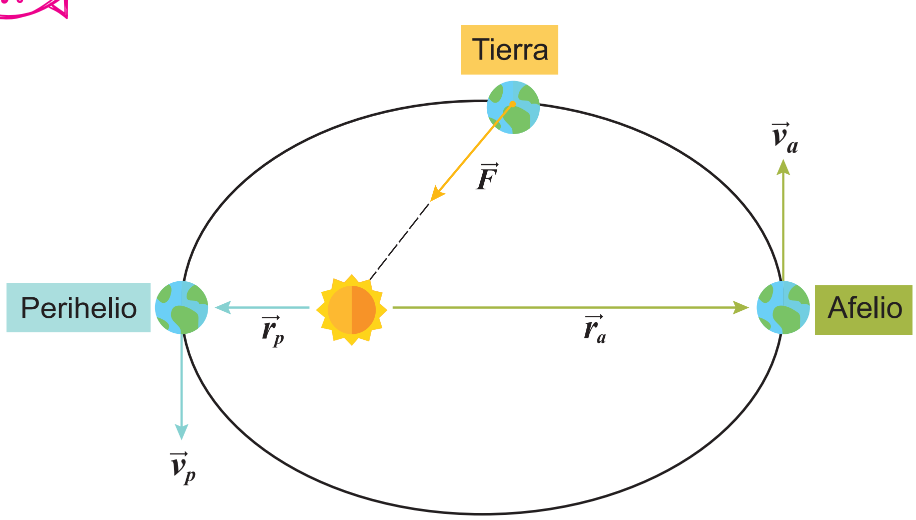


Figura 3.7 Perihelio y Afelio del planeta Tierra

El ***Perihelio*** constituye la distancia más cercana a la que un planeta está del Sol y el ***Afelio*** constituye la máxima distancia del Sol a este. En la *figura 3.8* se observa el Perihelio y el Afelio del planeta Tierra en su órbita. Por tanto, se puede inferir que un determinado planeta se mueve con mayor rapidez en el Perihelio y más lentamente en el Afelio.

Tercera Ley de Kepler

Kepler tomando como punto de partida los datos heredados por Brahe, buscó establecer una relación entre los periodos de revolución de los planetas (T) y los radios de sus órbitas (R). Después de aproximadamente 10 años de estudio e intentos, logra descubrir una relación que se resume en su Tercera Ley.

A fin de comprender mejor esta ley, te invito a analizar los datos presentados en la siguiente tabla de la relación entre el período y el radio de un planeta.

Tabla de la relación entre el período y el radio de un planeta

Planetas	*Periodo de revolución (T) (en años)*	*Radio de la órbita (R) (en u.a)*	T^2/r^3 [en año^2 / (u.a)^3]
Mercurio	*0,241*	*0,387*	*1,002*
Venus	*0,615*	*0,723*	*1,000*
Tierra	*1,000*	*1,000*	*1,000*
Marte	*1,881*	*1,524*	*0,999*
Júpiter	*11,86*	*5,204*	*0,997*
Saturno	*29,6*	*9,58*	*0,996*
Urano	*83,7*	*19,14*	*1,000*
Neptuno	*165,4*	*30,2*	*0,993*
Plutón	*248*	*39,4*	*1,004*

1 u. a = 1 unidad astronómica = 1,5 x 10^8 km.

Podemos observar que los datos correspondientes a los periodos de revolución de los planetas alrededor del Sol, divergen entre sí, asimismo los radios de sus órbitas, pero cuando se eleva a la segunda potencia el periodo de revolución de cada planeta, estos es T^2 y se divide entre la tercera potencia del radio de su órbita, esto es R^3, el cociente T^2/R^3 resulta tener el mismo valor para cada planeta. Se notan unas diferencias mínimas, justificadas plenamente por errores.

Tomando como punto de partida, los aspectos antes mencionados, Kepler logra formular su **Tercera Ley, también conocida como Ley Armónica.**

> ***Tercera Ley de Kepler o Ley Armónica:*** *el cuadrado del período orbital de un planeta es directamente proporcional al cubo de la distancia promedio entre el planeta y el Sol.*
>
> *Matemáticamente esta ley se expresa por:*
>
> $$T^2 / R^3 = K$$

Donde K es una constante para todos los planetas. De esta relación se puede obtener $T^2 = K R^3$ y se deduce que el cuadrado del periodo de revolución de cada planeta es directamente proporcional al cubo del radio de su órbita, es decir:

$$T^2 \alpha R^3.$$

Notamos que resulta sencillo evaluar la constante K para las órbitas planetarias del sistema solar, pues es el resultado del cociente T^2 / R^3, esto es válido únicamente para los planetas del sistema solar, pero no para sus satélites.

Hasta aquí hemos estudiado las Tres Leyes de Kepler, las que se constituyen las leyes básicas del movimiento de los planetas. Kepler logró explicar con precisión la cinemática del sistema planetario sin llegar a la explicación dinámica del mismo, es decir, cuales son las causas que lo originan. Sin embargo, su contribución a la astronomía es digna de elogio, si se considera que sus observaciones las realizó cuando todavía no se inventaba el telescopio.

Newton, basado en el trabajo realizado por Kepler, elabora la mecánica del movimiento de los planetas y descubre una de las leyes fundamentales de la naturaleza: la Ley de la Gravitación Universal, aspecto que se examina en el siguiente contenido.

Actividades de Profundización y de Evaluación

Resolvamos en equipo

I. Reflexionemos sobre las siguientes preguntas. No olvidemos participar con entusiasmo y respetar las ideas de nuestros compañeros/as de clase.

1. ¿Cuál fue la principal fuente de información que permitió a Kepler descubrir sus leyes?

2. ¿Qué diferencia existe entre Perihelio y Afelio?

3. Tomando como punto de partida el planteamiento de la primera Ley de Kepler:

   a) Realice un dibujo que muestre la forma aproximada de la trayectoria descrita por el planeta Marte alrededor del Sol. ¿Cómo se denomina esta curva?

b) ¿Se encuentra situado el Sol en el centro de la órbita? Fundamente su respuesta.

4. María, Rosa y Ángela, estudiantes del décimo grado se encuentran discutiendo sobre ¿Cuál de los puntos ***B, C, D y E,*** mostrados en la *figura 3.8* representa mejor la posición que el Sol ocupa?; sabiendo que velocidad de este planeta es máxima al pasar por el punto ***A.***

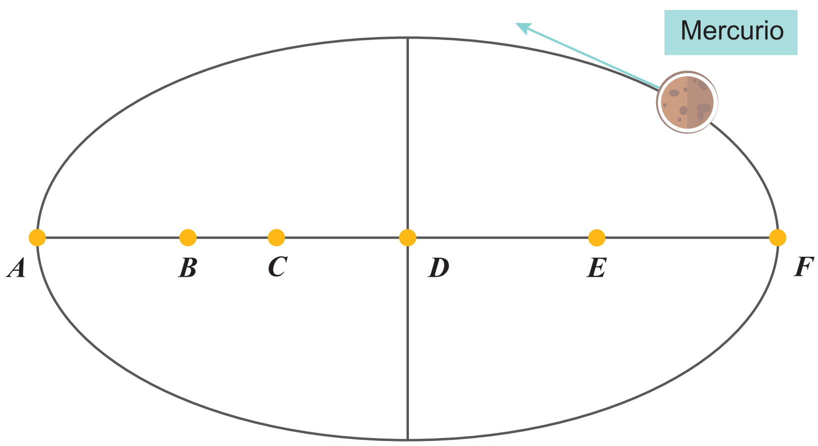


Figura 3.8 Representación de la trayectoria de Mercurio alrededor del Sol.

María afirma que: *"El punto que representa mejor la posición que el Sol ocupa es el punto **E**, ya que se nos afirma que la velocidad del planeta Mercurio es máxima al pasar por el punto **A**, entonces como el punto **E** está más distante del punto **A**, la velocidad es mayor".*

Rosa asegura que: *"El punto que representa mejor la posición que el Sol ocupa es el punto **D**, debido a que está en el centro y existe una misma atracción".*

Ángela dice que: *"El punto que representa mejor la posición que el Sol ocupa es el punto **C**".*

Después de leer críticamente cada uno de los planteamientos de las estudiantes, responde:

a) ¿Con cuál de las estudiantes estás de acuerdo? ¿Por qué?

b) Si no estás de acuerdo brinda tu propia explicación, ¿Qué punto representa para ti la mejor posición que el Sol ocupa?

c) En la *figura 3.8* indica el Afelio y el Perihelio para este planeta.

5. Mario ha leído en un artículo periodístico, que se ha descubierto un pequeño planeta con un periodo $T = 8,0$ ***años***, y cuya distancia al Sol es $R = 4,0$ ***u. a.*** si esto fuese verdad, ¿Confirmarían tales datos la tercera Ley de Kepler?, ¿Qué explicación le brindarías a Mario?

3.3 Ley de Gravitación Universal
Movimiento de los satélites

Antes de iniciar el estudio de este contenido, te invitamos a reflexionar sobre la siguiente situación.

Actividades de Diagnóstico

De manera individual leamos detenidamente la situaciones que se nos plantea, reflexionemos, organicemos las ideas y respondamos sin temor a ser evaluado/a.

1. ¿Cuáles consideras que son las causas de que una naranja caiga de un árbol desde una determinada altura?

2. ¿Cuáles consideras que son las fuerzas que están actuando sobre la naranja que cae, observa en la *figura 3.9* adjunta? Indica en ella dichas fuerzas.

3. Alguna vez te has preguntado, ¿Por qué la Luna no se estrella contra la Tierra? ¿Cuál considera que es la causa de este hecho?

Figura 3.9 Representación de la caida de una naranja

*Ahora nos disponemos a estudiar la **Ley de Gravitación Universal**, y te darás cuenta si tenías o no la razón en tus respuestas dadas.*

En el contenido anterior examinamos que Kepler se basó en los datos heredados de Brahe para enunciar las Leyes que rigen la cinemática del movimiento planetario. Igualmente, Isaac Newton, físico y matemático inglés al ocuparse del estudio del movimiento de los planetas con base a las leyes de Kepler, observó que como describen órbitas alrededor del Sol, deben estar sujetos a una fuerza dirigida hacia el centro de la circunferencia llamada fuerza centrípeta, ya que de lo contrario sus trayectorias no serían curvas.

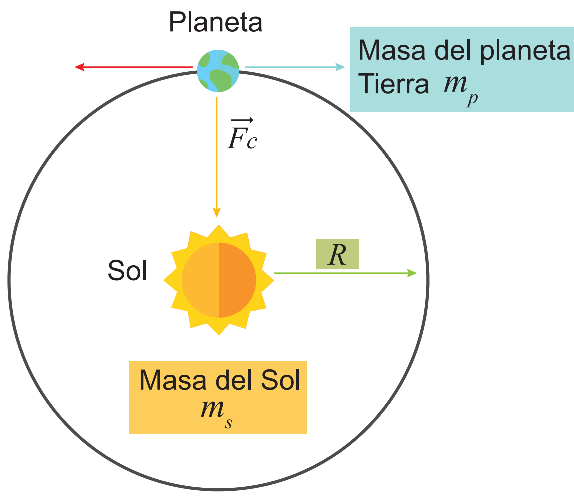


Figura 3.10 La fuerza centrípeta obliga una trayectoria circular.

En la *figura 3.10* podemos observar la órbita de un planeta alrededor del Sol, de describirse una órbita, debe existir una fuerza centrípeta que debe actuar sobre el planeta para mantenerlo en su trayectoria. Newton atribuyó a esta fuerza la existencia de una atracción del Sol sobre el planeta, concluyendo que:

> *La **fuerza centrípeta** que mantiene a un planeta en su órbita, se debe a la atracción que el Sol ejerce sobre él.*

Newton basándose en sus leyes del movimiento y los estudios realizados por Kepler, logró obtener la expresión matemática de la fuerza de atracción entre el Sol y un planeta, esto es:

$$F = G\,\frac{(m_p\, m_s)}{R^2}$$

Donde

F: *es la fuerza de atracción entre el Sol y el planeta.*

m_p*: es la masa del planeta.*

m_s*: es la masa del Sol.*

R: *es la distancia que existe entre el planeta y el Sol.*

G: *es una constante de proporcionalidad denominada constante de Gravitación Universal y tiene un valor de:*

$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \frac{N\,m^2}{kg^2}$$

Lo que nos quiere decir, es que la fuerza de atracción que ejerce el Sol sobre un planeta, es proporcional al producto de sus masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que hay entre ellos.

De esta expresión logramos deducir que:

*La fuerza ejercida por el Sol sobre el Planeta (**F**), es directamente proporcional a la masa del planeta **(m_p) : $F \alpha m_p$***

*La fuerza ejercida por el planeta sobre el Sol (**F**), es directamente proporcional a la masa del Sol **(m_s) : $F \alpha m_s$***

*La fuerza ejercida entre ambos (el Sol y el planeta), es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que existe entre el Sol y el planeta: **$F \alpha 1/R^2$***

Pero, ¿Qué plantea la Ley de Gravitación Universal?

Newton tras estudiar las Leyes de Kepler sobre el movimiento de los planetas, decidió investigar la causa del por qué los planetas giran alrededor del Sol en órbitas bien definidas. Desde tiempos remotos, el hombre trató de encontrar una explicación a diversas situaciones; por ejemplo: ¿Por qué el peso de un cuerpo?, ¿Por qué todo cuerpo suspendido en el aire al cesar la fuerza que lo sostiene caen al suelo?, ¿Por qué todo cuerpo lanzado hacia arriba va disminuyendo su velocidad hasta que se anula y regresa al suelo?

Todos estos fenómenos se deben a la existencia de una fuerza llamada ***gravedad***, la cual constituye la fuerza de atracción gravitatoria que la Tierra ejerce sobre la masa de los cuerpos. El primero en describir la forma en que actúa la fuerza debido a la gravedad fue Newton, quien encontró que todos los cuerpos ejercen entre si una fuerza de atracción a la cual llamó ***fuerza gravitacional.***

Newton explicó que la atracción gravitatoria mantenía a los planetas en sus órbitas alrededor del Sol, al igual que la misma fuerza mantiene a la Luna en órbita alrededor de la Tierra. Por tanto, reuniendo las ideas de que el Sol atrae a los planetas y la Tierra atrae a la Luna, Newton concluyó que la atracción observada debe ser un fenómeno general (Universal), y manifestarse entre dos objetos materiales cualesquiera.

Los aspectos antes mencionados conllevan a Newton a publicar en el año 1687 su Ley de Gravitación Universal, en ella expuso que la atracción gravitatoria está en función de la masa de los cuerpos y de la distancia entre ellos.

Cuanto mayor masa tenga un cuerpo, mayor será la fuerza con que atraerá a los demás cuerpos.
Debido a ello, un hombre tiene menor peso en la Luna que en la Tierra, pues la masa de la Tierra es mayor a la de la Luna y, por tanto, también será mayor su fuerza gravitatoria.
La fuerza gravitatoria con la cual se atraen dos cuerpos será mayor a medida que disminuya la distancia existente entre ellos.

La Ley de Gravitación Universal plantea que:

> *Dos cuerpos cualesquiera se atraen con una fuerza proporcional al producto de sus masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.*
>
> *Matemáticamente se expresa por:* $F = G\,\dfrac{(m_1\, m_2)}{R^2}$

Observamos que esta expresión matemática es la misma expresión de la fuerza entre el Sol y un planeta. Examinemos esta expresión matemática:

$$F = G\,\frac{(m_1\, m_2)}{R^2}$$

Observamos que esta expresión matemática, es la misma expresión de la fuerza entre el Sol y un planeta. Observemosla:

F: *valor de la fuerza de atracción gravitacional, cuya unidad de medida es el Newton* ***(N).***

G*: constante de gravitación universal, cuyo valor es:* $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \dfrac{N\,m^2}{kg^2}$

$m_1\, m_2$**:** *masa de los cuerpos, cuya unidad de medida es el kilogramo* ***(kg)***

R: *distancia que hay entre los centros de gravedad de ambos cuerpos, cuya unidad de medida es el metro* ***(m).***

Con la ecuación anterior es posible calcular el valor de la fuerza de atracción de dos cuerpos cualesquiera, como una silla y una mesa, una persona con otra, un automóvil y una bicicleta, o el Sol y la Tierra, entre otros.

Cabe señalar que la fuerza de atracción entre dos cuerpos de poca masa es muy pequeña, por lo cual no es observable ningún efecto al acercar dos cuerpos. No sucede esto con la atracción de la Tierra sobre los cuerpos que están sobre su superficie o cerca de ella, pues por su gran masa los atrae hacia su centro con una gran fuerza gravitacional.

Para la solución de situaciones problémicas de corte cuantitativo, es necesario tener conocimiento de la masa de los planetas y la distancia entre ellos, en la siguiente tabla te proporcionamos algunos datos planetarios útiles:

Tabla de Datos Plantarios útiles

Cuerpo	*Masa (kg)*	*Radio medio (m)*	*Período (s)*	*Distancia desde el sol (m)*
Mercurio	$3{,}18 \times 10^{23}$	$2{,}43 \times 10^{6}$	$7{,}60 \times 10^{6}$	$5{,}79 \times 10^{10}$
Venus	$4{,}88 \times 10^{24}$	$6{,}06 \times 10^{6}$	$1{,}94 \times 10^{7}$	$1{,}08 \times 10^{11}$
Tierra	$5{,}98 \times 10^{24}$	$6{,}37 \times 10^{6}$	$3{,}156 \times 10^{7}$	$1{,}496 \times 10^{11}$
Marte	$6{,}42 \times 10^{23}$	$3{,}37 \times 10^{6}$	$5{,}94 \times 10^{7}$	$2{,}28 \times 10^{11}$
Júpiter	$1{,}90 \times 10^{27}$	$6{,}99 \times 10^{7}$	$3{,}74 \times 10^{8}$	$7{,}78 \times 10^{11}$
Saturno	$5{,}68 \times 10^{26}$	$5{,}85 \times 10^{7}$	$9{,}35 \times 10^{8}$	$1{,}43 \times 10^{12}$
Urano	$8{,}68 \times 10^{25}$	$2{,}33 \times 10^{7}$	$2{,}64 \times 10^{9}$	$2{,}87 \times 10^{12}$
Neptuno	$1{,}03 \times 10^{26}$	$2{,}21 \times 10^{7}$	$5{,}22 \times 10^{9}$	$4{,}50 \times 10^{12}$
Plutón	$\approx 1{,}4 \times 10^{22}$	$\approx 1{,}5 \times 10^{6}$	$7{,}82 \times 10^{9}$	$5{,}91 \times 10^{12}$
Luna	$7{,}36 \times 10^{22}$	$1{,}74 \times 10^{6}$	--------------------	--------------------
Sol	$1{,}991 \times 10^{30}$	$6{,}96 \times 10^{8}$	--------------------	--------------------

Actividades de razonamiento

Analicemos los siguientes ejemplos

Ejemplo 1

Determine la fuerza gravitacional con la que se atraen Sandra y Pedro, sabiendo que poseen una masa de *60 kg y 70 kg* respectivamente, si la distancia que hay entre ellos es de *1,5 m*.

Solución

Leamos el ejercicio detenidamente para saber qué datos conocemos y qué necesitamos para resolver el ejercicio.

Elaboremos una representación esquemática. La *figura 3.11* adjunta nos la muestra.

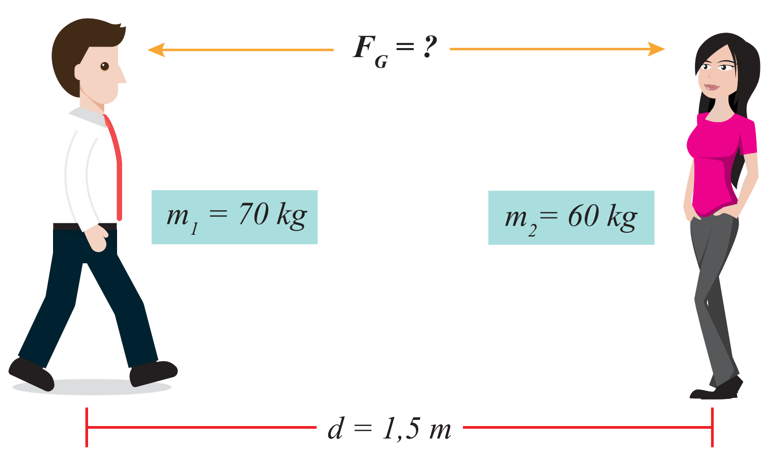


Figura 3.11 Fuerza gravitacional entre Sandra y Pedro

Datos	Ecuación	Solución
$F = ?$ $m_2 = 60\ kg$ $m_1 = 70\ kg$ $G = 6,67 \times 10^{-11}\,\frac{N\,m^2}{kg^2}$ $d = 1,5\ m$	$F = G\,\frac{m_1\,m_2}{r^2}$	Sustituyendo valores en la ecuación; obtenemos: $F = \left(6,67 \times 10^{-11}\,\frac{N\,m^2}{kg^2}\right)\left[\frac{(60\ kg)\ (70\ kg)}{(1,5\ m)^2}\right]$ $F = 1,25 \times 10^{-7}\ N$ Simplificación de unidades $\frac{N\,\cancel{m^2}}{\cancel{kg^2}}\ \frac{\cancel{kg^2}}{\cancel{m^2}} = N$

Repuesta razonada: la magnitud de la fuerza gravitacional con la que se atraen Sandra y Pedro es de ***$1,25 \times 10^{-7}$ N.***

Ejemplo 2

Calcular la masa de una silla, si la fuerza gravitacional con que se atrae con una mesa de $20\ kg$ es de $40 \times 10^{-11}\ N$ y la distancia a la que se encuentran separados uno del otro es de $4\ m$.

Solución

Leamos el ejercicio detenidamente para saber qué datos conocemos y qué necesitamos para resolver el ejercicio. Una representación esquemática del problema es la que se muestra en la *figura 4.12* adjunta.

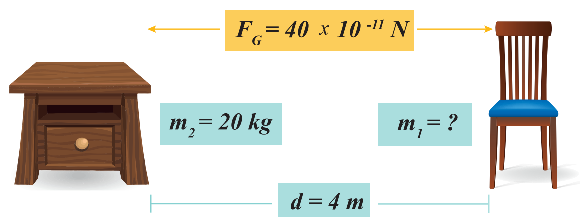
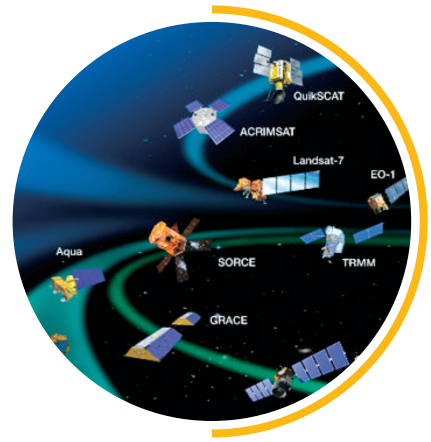


Figura 3.12 Calcular la masa de una silla

Datos	Ecuación	Solución
$F = 40 \times 10^{-11}\ N$ $m_1 = ?$ $m_2 = 20\ kg$ $G = 6,67 \times 10^{-11}\,\frac{N\,m^2}{kg^2}$ $d = 4\ m$	$F = G\,\frac{m_1\,m_2}{r^2}$ Despejando obtenemos $m_1 = \frac{F\,r^2}{G\,m_2}$	$m_1 = \frac{(40 \times 10^{-11}\ N)\ (4\ m)^2}{\left(6,67 \times 10^{-11}\,\frac{N\,m^2}{kg^2}\right)\ (20\ kg)}$ $m_1 = 4,79\ kg$ Simplificando unidades $\frac{N\,m^2}{\frac{N\,m^2}{kg^2}\,(kg)} = \frac{\cancel{N\,m^2}}{1} \times \frac{kg}{\cancel{N\,m^2}} = kg$

Respuesta razonada: La masa de la silla es de ***4,79 kg***

3.3.1 Movimiento de los satélites



Es necesario que reflexionemos sobre la siguiente interrogante:
¿Cómo se puede colocar un satélite en órbita?

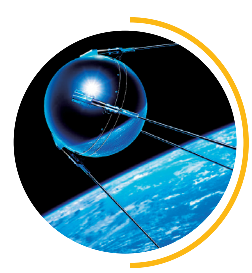
Previo a responder esta interrogante es necesario que comprendamos; **¿Qué es un satélite?** Un satélite lo podemos definir como cualquier objeto, natural o artificial, que orbite o circule alrededor de otro más grande. Existen dos tipos de satélites: ***Naturales y artificiales.***

Los satélites artificiales son naves espaciales fabricados por el hombre y enviados en un vehículo de lanzamiento hacia el espacio para orbitar alrededor de planetas, lunas, cometas asteroides, estrellas, o inclusos galaxias, quienes se encuentran provistos de equipamientos especializados para recoger información y retrasmitirla a la Tierra. Tras su vida útil, quedan orbitan como basura espacial.

La diferencia entre un satélite natural y un artificial radica principalmente, en que los satélites artificiales son los construidos por el hombre, y por lo tanto es factible, de alguna manera, de modificar su trayectoria. En las últimas décadas se han puesto en órbita una gran variedad de satélites artificiales alrededor de la Tierra y también de varios planetas. En cambio, un satélite natural es cualquier astro que se encuentra desplazándose alrededor de otro; no es factible modificar sus trayectorias artificialmente.

En el caso de la Tierra solamente hay un satélite natural, la Luna, pero en el Sistema Solar existen cientos de satélites. El planeta que tiene más satélites naturales orbitando sobre sí es Saturno, con un total de *53*.

Como hemos destacado anteriormente, los satélites creados por el hombre y que han sido puestos en órbita son los llamados artificiales y, el primero de ellos fue el Sputnik, lanzado por los rusos en octubre de *1957*. Éste, tenía un diámetro de *56 cm* y pesaba **83 kg,** siendo capaz de apuntar varios puntos de la superficie terrestre con una especie de luz de radio.



Cada satélite está compuesto de 4 partes:

Fuente de poder — Control de acción — Antena para recibir y recibir información — Sistema para recolectar información

En nuestra actualidad, los satélites artificiales tienen diversas aplicaciones, sirve de uso civil como militar. Para realizar llamadas por teléfono celular a cualquier parte del mundo con un costo en el servicio accesible a todos. Son además apropiados para monitorear fenómenos climáticos que ocurren a bajas latitudes como los huracanes y tifones. Existen además los satélites dedicados a vigilancia y reconocimiento, fotografían la Tierra a baja altura, entre *250 y 500 km.* Son utilizados con fines eminentemente militares. Con esta técnica la honda Magallanes logró fotografiar detalladamente la superficie del planeta Venus (1989 y 1994), que se encuentra siempre rodeado de una espesa capa de nubes, están también los satélites de alerta temprana, los cuales son telescopios infrarrojos en órbita geoestacionaria, encargados de detectar el despegue de misiles balísticos y de pacíficos cohetes civiles, rastreando el calor generado por los gases de combustión.

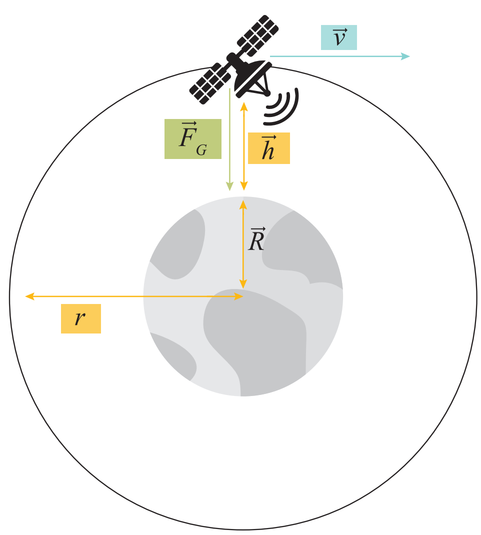
La importancia de los satélites radica principalmente, en que estos artefactos son los protagonistas principales de las comunicaciones en el mundo; gracias a ellos, recibimos señales de televisión, de radio y teléfono, o tenemos información valiosa del clima, de nuestro medio ambiente y del espacio.

Respondamos ahora la pregunta
¿Cómo se puede colocar un satélite en órbita?

Colocar un satélite en órbita no es tarea fácil, pero se puede lograr elevándolo a una altura tal que la resistencia del aire no perturbe el movimiento del mismo. Dicha altura debe ser de al menos de *150 km*, región en la cual la atmósfera esté enrarecida. El satélite puede elevarse a la altura antes mencionada, a través de la utilización de poderosos cohetes.

En el momento en que el satélite se encuentre a la altura deseada *(h)*, mediante cohetes es lanzado horizontalmente con una velocidad v, experimentando una fuerza de atracción (F_G) que alterará la dirección de la velocidad, haciendo que describa una trayectoria curvilínea.

A fin de que la trayectoria de dicho satélite sea circular entorno a la Tierra, la velocidad horizontal deberá tener una determinada magnitud; esto es debido a que la fuerza de atracción de la Tierra, tiene que proporcionar la fuerza centrípeta necesaria para tal movimiento.



Representación 3.13 Satélite en órbita

Pero ¿Cómo se puede determinar la velocidad del satélite?

Una vez que el satélite se encuentra en órbita, su radio orbital será la suma del radio de la Tierra *(R)* más la altura del satélite *(h)*, tal a como se muestra en la *figura 3.13* esto es:

$$r = R + h.$$

Sabemos que la fuerza F de atracción de la Tierra sobre el cuerpo orbitado, está dada por:

$$F = G\,\frac{(m\,M)}{r^2}$$

Donde m es la masa del satélite y M es la masa de la Tierra. Además conocemos, para que un cuerpo quien en este caso es el satélite, se mantenga en órbita debe existir una fuerza centrípeta; la cual debe ser igual a:

$$F = \frac{m\,v^2}{r}$$

Igualando ambas ecuaciones y despejando v; obtenemos:

$$\frac{m\,v^2}{r} = G\,\frac{m\,M}{r^2}$$

$$v^2 = G\,\frac{\cancel{m}\,M\,\cancel{r}}{\cancel{m}\,\cancel{r^2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{G\,M}{r}}$$

Esta expresión, nos permite calcular la velocidad del satélite, y se evidencia que dicha velocidad no depende de la masa del satélite, y mientras mayor sea su radio orbital menor será su velocidad.

También resulta interesante examinar el tiempo en que el satélite tarda en dar una vuelta alrededor del centro de la Tierra, es decir su periodo de revolución. Para ello debemos de tener presente la ecuación que nos permite calcular la velocidad lineal con que se mueve un cuerpo en una trayectoria circular:

$$v = \frac{2\,\pi\,r}{T}$$

Si de esta expresión despejamos el período se obtiene:

$$v = \frac{2\,\pi\,r}{T} \qquad T\,v = 2\,\pi\,r$$

De donde:

$$T = \frac{2\,\pi\,r}{v} \quad ;\ r = R + h$$

Esta ecuación nos permite calcular el tiempo que tarda un satélite en dar una vuelta completa alrededor de la Tierra es decir su periodo de revolución ***(T),*** siempre y cuando se conozca la distancia del centro de la Tierra al satélite, así como la velocidad lineal con que se desplaza durante su recorrido por su órbita.

Satélite Estacionário

A los satélites estacionarios que giran alrededor de la Tierra se les conocen también como ***satélites Geoestacionarios***, su característica principal es que estos poseen el mismo período de rotación de la Tierra alrededor de su eje $(T = 24\ h)$, es decir, que ambos tardan el mismo período en dar una vuelta completa.

Estos satélites estacionarios al ser observados desde la Tierra, se verán siempre en reposo, es decir, fijo en un determinado lugar, siendo este el motivo por el cual se les nombre como: ***satélite estacionarios.*** Estos satélites estacionarios son empleados en la actualidad en las telecomunicaciones mundiales

Los satélites de comunicación precisan órbitas perfectamente circulares a $36000\ km$ sobre la superficie de la terrestre. A esa altura tienen una velocidad de $1685\ km/h$ que lo iguala con la rotación de la Tierra por lo que parecen que cuelgan sobre un lugar de la superficie terrestre. A estas órbitas con estas características se les llaman ***Órbitas Geoestacionaria.***

Actividades de Reforzamiento

Analicemos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1

Considérese que se desea colocar un satélite de $950\ kg$ en órbita circular a una altura de $200\ km$ sobre la superficie terrestre. ¿Cuál será la rapidez y período que debe tener este satélite?

Datos:
Radio de la Tierra es: $\boldsymbol{R_T = 6\ 380\ km.}$
Masa de la Tierra es: $\boldsymbol{m_T = 5{,}97 \times 10^{24}\ kg.}$

Solución

Leamos el ejercicio detenidamente para saber qué datos conocemos y qué necesitamos para resolver el ejercicio.

Representemos esquemáticamente la situación a resolver:

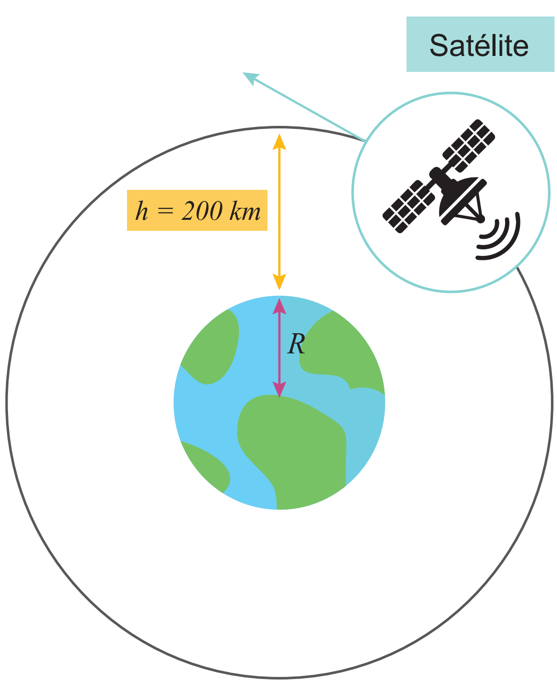


Figura 3.14 Ejemplo 1 Rapidez y período que debe tener este satélite

Datos	Ecuación	Solución

Datos

$m = 950\ kg$

$h = 200\ km = 2x10^5\ m$

$G = 6{,}67\ x\ 10^{-11}\ \dfrac{N\,m^2}{kg^2}$

$R_T = 6\ 380\ km$

$m_T = 5{,}97\ x\ 10^{24}\ kg$

a) $v = \ ?$

b) $T = ?$

Ecuación

$r = R + h$

a) $v_L = \sqrt{\dfrac{G\,M}{r}}$

b) $T = \dfrac{2\pi\, r}{v}$

Solución

Determinemos el radio de órbita del satélite; esto es: $r = R + h$

$r = 6\ 380\ km + 200\ km$

$r = 6\ 580\ km = 6{,}58\ x\ 10^6\ m$

a) Sustituyendo valores en la expresión $\sqrt{\dfrac{G\,M}{r}}$ obtenemos:

$$v = \sqrt{\dfrac{\left(6{,}67\ x\ 10^{-11}\dfrac{N\,m^2}{kg^2}\right)(5{,}97\ x\ 10^{24}\ kg)}{6{,}58\ x\ 10^6\ m}}$$

$$v = 7\ 779{,}2\ \frac{m}{s}$$

Análisis dimensional:

$$v = \sqrt{\dfrac{\dfrac{N\cancel{m}^2}{kg^2}\ (\cancel{kg})}{m}}$$

$$v = \sqrt{\left(\dfrac{kg\ \dfrac{\cancel{m}}{s^2}\cdot m^2}{kg}\right)\dfrac{1}{\cancel{m}}}$$

$$v = \sqrt{\cancel{kg}\ \dfrac{m^2}{s^2}\cdot\dfrac{1}{\cancel{kg}}}$$

$$v = \sqrt{\dfrac{m^2}{s^2}}$$

$$v = \frac{m}{s}$$

b) Determinando el periodo.
Sustituyendo valores; obtenemos:

$$T = \frac{2\ \pi\ (6{,}58\ X\ 10^6\ m)}{7\ 779\ m/s}$$

$$T = 5\ 315\ s$$

Análisis dimensional:

$$T = \cancel{m}\cdot\frac{s}{\cancel{m}}$$

$$T = s$$

Repuesta razonada:

a) La rapidez que deberá tener el satélite será de ***7 779 m/s***, lo que nos quiere decir que recorrerá ***7 779 m*** por cada segundo.

b) El periodo que deberá tener el satélite será de ***5 315 s***.

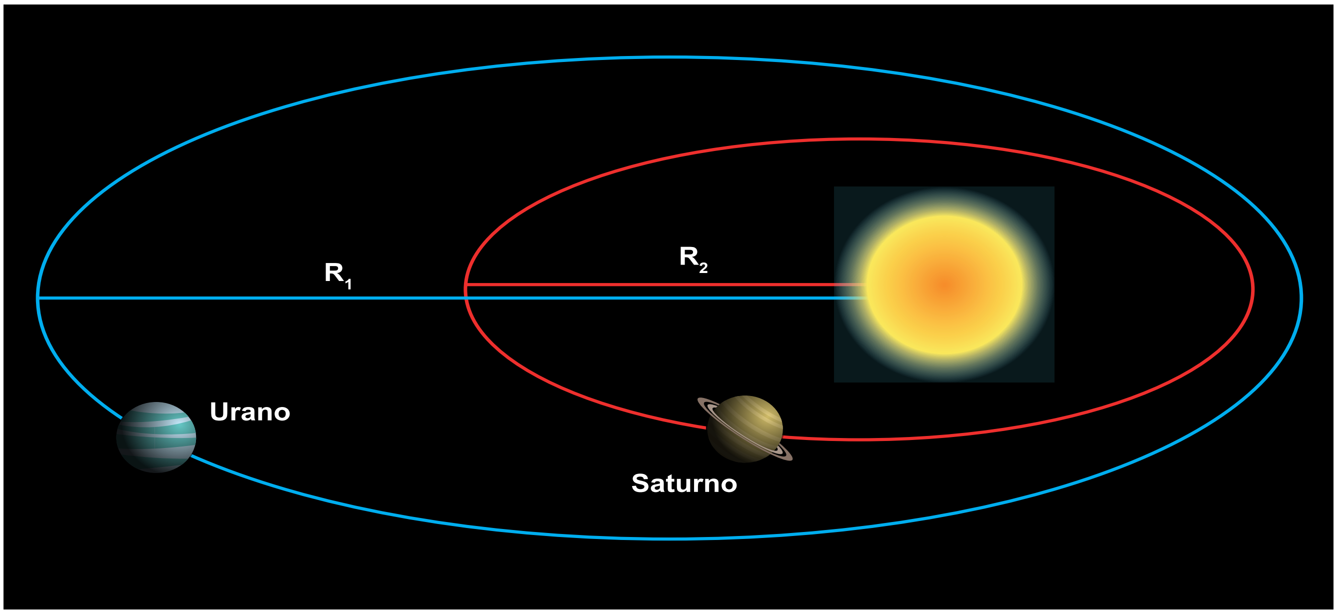
Ejemplo 2

El planeta Saturno y Urano cuyas masas son diferentes orbitan alrededor de una estrella llamada Sol cuya masa es mucho mayor que la de los dos planetas. El planeta Urano describe una órbita elíptica cuya distancia promedio al Sol es de $2{,}87$ *millones de km* con un periodo de rotación $T_1 = 84{,}01$ *años*, mientras que el planeta Saturno quien también describe una órbita elíptica cuya distancia promedio al Sol es de $1\ 429$ *millones de km*. Determine el periodo de traslación del planeta alrededor del Sol.

Solución 2

Leamos el ejercicio detenidamente para saber qué datos conocemos y qué necesitamos para resolver el ejercicio.

Representemos esquemáticamente la situación a resolver.



Datos	Ecuación	Solución
$R_1 = 2{,}87 \times 10^6\ km$ $R_2 = 1\ 429 \times 10^6\ km$ $T_1 = 84{,}01$ años $T_2 = ?$	$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$ De donde si despejamos T_2 nos resulta: $T_2 = \sqrt{\frac{T_1^2 R_2^3}{R_1^3}}$	$T_2 = \sqrt{\frac{[(84{,}01\ \text{años})^2]\ [(1\ 429 \times 10^6\ km)]^3}{(2{,}87 \times 10^6\ km)]^3}}$ $T_2 = 29{,}52$ años

Repuesta razonada: el planeta Saturno tarda 29,52 años en dar una vuelta completa alrededor del Sol.

Ejemplo 3

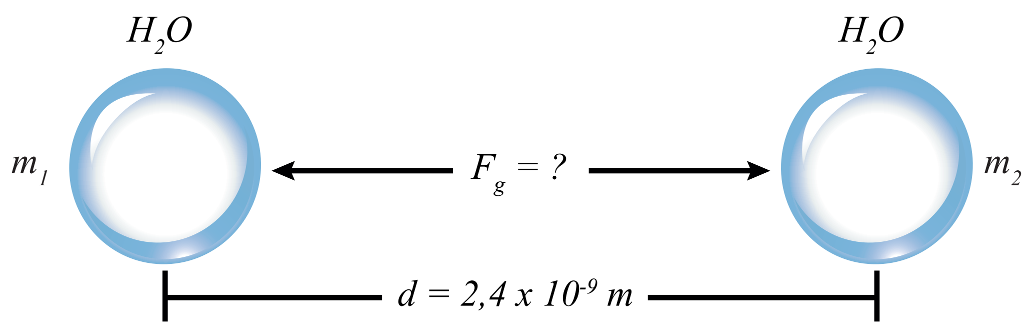
Dos moléculas de agua de masa $3 \times 10^{-26}\ kg$, están separadas $2{,}4 \times 10^{-9}\ m$. ¿Cuál es el valor de la fuerza gravitatoria entre ellas?

Datos: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N{\cdot}m^2/kg^2$

Solución 3

Leamos el ejercicio detenidamente para saber qué datos conocemos y qué necesitamos para resolver el ejercicio.

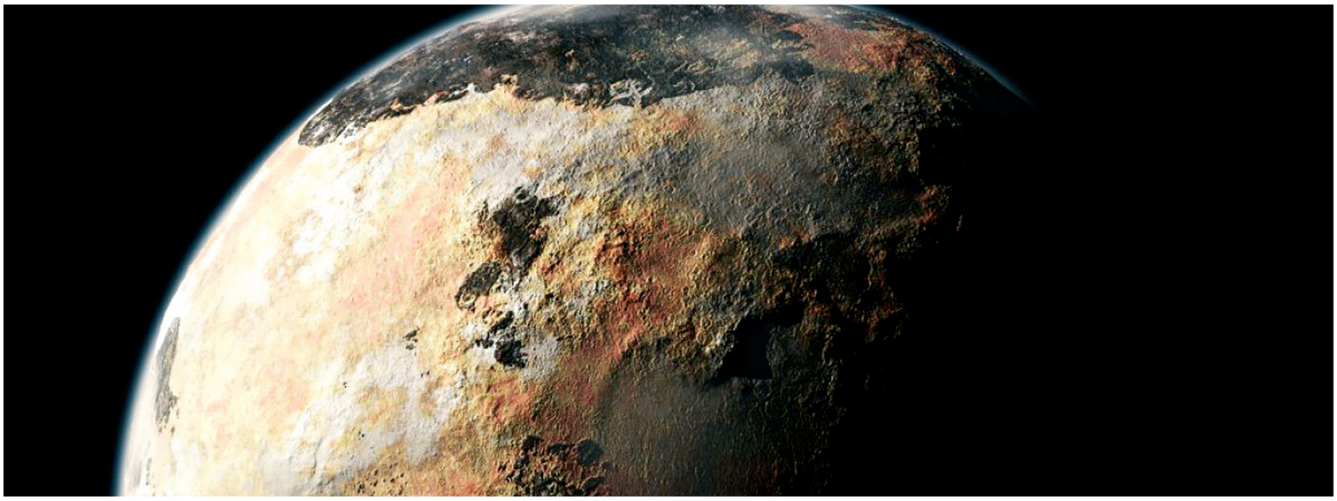
Representemos esquemáticamente la situación a resolver.



Datos	Ecuación	Solución
$m_1 = 3 \times 10^{-26}\ kg$ $m_2 = 3 \times 10^{-26}\ kg$ $d = 2{,}4 \times 10^{-9}\ m$ $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ Nm^{-2}/kg^2$ $F_g = ?$	$F_g = G\dfrac{m_1 m_2}{r_2}$	$F_g = [6{,}67 \times 10^{-11}\ N\,m^2/kg^2]\left[\dfrac{(3 \times 10^{-26}\ kg)\ (3 \times 10^{-26}\ kg)}{(2{,}4 \times 10^{-9}\ m)^2}\right]$ $F_g = \mathbf{1{,}5 \times 10^{-44}\ N}$

Repuesta razonada: la magnitud de la fuerza gravitatoria mediante la cual se están atrayendo ambas moléculas de agua es de $1{,}5 \times 10^{-44}\ N$.

Sabias que…
Plutón deja ser considerado planeta tras el acuerdo de la comunidad astronómica internacional



Fue en la mañana del 24 de agosto de agosto de 2006 que Plutón fue definitivamente despojado de sus credenciales planetarias y degradado a la categoría de planeta enano. Esto ocurrió en la conferencia anual de la Unión Astronómica Internacional (**IAU**, por sus siglas en inglés), como producto de una moción introducida una semana antes por dos astrónomos uruguayos Gonzalo Tancredi y Julio Ángel Fernández.

"Ante el avance del conocimiento, y ante la necesidad de hacer una clasificación de los objetos del Sistema Solar, los expertos han resuelto que los planetas y sus cuerpos en nuestro Sistema Solar se definen en tres categorías, de la siguiente manera:

Primera categoría: "Un planeta es un cuerpo celeste que está en órbita alrededor del Sol, que tiene suficiente masa para tener gravedad propia para superar las fuerzas rígidas de un cuerpo de manera que asuma una forma equilibrada hidrostática, es decir, redonda, y que ha despejado las inmediaciones de su órbita".

Segunda categoría: "Un planeta enano es un cuerpo celeste que está en órbita alrededor del Sol, que tiene suficiente masa para tener gravedad propia para superar las fuerzas rígidas de un cuerpo de manera que asuma una forma equilibrada hidrostática, es decir, redonda; que no ha despejado las inmediaciones de su órbita y que no es un satélite."

Actividades de profundización y evaluación.
Resolvamos en equipo.

I. Reflexionemos sobre las siguientes preguntas. No olvidemos participar con entusiasmo y respetar las ideas de nuestros compañeros y compañeras de clase.

1. ¿Qué plantea la Ley de Gravitación Universal?

2. Explique por qué un satélite debe colocarse en órbita en regiones más allá de la atmósfera terrestre.

3. Aplique los conocimientos adquiridos en el estudio de la segunda y cuarta unidad para responder lo siguiente:

> Sabemos que la fuerza de atracción de la Tierra sobre un satélite en órbita circular, proporciona la fuerza centrípeta que debe actuar sobre el satélite. Entonces la atracción de la Tierra:
>
> **a**) ¿Hace variar la dirección de la velocidad del satélite?
>
> **b**) ¿Hace cambiar la magnitud de su velocidad?

II. Resuelve los siguientes ejercicios explicando los procedimientos y teorías físicas utilizadas en su resolución.

1. Tomando como punto de partida los datos proporcionados en la tabla de datos planetarios útiles determine la magnitud de la fuerza gravitacional mutua entre la Tierra y la Luna.

2. Juan y María, estudiantes de décimo grado se colocan a una distancia de $50\ cm$ y poseen pesos de $98\ N$ y $300\ N$, respectivamente, ¿Cuál será la fuerza con la que se atraen Juan y María?

3. ¿A qué distancia se encuentran dos masas cuyos valores son $4 \times 10^{-2}\ kg$ y $9 \times 10^{-3}\ kg$, si la fuerza con la que se atraen es de $9 \times 10^{-9}\ N$?

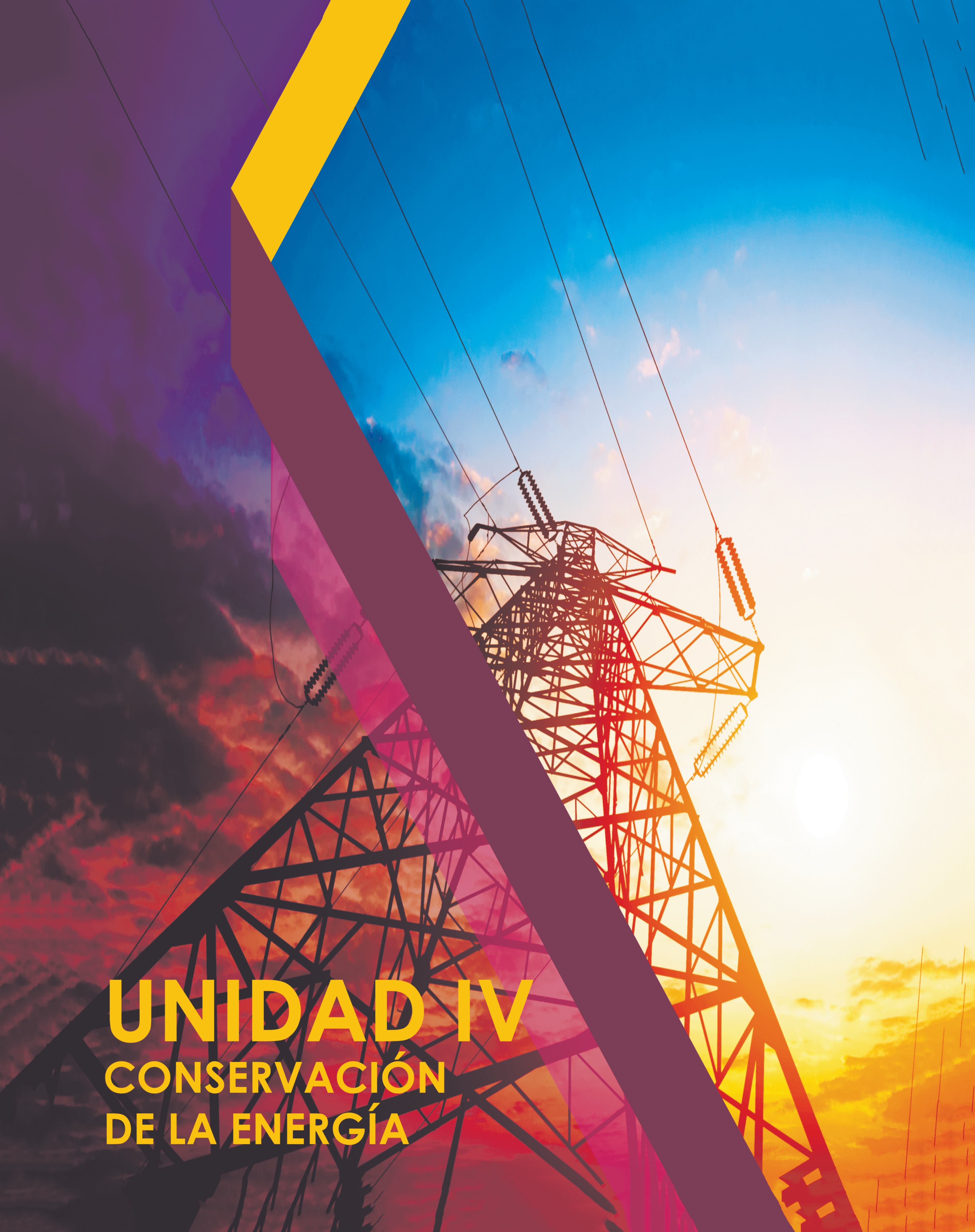
4. Considérese un cuerpo cuya masa es de $2\ kg$ y está colocado en un punto donde el radio terrestre es de $6{,}336 \times 10^{6}\ m$. ¿Cuál será la magnitud de la fuerza gravitacional que ejercerá la Tierra sobre dicho cuerpo?

5. Considere un miniauto de $1200\ kg$ y un camión de carga de $4500\ kg$ que están separados una distancia de $5\ m$. Calcule la fuerza gravitacional con la que se atraen el mini auto y el camión.

6. ¿Cuál será la distancia a la que se encuentran dos elefantes cuyas masas son de $1{,}2 \times 10^{3}\ kg$ y $1,\ 5 \times 10^{3}\ kg$ y se atraen con una fuerza de gravitacional de $4{,}8 \times 10^{-6}\ N$?

7. Determine la masa de un cuerpo, si la fuerza gravitacional con que se atrae con otro de $95\ kg$ es de $60 \times 10^{-10}\ N$ y la distancia entre ellos es de $10\ m$.

8. Consideremos un satélite de masa de $2140\ kg$, que se encuentra orbitando a una altura de $700\ km$ sobre la superficie terrestre. ¿Cuál será la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra sobre este satélite?, ¿Qué rapidez experimentará? y ¿Cuál será el período?



UNIDAD IV

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

UNIDAD IV
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Desempeño de aprendizaje

Analiza y comprueba el Principio de Conservación de la Energía, reconociendo sus transformaciones, transferencias, degradación, su vinculación con la tecnología; propone y practica medidas de seguridad para su utilización y ahorro.

Indicadores de logro

1. Identifica y clasifica los trabajos que realizan los miembros de su comunidad en mecánico e intelectual.

2. Identifica las variables que se requieren para calcular el trabajo, la potencia y la energía mecánica.

3. Reconoce las ventajas y las desventajas de la fuerza fricción y utiliza sus coeficientes (estático y cinético) en la resolución situaciones problemáticas de su entorno.

4. Reconoce las diversas formas en que se manifiesta la energía en la naturaleza, su importancia, su vinculación con la tecnología y propone y práctica medidas de seguridad para su utilización y ahorro.

5. Identifica las diversas formas en que se manifiesta la energía mecánica a su alrededor y utiliza sus parámetros para calcularla.

6. Comprueba que el trabajo mecánico es un proceso de transferencia de energía.

7. Identifica en su hogar, en su comunidad y en los parques de diversiones, situaciones en donde ocurren las transformaciones e intercambios de energía.

8. Comprueba la Ley de Conservación de la Energía Mecánica y su vinculación con la tecnología.

9. Utiliza diversas estrategias en la solución de problemas propuestos relacionados con el trabajo, la potencia mecánica y el Principio de Conservación de la Energía.

UNIDAD IV
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

4. Conservación de la Energía

4.1 Trabajo y potencia mecánica

- **4.1.1** Trabajo para elevar un cuerpo
- **4.1.2** Trabajo para acelerar un cuerpo en la dirección del desplazamiento
- **4.1.3** Trabajo para deformar un cuerpo
- **4.1.4** Trabajo realizado en contra de la fricción
- **4.1.5** Incidencia de la fricción en el movimiento
  - **a)** Coeficiente de fricción estático y cinético
- **4.1.6** Potencia mecánica

4.2 Energía

- **4.2.1** Tipos de energía y su vinculación con la tecnología
- **4.2.2** Energía mecánica
- **4.2.3** Energía cinética
- **4.2.4** Energía potencial gravitatoria
- **4.2.5** Energía potencial elástica
  - **a)** Relación entre el trabajo y la energía

4.3 Principio de Conservación y de Transformación de la Energía Mecánica

- **4.3.1** Aplicaciones de la Conservación de la Energía Mecánica

4.1 Trabajo y Potencia Mecánica

En esta unidad estudiaremos uno de los conceptos más importantes de la Física: **La energía.** Antes de empezar reflexionemos sobre las siguientes situaciones.

Actividades de diagnóstico
¿Qué sabemos sobre el Trabajo y la Potencia Mecánica?

Dispongámonos a reflexionar desde nuestra experiencia cuestiones sobre el trabajo y la potencia mecánica. Recordemos respetar las ideas de nuestros compañeros, pues también son importantes como las de nosotros.

Comencemos

Leamos detenidamente las situaciones que se nos plantean, reflexionemos, organicemos nuestras ideas y respondamos sin temor a ser evaluados.

1. Observemos detenidamente la *figura 4.1*. ¿Quién o quiénes realizan trabajo? ¿Por qué?

Figura 4.1 ¿Realizan trabajo?

2. Doña María y don Juan suben un balde lleno de agua a velocidad constante, desde la profundidad de un pozo usando una polea, como muestra la *figura 4.2.* Cada uno lo hace lo más rápido que puede. Doña María jala el balde lleno de agua en $6\ s$ y don Juan lo hace en $10\ s$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones es la correcta?

a) *Doña María realiza mayor trabajo.*

b) *Doña María desarrolla mayor fuerza.*

c) *Don Juan realiza mayor trabajo.*

d) *Don Juan desarrolla menor potencia.*

Figura 4.2 Representación ejemplo 2

3. Catalina, Rubén y Margarita observan a sus primos que suben sacos llenos de café a un camión utilizando una rampa (plano inclinado) tal como se observa en la *figura 4.3*. Ellos discuten el por qué utilizan la rampa.

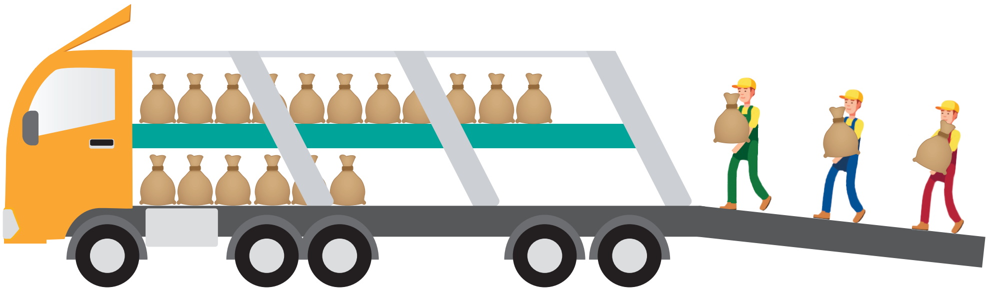


Figura 4.3 Representación ejemplo 3

a) Catalina dice: *la rampa disminuye la cantidad de trabajo requerido para subir los sacos de café.*

b) Rubén afirma: *la rampa disminuye la distancia con que trasladan los sacos.*

c) Margarita plantea: *la rampa disminuye el valor de la fuerza que se requiere para mover los sacos.*

3.1 ¿Quién de ellos tiene la razón? ¿Por qué?
3.2 Si no estás de acuerdo con ninguno de ellos, explica tu razonamiento.

4. En la *figura 4.4 a, b y c,* se aplica una fuerza en diferentes direcciones para que el cuerpo se desplace una determinada distancia en la dirección horizontal. ¿En cuál de los casos la fuerza ejercida realiza un mayor trabajo y en cual no? Fundamente su respuesta.

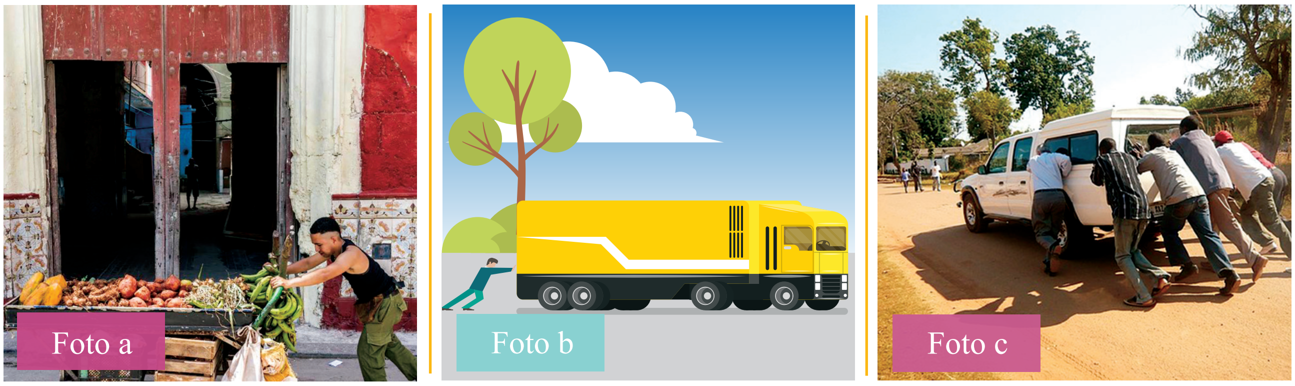


Figura 4.4 Representación ejemplo 2 Fotos a, b y c

5. Identifica y menciona los tipos de trabajos que realizan los miembros de tu comunidad y clasifícalos en trabajo manual e intelectual.

¿Qué nos plantea la Física sobre el concepto de Trabajo y de Potencia mecánica?

Después de haber reflexionado sobre los conceptos de trabajo y potencia a la luz de nuestra experiencia, examinemos que nos plantea la Física sobre dichos conceptos

En la *figura 4.1* observamos a grupos de personas que realizan distintas actividades, quizás por ello hayas afirmado que todas realizan trabajo. Pero ¿en qué se diferencian estos tipos de trabajos?

Generalmente relacionamos el trabajo con asuntos laborales comunes e intelectuales que se realizan a diario. Entonces es necesario distinguir estos tipos de trabajo con el trabajo desde el punto de vista de la física.

El trabajo como una actividad laboral, es una actividad común que necesita de un esfuerzo físico, por ejemplo en la *figura 4.1 A y C,* las personas realizan una actividad laboral, cargan sacos de granos básicos o el señor que trasiega leche, otros ejemplos son: lavar, planchar, manejar un camión etc.

El trabajo intelectual es una actividad mental que requiere del pensamiento y la reflexión para lograr un objetivo. Por ejemplo el caso de la *figura 4.1 B,* el doctor realiza un trabajo intelectual porque necesita auscultar al paciente para determinar qué tipo de problema de salud posee, otros ejemplos son: estudiar, investigar, enseñar física u otra asignatura etc. Todos los profesionales realizan trabajo intelectual.

Desde el punto de vista de la Física, el trabajo está relacionado con la fuerza que actúa sobre un cuerpo y el desplazamiento que provoca sobre este, como es el caso de una persona que empuja un carretón, en donde la fuerza aplicada es constante y además la fuerza y el desplazamiento son paralelos entre sí.

Analicemos otro ejemplo.

Consideremos el caso de un camioncito que se mueve horizontalmente con una fuerza constante $\vec{F}$ dirigida en la dirección del desplazamiento, por lo que el ángulo que se forma entre la fuerza aplicada al cuerpo y su desplazamiento es de cero grados ($0°$), tal a como se muestra en la *figura 4.5.*

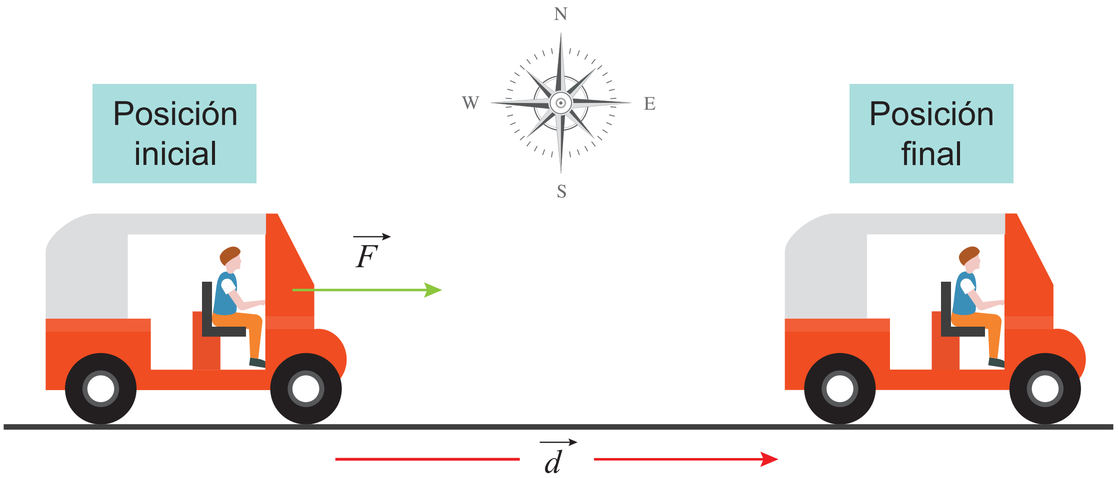


Figura 4.5 Trabajo realizado por una $\vec{F}$ constante dirigida en la dirección del desplazamiento

En la *figura 4.5* podemos apreciar que la fuerza aplicada provoca en el cuerpo un desplazamiento realizando un trabajo, el cual consiste en desplazar al cuerpo de un punto a otro, además; también podemos apreciar, que tanto la fuerza aplicada como el desplazamiento son paralelos entre si.

Por lo que podemos plantear:

El trabajo (W) es una magnitud física que se obtiene del producto de la fuerza aplicada al cuerpo ($\vec{F}$) por el desplazamiento que provoca dicha fuerza ($\vec{d}$).

Siendo su ecuación:

$$W = \vec{F}\ d$$

Condiciones: $\vec{F} = cte.$; $\vec{F}$ *y* $\vec{d}$ *son //*

Lo anterior nos muestra claramente, que para la realización de un trabajo es necesario:

1. *Que exista una fuerza aplicada sobre un cuerpo.*
2. *Que la fuerza aplicada al cuerpo provoque un desplazamiento.*

No siempre la fuerza que realiza trabajo se encuentra aplicada en la misma dirección del desplazamiento, para ello analicemos el ejemplo en donde un niño jala el carrito de su hermana, aplicando una fuerza la cual forma un ángulo de $45°$ con el desplazamiento, tal a como lo muestra la *figura 4.6.*

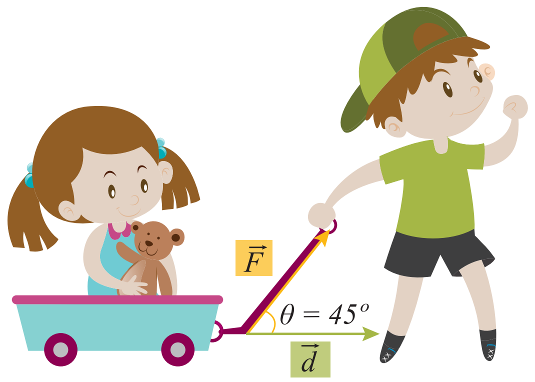


Figura 4.6 La fuerza aplicada y el desplazamiento forman un ángulo entre si.

Si graficamos solamente la fuerza ejercida en el plano cartesiano y la descomponemos en sus componentes rectangulares, tal a como lo muestra la *figura 4.7* de inmediato nos percatamos, que la componente rectangular en el *"**eje y**"* no influye en el movimiento del cuerpo, solamente influye en dicho movimiento la componente rectangular del *"**eje x**"*, por ello, es necesario buscar una función trigonométrica que nos relacione con la magnitud de la fuerza que influya en dicho movimiento.

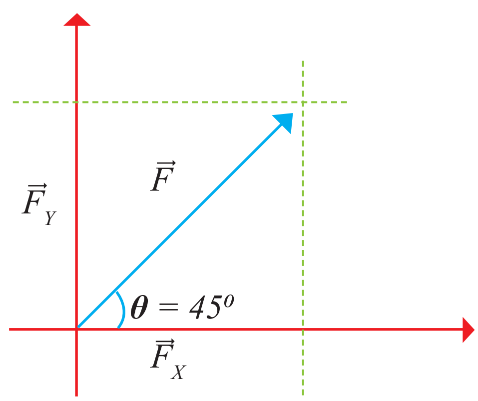


Figura 4.7 Descomposición de la fuerza en sus componentes rectangulares.

*Esta **función trigonométrica,** es la del coseno, debido a que ella **nos relaciona el cateto adyacente con la hipotenusa.***

$$\textbf{Cos } \theta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Pero como el cateto adyacente es igual a $\vec{F}_x$ y la hipotenusa es igual $\vec{F}$, el ***cos θ*** va a ser igual a:

$$Cos\ \theta = \frac{\vec{F}_x}{\vec{F}};\ Ecuación\ N^o\ 1$$

De donde si despejamos $\vec{F}_x$; $\vec{F}_x = \vec{F}\cos\theta$; *Ecuación Nº 2*

Además, como la componente rectangular de la fuerza $\vec{F}_y$ no influye en el desplazamiento del cuerpo, en este caso el trabajo realizado será igual a:

$$W = \vec{F}_x \ \vec{d} \ ; \ \textit{Ecuación N. 3}$$

Al sustituir la *ecuación Nº 2* en la *ecuación Nº 3* nos resulta:

$$W = \vec{F}\,\vec{d}\cos\theta$$

Condiciones: $\vec{F} = cte.$, $\vec{F}$ y $\vec{d}$ forman un ángulo entre sí.

La expresión anterior, constituye lo que se conoce como la ecuación general del trabajo mecánico realizado por un cuerpo.
Además, debido a que la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo entre sí, el trabajo mecánico realizado suele clasificarse en:

a) Trabajo positivo o motor:

Se dice que el trabajo realizado por un cuerpo es positivo, si la fuerza tiene una componente en la misma dirección del desplazamiento, es decir; si el ángulo de separación que se forma entre la fuerza aplicada y la dirección del desplazamiento es mayor o igual a 0^o y menor de 90^o, es decir, θ se encuentra localizado en el intervalo de: $0^o \leq \theta < 90^o$.
** Por ejemplo el trabajo que realiza un caballo que tira de un carruaje.*

b) Trabajo nulo:

Se afirma, que el trabajo realizado por un cuerpo es nulo, si el ángulo de separación entre la fuerza aplicada y la dirección del desplazamiento es de 90^o, es decir, el trabajo es nulo si el desplazamiento y la fuerza aplicada a dicho cuerpo son perpendiculares ente si ($\theta = 90^o$).
** Por ejemplo el trabajo que realiza tu peso cuando te desplazas en un carro.*

c) Trabajo negativo o resistivo:

Cuando la fuerza constante que actúa sobre un cuerpo tiende a retardar el movimiento, es decir, cuando una fuerza constante actúa en sentido contrario al desplazamiento del cuerpo, se dice que el trabajo realizado en negativo. En este caso el ángulo de separación entre la fuerza aplicada y la dirección del desplazamiento es mayor de 90^o y menor o igual a 180^o ($90^o < \theta \leq 180^o$). ** Por ejemplo el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.*

Unidades de Medición del Trabajo

En el Sistema Internacional (*SI*) de unidades, el trabajo se mide en Nm esta unidad se llama **Joule** (*J*). Un Joule es el trabajo realizado por una fuerza de un Newton para desplazar en un metro una masa de un kilogramo.

$$[\,1J\,] = [\,1N\,]\,[\,1m\,]$$

En unidades ***CGS*** la unidad de trabajo se denomina ***ergio.*** Un ergio es el trabajo realizado por una fuerza de una dina para desplazar en un centímetro una masa de un gramo.

1 Ergio = 1 dina 1 centímetro
1 erg = dyn cm

La equivalencia entre *1 Joule* y *1 ergio* es la siguiente: $\boldsymbol{1\ J = 1 \times 10^7\ erg}$

Las unidades de dina y ergio fueron inicialmente propuestas como unidades de fuerza y energía en 1861 por el físico inglés Joseph David Everett.

Ejemplo:

Cuál es el trabajo realizado por un cuerpo, si este debido a una fuerza constante aplicada de $20\ N$ se desplaza una distancia de $2\ m$, y el ángulo de separación entre la fuerza y el desplazamiento es de: **a**. $\theta = 0^o$ **b**. $\theta = 60^o$ **c.** $\theta = 90^o$ **d.** $\theta = 180^o$

Solución al inciso "a"

Datos	Ecuación	Solución
$\vec{F} = 20\ N$	$\boldsymbol{W = \vec{F}\ \vec{d}\ \cos\theta}$	$W = (20\ N)\ (2\ m)\ (\cos 0^o)$
$\vec{d} = 2\ m$		$W = (20\ N)\ (2\ m)\ (1)$
$\boldsymbol{\theta} = 0^o$		$\boldsymbol{W = 40\ J}$
$W = ?$		

Repuesta razonada: el trabajo realizado por el cuerpo es de ***40 J*** en la dirección del desplazamiento.

Solución al inciso "b"

Datos	Ecuación	Solución
$\vec{F} = 20\ N$	$\boldsymbol{W = \vec{F}\vec{d}\ \cos\theta}$	$W = (20\ N)\ (2\ m)\ (\cos 60^o)$
$\vec{d} = 2\ m$		$W = (20\ N)\ (2\ m)\ (0{,}5)$
$\boldsymbol{\theta} = 60^o$		$\boldsymbol{W = 20\ J}$
$W = ?$		

Repuesta razonada: el trabajo realizado por el cuerpo es de ***20 J*** en la dirección del desplazamiento.

Solución inciso "c"

Datos	Ecuación	Solución
$\vec{F} = 20\ N$	$\boldsymbol{W = \vec{F}\, \vec{d} \cos \theta}$	$W = (20\ N)\ (2\ m)\ (\cos 90^{o})$
$\vec{d} = 2\ m$		$W = (20\ N)\ (2\ m)\ (0)$
$\boldsymbol{\theta} = 90^{o}$		$\boldsymbol{W = 0\ J}$
$W = ?$		

Repuesta razonada: el trabajo realizado por el cuerpo es nulo, debido a que la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares entre sí.

Solución inciso "d"

Datos	Ecuación	Solución
$\vec{F} = 20\ N$	$\boldsymbol{W = \vec{F}\, \vec{d} \cos \theta}$	$W = (20\ N)\ (2\ m)\ (\cos 180^{o})$
$\vec{d} = 2\ m$		$W = (20\ N)\ (2\ m)\ (-1)$
$\boldsymbol{\theta} = 180^{o}$		$\boldsymbol{W = -\ 40\ J}$
$W = ?$		

Repuesta razonada: el trabajo realizado por el cuerpo es es de **- *40 J*** en la dirección del desplazamiento.

4.1.1 Trabajo para elevar un cuerpo

Analicemos el trabajo que se necesita para elevar un cuerpo hasta cierta altura con velocidad constante. Supongamos que se desea levantar la pelota de béisbol hasta el borde de la mesa que tiene una altura h, tal como se presenta en la *figura 4.8*

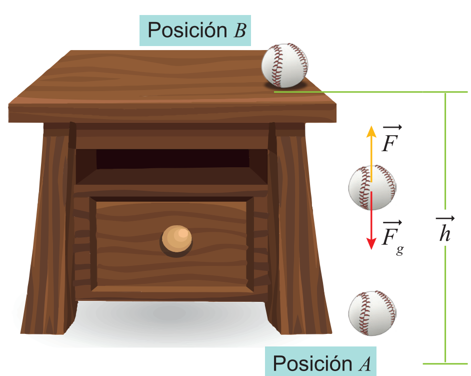


Figura 4.8 Trabajo para elevar un cuerpo

En este caso es necesario realizar un trabajo en contra de la fuerza de la gravedad, por lo tanto es necesario aplicar una fuerza, al menos igual al peso de la bola de béisbol para poder elevarlo con velocidad constante, por lo que podemos plantar:

1. Qué la fuerza y el desplazamiento son paralelos entre sí, forman entre sí un ángulo de cero grado ($\theta = 0^{o}$).
2. En este caso, la distancia recorrida es igual a la altura a la cual alcanza el cuerpo ($\vec{d} = \vec{h}$).
3. La magnitud de la fuerza empleada para elevar el cuerpo permanece constante ($\vec{F} = cte.$).

Cómo la magnitud de la fuerza empleada para elevar el cuerpo permanece constante, perfectamente se puede emplear la *Segunda Ley de Newton* para determinarla, la cual nos plantea:

$$\vec{F} = m\vec{g} \text{ ; ecuación Nº 1}$$

Por otro lado si partimos de la ecuación general del trabajo:

$$W = \vec{F}\vec{d} \cos\theta$$

Además, si tenemos presente que: $\vec{d} = \vec{h}$; $\vec{F} = m\,\vec{g}$; $\theta = 0^{o}$ y $\cos 0^{o} = 1$; que al sustituir en la ecuación anterior nos resulta:

$$W = m\,\vec{g}\,\vec{h}$$

La ecuación anterior nos permite calcular el trabajo realizado para elevar un cuerpo en la dirección vertical siempre y cuando la magnitud de la fuerza sea constante. Además este resultado nos muestra que el trabajo es positivo porque la fuerza y el desplazamiento coinciden en dirección y sentido.

A manera de conclusión podemos expresar:

El trabajo realizado para elevar un cuerpo hasta una altura h con velocidad constante, es directamente proporcional a la masa del cuerpo y al desplazamiento que experimenta el cuerpo a lo largo de su línea de acción.

Actividades de reforzamiento

Analicemos los siguientes ejemplos

Ejemplo 1

Calculemos el trabajo necesario para elevar un bote de leche cuya masa es $2,5\ kg$ hasta el borde de la mesa que tiene una altura $0,80\ m$.

Para resolver este ejercicio leámoslo detenidamente para saber qué datos conocemos y qué necesitamos para darle solución. Además representemos esquemáticamente el problema para que nos facilite su análisis.

Una representación de ello es el que se muestra en la *figura 4.9* adjunta.

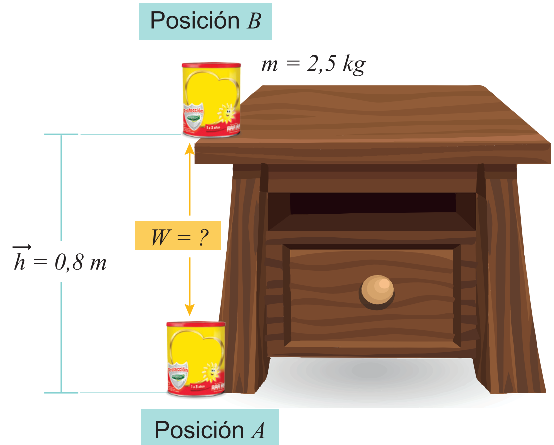


Figura 4.9 Representación ejemplo 1

Datos	Ecuación	Solución
$m = 2,5\ kg$ $\vec{h} = 0,80\ m$ $\vec{g} = 9,8\ m/s^2$ $W = ?$	$W = m\,\vec{g}\,\vec{h}$	$W = (2,5\ kg)\ (9,8\ m/s^2)\ (0,80\ m)$ $W = 19,6\ J$ Análisis de las unidades $(1kg)\ (1\ m/s^2) = 1\ N$ $(1N)\ (1\ m) = 1\ J$

Repuesta razonada: el trabajo realizado para elevar el bote de leche hasta el borde de la mesa es de ***19,6 J***

Ejemplo 2

¿Qué trabajo se debe realizar para elevar una piñata de $5,0\ kg$ hasta una altura de $4\ m$? Leamos detenidamente el ejercicio y hagamos una representación gráfica del mismo, esto nos facilitará su análisis.

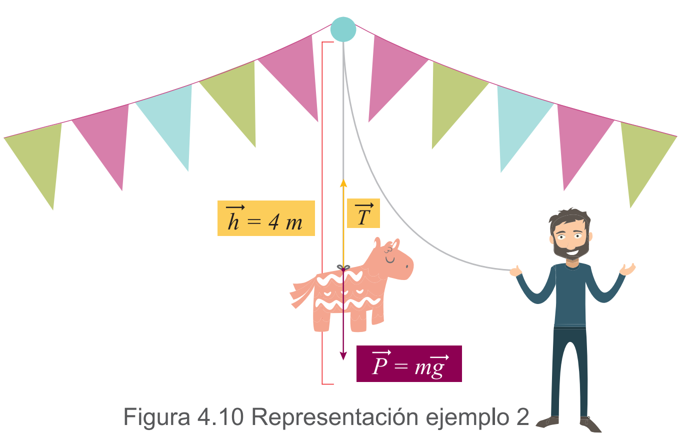


Figura 4.10 Representación ejemplo 2

La *figura 4.10* adjunta representa la situación planteada. Observamos que la fuerza que se debe ejercer sobre la piñata debe ser como mínimo igual al peso de la piñata. A esta fuerza la llamamos fuerza de tensión de la cuerda que la simbolizamos en la figura con $\vec{T}$. Como la tensión es igual al peso $(\vec{T} = \vec{P})$, podemos afirmar que la piñata sube con velocidad constante, además la tensión $(\vec{T})$ está en la dirección del desplazamiento $(\vec{d})$ por lo que el ángulo formado entre la fuerza y el desplazamiento es igual a cero grado $(\theta = 0^o)$, siendo el $\cos 0^o = 1$.

Además; como $\vec{d} = \vec{h}$ y $\vec{T} = \vec{P} = m\vec{g}$, el trabajo realizado para elevar a la piñata hasta la altura deseada es:

$$\boldsymbol{W = m\,\vec{g}\,\vec{h}}$$

Este resultado nos muestra que el trabajo es positivo porque la fuerza y el desplazamiento coinciden en dirección y sentido. Escribamos los datos proporcionados y la ecuación correspondiente, en la siguiente tabla.

Datos	Ecuación	Solución
$m = 5{,}0\ kg$ $\vec{d} = \vec{h} = 4{,}0\ m$ $\vec{g} = 9{,}8\ m/s^2$ $W = ?$	$\boldsymbol{W = m\,\vec{g}\,\vec{h}}$	$W = (5{,}0\ kg)\ (9{,}8\ m/s^2)\ (4{,}0\ m)$ $\boldsymbol{W = 196\ J}$

Repuesta razonada: el trabajo necesario para elevar la piñata hasta ***4,0 m*** es de ***196 J.***

Ejemplo 3

Si doña María realiza un trabajo de $6{,}0\ kJ$ para subir el balde lleno de agua de aproximadamente $20{,}0\ kg$ a velocidad constante desde la profundidad del pozo como se muestra la figura adjunta. **¿Cuál es la profundidad del pozo?**

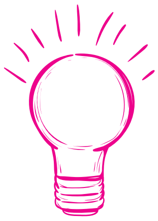
Figura 4.11 Representación ejemplo 3

Leamos detenidamente el ejercicio y notemos que el análisis requerido es similar a los ejemplos anteriores. Escribamos los datos proporcionados y la ecuación correspondiente, en la siguiente tabla.

Datos	Ecuación	Solución
$W = 6{,}0\ kJ = 6000\ J$ $m = 20{,}0\ kg$ $\vec{g} = 9{,}8\ m/s^2$ $\vec{h} = ?$	$W = m\,\vec{g}\,\vec{h}$ Despejando la ecuación $\vec{h} = \dfrac{W}{m\,\vec{g}}$	$h = \dfrac{6000\ J}{(20{,}0\ kg)\ (9{,}8\ m/s^2)}$ $h = 30{,}6\ m$

Repuesta razonada: la profundidad del pozo es de ***30,6 m***

4.1.2 Trabajo para acelerar un cuerpo en la dirección del desplazamiento.



Examinemos la *figura 4.12* en donde observamos a una motito que se desplaza bajo la acción de una fuerza constante y dirigida en la misma dirección y sentido del desplazamiento, por lo que el ángulo que se forma entre ellos es de cero grado ($\theta = 0°$).

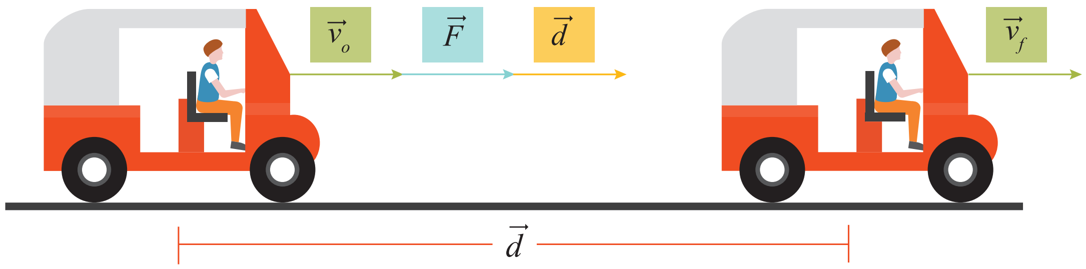


Figura 4.12 Trabajo para acelerar un cuerpo en la dirección del desplazamiento

Siendo en este caso el $\cos 0° = 1;$ por lo que la ecuación general nos queda:

$\boldsymbol{W = \vec{F}\,\vec{d}\cos\theta}$

$\boldsymbol{W = \vec{F}\,\vec{d}\cos\theta \quad = \quad W = \vec{F}\,\vec{d}}\,(1)$

De donde resulta $W = \vec{F}\,\vec{d}$; *Ecuación Nº 1*

Además, como la moto por estar bajo la acción de una fuerza considerada constante, este experimenta una aceleración de acuerdo a la Segunda Ley de Newton, cuya expresión matemática es: $\vec{F} = \vec{m}\,\vec{a}$; *Ecuación Nº 2*

Sustituyendo la *ecuación 2* en la *ecuación 1*

$W = m\,\vec{a}\,\vec{d}$; *Ecuación Nº 3*

En la unidad uno examinamos las ecuaciones del ***MRUV***, escribamos la ecuación de la velocidad final relacionada con el desplazamiento:

$$\vec{v}_f^{\,2} = \vec{v}_o^{\,2} + 2\vec{a}\,\vec{d}$$

De esta expresión, si despejamos el valor de la aceleración nos resulta:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f^{\,2} - \vec{v}_o^{\,2}}{2\,\vec{d}} \text{; Ecuación Nº 4}$$

Sustituyendo la *ecuación 4* en la *ecuación 3*, obtenemos:

$$W = m\left(\frac{\vec{v}_f^{\,2} - \vec{v}_o^{\,2}}{2\,\cancel{\vec{d}}}\right)\cancel{\vec{d}} \Rightarrow W = m\left(\frac{\vec{v}_f^{\,2} - \vec{v}_o^{\,2}}{2}\right)$$

De donde obtenemos la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{W = \tfrac{1}{2}\, m\, \vec{v}_f^{\,2} - \tfrac{1}{2}\, m\, \vec{v}_o^{\,2}}$$

Esta expresión representa el trabajo necesario para acelerar un cuerpo de una masa determinada desde una velocidad inicial que puede ser cero o distinta de cero hasta una velocidad final.

Actividades de reforzamiento

Analicemos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1

Un camión que posee una masa de *2000 kg*, acelera desde el reposo hasta alcanzar una velocidad *30 m/s* en *40 s*. ¿Qué trabajo ha realizado para acelerar desde el reposo? Leamos detenidamente el ejercicio y extraigamos los datos que nos brinda y representemos esquemáticamente el problema para que nos facilite su análisis. Una representación de ello es el que se muestra en la *figura 4.13* adjunta.

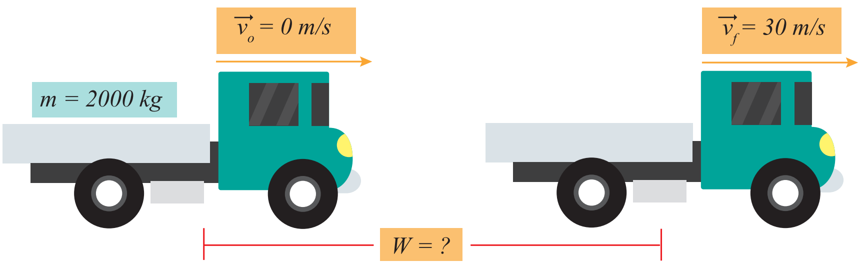


Figura 4.13 Representación ejemplo 1

Datos	Ecuación	Solución
$m = 2000\ kg$ $\vec{v}_o = 0\ m/s$ $\vec{v}_f = 30\ m/s$ $t = 40\ s$ $W = ?$	$W = ½\ m\ \vec{v}_f^{\,2} - ½\ m\ \vec{v}_o^{\,2}$ Pero como $\vec{v}_o = 0$ $\boldsymbol{W = ½\ m\ \vec{v}_f^{\,2}}$	$W = ½\ (2000\ kg)\ (30\ m/s)^2$ $W = 900\ 000\ J = 9{,}0 \times 10^5\ J$

Repuesta razonada: el trabajo realizado por el camión para acelerar desde el reposo es igual $\boldsymbol{9{,}0 \times 10^5\ J}$

Ejemplo 2

Ricardo empuja a su carrito de $0{,}25\ kg$ que inicialmente está en reposo y le imprime una fuerza horizontal de $6{,}0\ N$ haciendo que el carrito se desplace una distancia de $0{,}50\ m$, tal como se observa en la *figura 4.14* **¿Cuánto trabajo realizó la aplicación de la fuerza sobre el carrito?** y **¿Qué velocidad adquirió el carrito?**

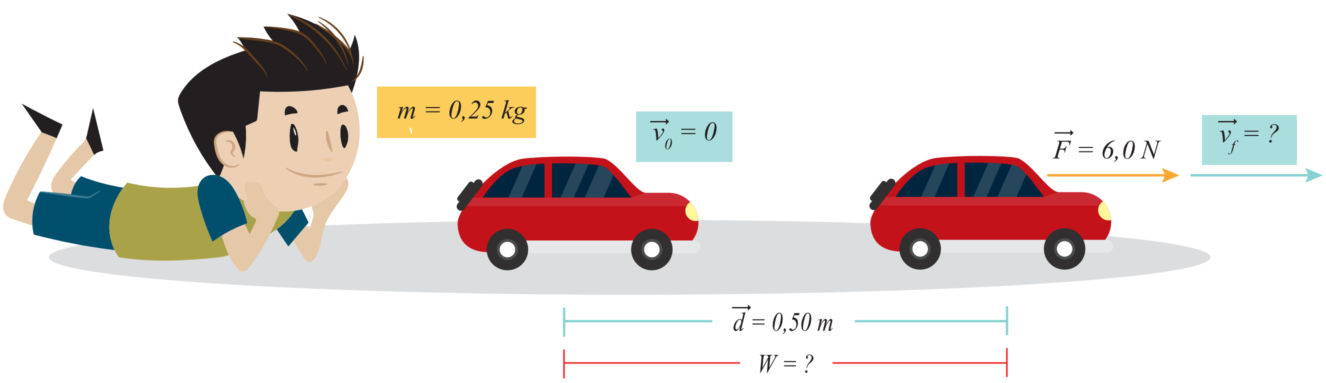


Figura 4.14 Representación ejemplo 2

Leamos detenidamente la situación y extraigamos nuestros datos.

Datos	Ecuación	Solución
$m = 0{,}25\ kg$ $\vec{F} = 6{,}0\ N$ $\vec{d} = 0{,}5\ m$ $\vec{v}_o = 0\ m/s$ $\vec{v}_f = ?$ $W = ?$	**a)** $W = \vec{F}\ \vec{d}$ **b)** $W = ½\ m\ \vec{v}_f^{\,2} - ½\ m\ \vec{v}_o^{\,2}$ Pero como la $\vec{v}_o = 0$; la ecuación nos queda: $W = ½\ m\vec{v}_f^{\,2}$ Despejando la $\vec{v}_f$: $\vec{v}_f = \sqrt{\frac{2\ W}{m}}$	$W = (6{,}0\ N)\ (0{,}50\ m) = 3{,}0\ J$ $v_f = \sqrt{\frac{(2)\ (3\ J)}{0{,}25\ kg}} = 4{,}9\ m/s$

Respuesta razonada: el trabajo realizado por la fuerza sobre el carrito es de $\boldsymbol{3{,}0\ J}$ adquiriendo una velocidad final de $\boldsymbol{4{,}9\ m/s}$.

4.1.3 Trabajo para deformar un cuerpo

Hemos analizado que el trabajo realizado por una fuerza constante sobre un cuerpo que es capaz de acelerarlo, sin embargo hay muchas ocasiones en que la fuerza puede causar deformaciones mediante la realización de un trabajo.

Dispongámonos a reflexionar y a analizar situaciones relacionadas con la deformación de los cuerpos. Recordemos respetar las ideas de nuestros compañeros, pues también son importantes como las de nosotros.

Leamos detenidamente las situaciones que se nos plantean, reflexionemos, organicemos nuestras ideas y respondamos por qué ocurren.

1. Manuelito tiene un perrito de juguete como el de la *figura 4.15.* Cuando él juega con el perrito lo estira hasta cierta distancia y lo suelta inmediatamente.

   a) ¿Qué trabajo realiza la fuerza aplicada sobre el resorte del perrito al momento que Manuelito lo suelta?

   b) ¿De qué depende el trabajo realizado?

   c) Si Manuelito estira el resorte del perrito hasta el doble de la distancia inicial, ¿Cuánto vale el trabajo realizado? Indica en el dibujo la fuerza que actúa cuando se estira el resorte y se suelta inmediatamente, asimismo indica cuanto se deforma.

Figura 4.15 Perrito de juguete

2. En noveno grado estudiamos las fuerzas elásticas y la ley que la gobierna. ¿Qué nombre recibe esta ley? ¿Qué plantea?

¿Qué trabajo realiza una fuerza para deformar un cuerpo?

Recordemos que la Ley de Hook establece que la deformación de un resorte es directamente proporcional al módulo de la fuerza que se le aplique, siendo su expresión matemática:

$$F_e = -\,kx\;;$$

*Donde **k** es la constante elástica del resorte la cual depende del material del que esté hecho y **x** la deformación que sufre. El signo negativo en la ecuación de la fuerza elástica nos indica que esta actúa en la dirección opuesta al desplazamiento cuando el resorte se estira o se comprime, es decir esta fuerza hace que el resorte vuelva a su posición de equilibrio.*

Debemos tener en cuenta que la Ley de Hooke es válida para pequeñas deformaciones, ya que si el resorte se estira demasiado, puede deformarse y no recuperar su forma original.

Supongamos que la cajita unida al resorte descansa sobre una superficie sin fricción según se muestra en la *figura 4.16*

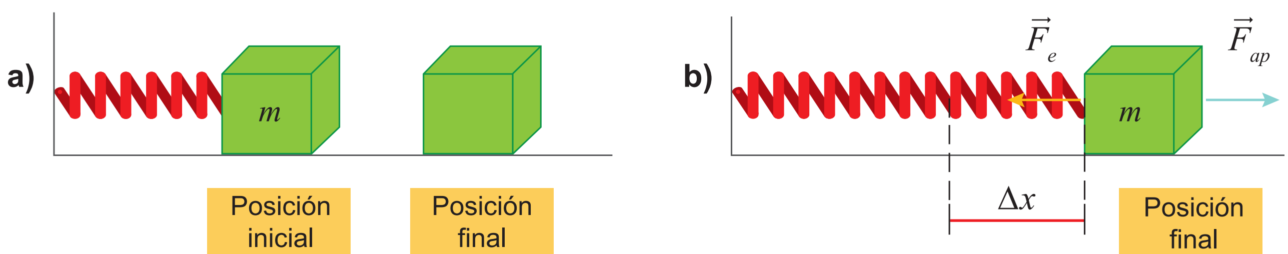


Figura 4.16 Trabajo que realiza una fuerza para deformar un cuerpo

a. La cajita se jala lentamente desde la posición inicial hasta la posición final aplicando una fuerza ($\vec{F}_{ap}$). En este caso la fuerza aplicada en cualquier posición es igual en magnitud y opuesta a la fuerza elástica ($\vec{F}_e$), recordemos la Tercera Ley de Newton, la cual nos indica que estas son iguales en magnitud son opuestas y se encuentran aplicadas en cuerpos distintos, una en el resorte ($\vec{F}_e$) y la otra en la cajita ($\vec{F}_{ap}$) de tal modo que:

$$\vec{F}_{ap} = -\,(-k\,\vec{x}\,) \Rightarrow \vec{F}_{ap} = k\vec{x}$$

En la *figura 4.16 b*, se presentan estas fuerzas de acción y reacción. Podemos notar que a medida que se jala la cajita, la fuerza aplicada ($\vec{F}_{ap}$) aumenta; es decir, no se mantiene constante y es proporcional a la deformación del resorte. Si elaboramos una gráfica de la fuerza aplicada en función del tiempo [$F = f\,(t)$], obtendremos una gráfica como la que se muestra en la *figura 4.17.* En donde se aprecia que el área bajo la curva representa el trabajo realizado por la fuerza aplicada tal como se presenta en la *figura 4.17 b*

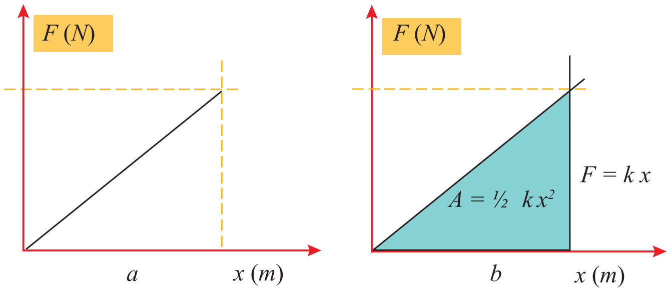


Figura 4.17 Trabajo realizado para deformar un cuerpo

Siendo el área bajo la curva correspondiente al área de un triángulo:

$$A = \tfrac{1}{2}\, b\, h\ ;\ \textit{Ecuación Nº1}$$

De la gráfica podemos apreciar que:

$$A = W\ ;\ h = F \text{ y } b = x$$

Que al sustituir en la ecuación 1 nos resulta:

$$W = \tfrac{1}{2}\, k\, x\, x$$

$$W = \tfrac{1}{2}\, k\, x^2$$

Siendo esta la ecuación del trabajo para deformar un cuerpo.

En la ecuación podemos apreciar que el trabajo es directamente proporcional a la deformación del resorte $W \propto x$, esto nos indica que para aumentar la deformación es necesario realizar mayor trabajo.

Actividades de reforzamiento

Veamos los siguientes ejemplos

Ejemplo 1

Un bloque se encuentra unido a un resorte que tiene una constante de $k = 1200\ N/m$, ambos descansan sobre una superficie horizontal sin rozamiento. **¿Qué trabajo debe realizarse para deformar al resorte y llevar al bloque hasta $0{,}35\ m$?**

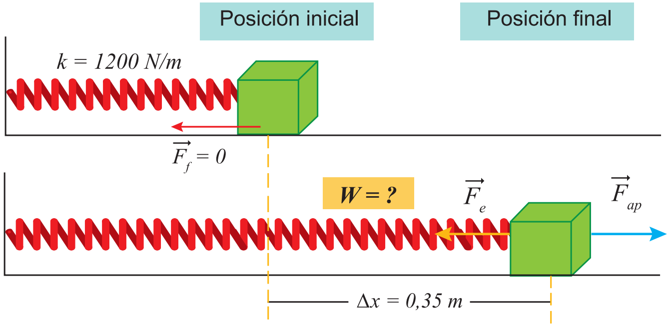


Figura 4.18 Representación ejemplo 1

Solución

Leamos detenidamente el ejercicio y extraigamos los datos obtenidos y representemos esquemáticamente la situación planteada. En la figura adjunta se representa el problema.

Datos	Ecuación	Solución
$k = 1200\ N/m$ $x = 0{,}35\ m$ $W = ?$	$\boldsymbol{W = \frac{1}{2}\, k\, x^2}$	$W = \frac{1}{2}\,(1200\ N/m)\,(0{,}35\ m)^2$ $W = 73{,}5\ J$

Repuesta razonada: el trabajo realizado sobre el resorte es de ***73,5 J***

Ejemplo 2

¿Cuánto trabajo efectúa una masa de $60\ kg$ en contra la fuerza elástica de un resorte que tiene una constante elástica de $360\quad 0\ N/m$ para estirarlo $0{,}150\ m$?

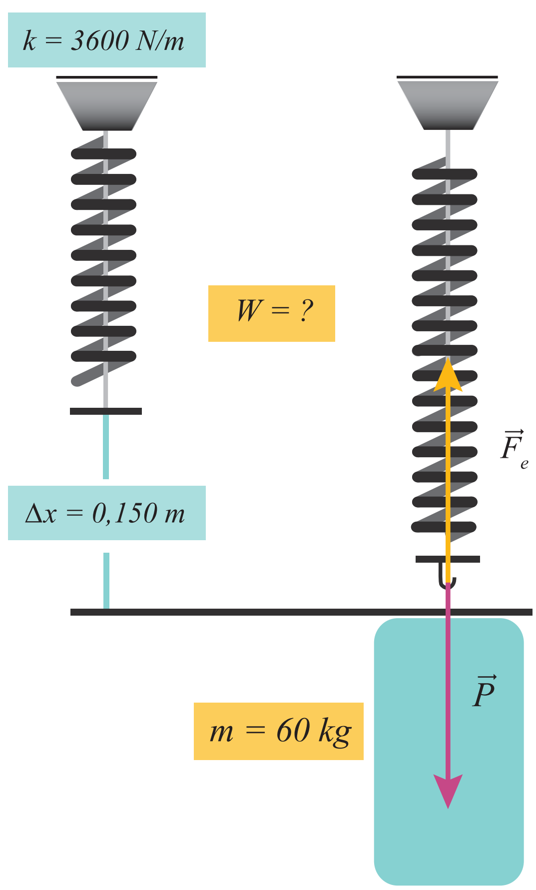


Figura 4.19 Representación ejemplo 2

Leamos detenidamente el ejercicio y extraigamos los datos que nos brinda. Representemos esquemáticamente el problema para que nos facilite su análisis. Una representación de ello es el que se muestra en la *figura 4.19* anteriormente adjunta.

Datos	Ecuación	Solución
$k = 3600\ N/m$ $x = 0{,}150\ m$ $W = ?$	$W = \frac{1}{2}\, k\, x^2$	$W = \frac{1}{2}\,(3600\ N/m)\,(0{,}15\ m)^2$ $W = 40{,}5\ J$

Repuesta razonada: el trabajo realizado sobre el resorte es de ***40,5 J***

4.1.4 Trabajo realizado en contra de la fricción

Para analizar el trabajo en contra de las f**uerzas de fricción o fuerza de rozamiento**, es necesario que recordemos que la **fuerza de fricción** surge cuando dos cuerpos están en contacto, ya sea que estén en reposo o en movimiento y siempre oponen resistencia a cualquier tipo de movimiento de uno respecto al otro.Tal a como lo muestra la *figura 4.20*

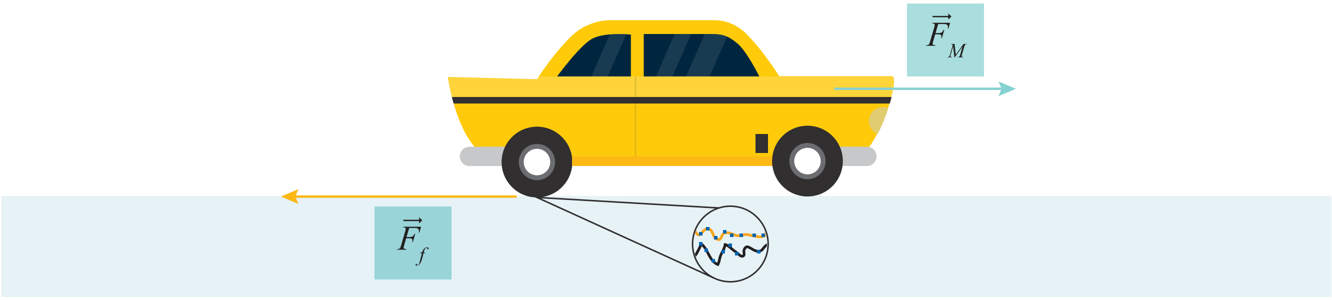


Figura 4.20 Fuerza de fricción o fuerza de rozamiento

Existen dos tipos de fuerza de fricción, l**a fuerza de fricción estática y la fuerza de fricción dinámica** que es menor que la fuerza de rozamiento estática. La ecuación que nos permite calcular la fuerza de fricción es: $F_f = \mu N$

Donde

F_f: *es la fuerza de fricción o fuerza de rozamiento.*
μ : *es el coeficiente de rozamiento o de fricción.*
N : *es la fuerza Normal llamada Normal.*

Analicemos el siguiente caso:
Ana quiere cambiar de posición el ropero según se muestra en la *figura 4.21* en el primer intento no lo logra y para moverlo ella tiene que aplicar una fuerza cada vez mayor, pues la fuerza de fricción estática entre el ropero y la superficie se opone al movimiento.

Una vez que ha aumentado la fuerza aplicada hasta un valor máximo sobre el ropero, logra el movimiento de este, lo cual nos indica que ha conseguido vencer a la fuerza de fricción estática.

Es importante que recordemos que la fuerza de fricción estática existe en respuesta a la fuerza aplicada al ropero **(Tercera Ley de Newton)**, esta fuerza de fricción, surge en la superficie de contacto, teniendo la misma magnitud y dirección y sentido contrario de la fuerza aplicada al ropero hasta su valor máximo con la de la fuerza aplicada. Cuando la fuerza aplicada excede a la fuerza de fricción estática, el ropero empieza a moverse y aparece la fuerza de fricción cinética, la cual es menor que la fuerza de fricción estática ($f_f\,estática > f_f\,cinética$).

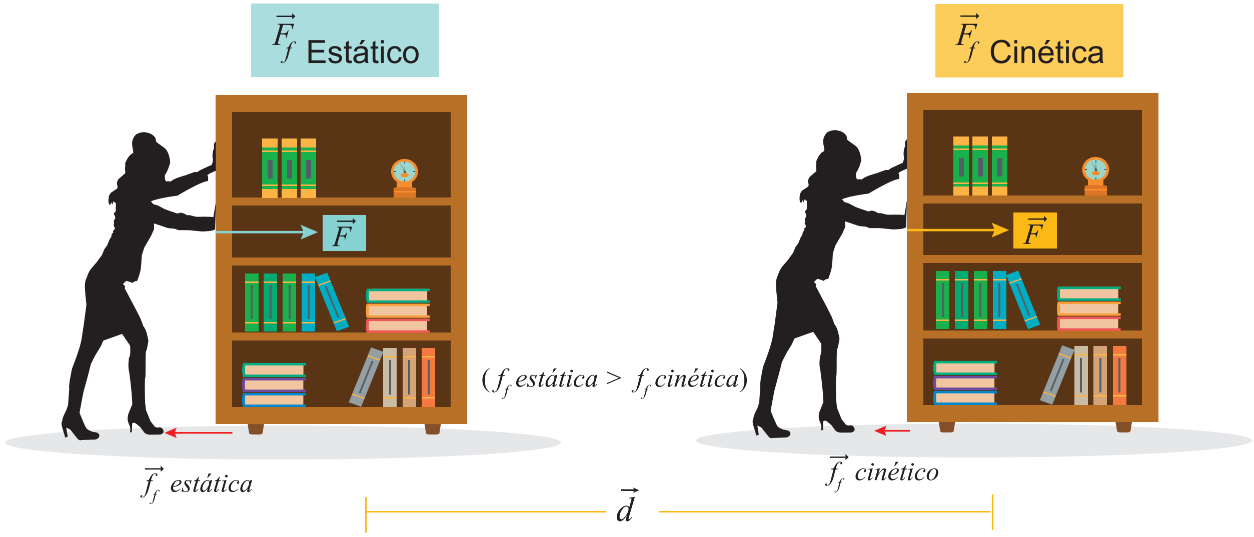


Figura 4.21 Trabajo realizado en contra de la fuerza de fricción

Pero **¿Cómo podemos determinar el trabajo realizado por la fuerza de fricción?**
Si observamos detenidamente la *figura 4.21* de inmediato nos damos cuenta que existen dos tipos de trabajo:

a) Uno realizado por la fuerza aplicada por Ana sobre el ropero, en donde el ángulo que se forma entre la fuerza y el desplazamiento es de cero grado por que la ecuación que permite calcularlo seria : $W = \vec{F}\vec{d}$

b) El trabajo resistivo (Wr) debido a la fuerza de fricción $(\vec{F}_f)$ que surge en la superficie de contacto.

Pero, **¿Qué ecuación nos permite calcular la magnitud del trabajo resistivo?** Si partimos de la ecuación general:

$$W = \vec{F}\vec{d}\cos\theta \text{ ; } Ecuación\ N^o\ 1$$

Además, si tenemos presente que el trabajo realizado no es más que el trabajo resistivo ($W = Wr$), que la fuerza no es más que la fuerza de fricción ($\vec{F}_f$) que se opone al movimiento del cuerpo, el cual surge en la superficie de separación entre ambos cuerpos, y que esta fuerza, forma siempre un ángulo de $180°$ con respecto al desplazamiento, que al sustituir en la *ecuación Nº 1* nos resulta:

$$W_r = \vec{F}_f\,\vec{d}\cos 180^{0}\ ;\ \textit{Ecuación Nº 2}$$

Pero como el ***coseno de 180°*** $= -1$ nos resulta:

$$W_r = \vec{F}_f\,\vec{d}\cos 180^{0} \Rightarrow Wr = \vec{F}_f\,\vec{d}\,(-1)$$

De donde obtenemos:

$$W_r = -\vec{F}_f\,\vec{d}\ ;\ \textit{Ecuación Nº 3}$$

Por lo que este trabajo resistivo va ser siempre negativo, puesto que el *coseno de 180°* vale -1.

Además anteriormente se expresó:

1. Que la fuerza de fricción es igual a: $\vec{F}_f = \mu\,\vec{N}$; *Ecuación Nº4*

2. También se dijo que la fuerza Normal o la normal es igual a: $\vec{N} = m\,g$; *Ecuación Nº5*

Que al sustituir la *ecuación 4 y 5* en la *ecuación 3* nos resulta:

$$W_r = -\mu\, m\,\vec{g}\,\vec{d}$$

Siendo la ecuación del trabajo resistivo realizado por la fuerza de fricción. Esto nos indica que el trabajo para mover un cuerpo en contra de la fuerza de fricción debe ser mayor que el trabajo que realiza la fuerza de fricción.

Actividades de reforzamiento

Veamos los siguientes ejemplos

Ejemplo 1

Ana al empujar un ropero cuya masa es $40{,}0\ kg$ lo mueve hasta una distancia de $3\ m$ aplicando una fuerza de $260\ N$, si el coeficiente de fricción cinética entre el ropero y el piso es de $0{,}60$. Determine:

a) El trabajo realizado por la fuerza que aplica por Ana.

b) El trabajo realizado por la fuerza de fricción.

Solución

Leamos detenidamente el ejercicio, extraigamos los datos y analicemos las fuerzas que realizan trabajo. Además elaboremos un gráfico sencillo en donde se representen todos los datos del problema así como un diagrama de cuerpo libre en donde se aprecien todas las fueras que actúan.

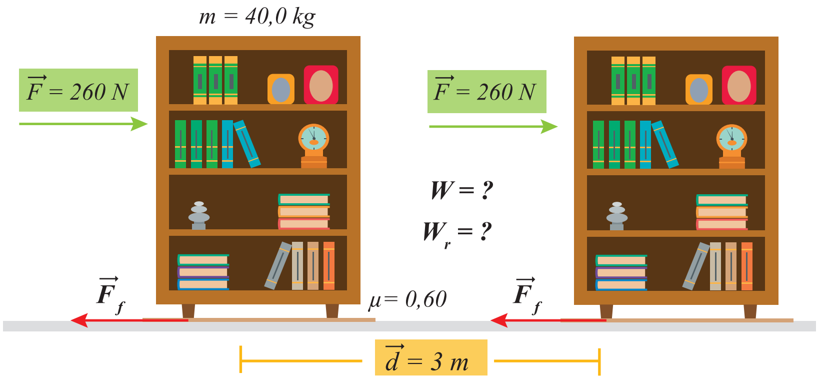


Figura 4.22 Representación ejemplo 1

¿Qué fuerzas realizan trabajo?

Recordemos, para que una fuerza realice trabajo, esta debe estar aplicada en la dirección del desplazamiento.

Podemos notar que el peso y la normal no realizan trabajo porque no hay desplazamiento en esa dirección.

La fuerza aplicada por Ana y la fuerza de fricción si realizan trabajo porque están aplicadas en la dirección del desplazamiento.

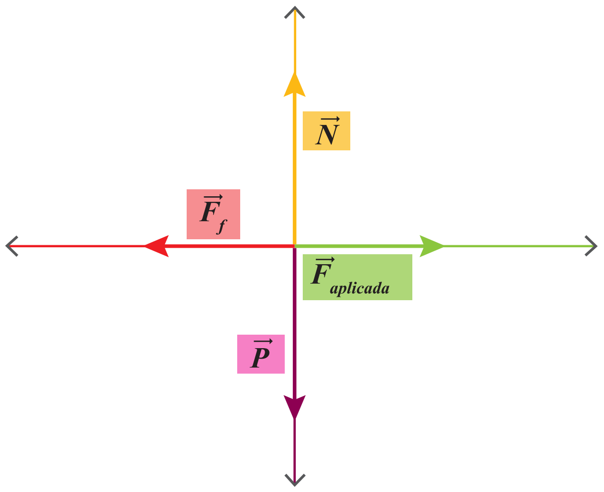


Figura 4.23 Fuerzas que realizan un trabajo

Datos	Ecuación	Solución
$m = 40\ kg$	$W = \vec{F}\,\vec{d}$	$W = (260\ N)\ (3\ m) = 780\ J$
$\vec{d} = 3\ m$	$W_r = \mu m \vec{g}\ \vec{d}$	
$\vec{F} = 260\ N$		$Wr = (0{,}60)\ (40\ kg)\ (9{,}8\ m/s^2)\ (3\ m)$
$\mu = 0{,}60$		$Wr = 705\ J$

Repuesta razonada: podemos notar que el trabajo realizado por Ana es de ***780 J*** siendo mayor que la realizada por la fuerza de roce que es de ***705 J.***

4.1.5 Incidencia de la fricción en el movimiento
- Coeficiente de fricción estático y cinético

Por nuestra experiencia sabemos que la fuerza de fricción es importante en la vida cotidiana, pues gracias a esta fuerza nos podemos desplazar de un punto a otro, ella permite que nos impulsemos hacia adelante. Un vehículo puede correr subiendo una pendiente gracias a la fuerza de fricción, Si no existiera la fuerza de fricción el vehículo no podría avanzar, las llantas se quedarían girando sin que el vehículo avanzara. En la industria y la tecnología, la fuerza de fricción permite por ejemplo elevar la temperatura de los cuerpos, encender una bombilla, etc.

Asimismo la fuerza de fricción nos permite poner los cuerpos en reposo, por ejemplo cuando dejamos un libro sobre una mesa.

Anteriormente estudiamos que existen dos tipos de fuerza de roce: **fuerza de roce estática y fuerza de roce cinética.**

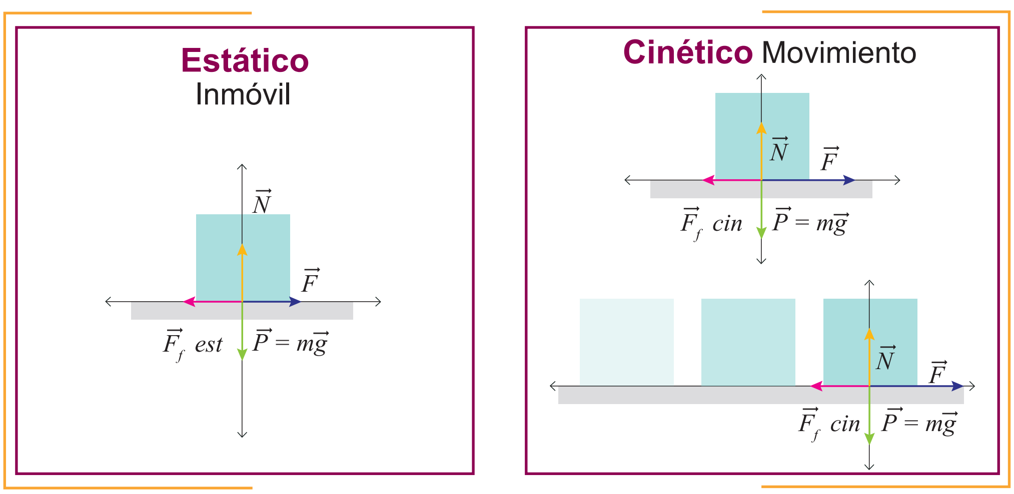


Figura 4.24 Fuerza de roce estatica inmóvil y cinética móvil

La fuerza de fricción estática siempre se opone al movimiento hasta que la fuerza aplicada sobre el cuerpo excede su valor como hemos analizado anteriormente.

Cuando el cuerpo logra el movimiento, aparece la fuerza de fricción cinética que también se opone al movimiento, esta se mantiene constante hasta lograr que el cuerpo se detenga.

Podemos distinguir la fuerza de fricción estática porque los cuerpos en reposo son muy difíciles de mover y tenemos que ir aumentando la fuerza aplicada hasta un valor máximo para lograr que el cuerpo se mueva, una vez logrado el movimiento resulta más fácil seguir moviendo dicho cuerpo en donde actúa la fuerza de fricción cinética.

La fuerza de fricción $\vec{F}_r = \mu \vec{N}$, en donde μ es el coeficiente de fricción y no posee unidades, es decir es un número a dimensional.

Para la fuerza de rozamiento estático tenemos:

$$\vec{F}_r = \mu_e \vec{N}$$

Para la fuerza de rozamiento dinámico tenemos:

$$\vec{F}_r = \mu_C \vec{N} \text{, siendo } \mu_e > \mu_c$$

4.1.6 Potencia mecánica

Muchas veces hemos escuchado la palabra potencia asignándole un significado diferente a lo que plantea la física, por ejemplo "Las vitaminas nos dan vigor y potencia","Chocolatito González tiene potencia en sus puños" o "Japón es una potencia mundial".

Estas ideas se relacionan con la capacidad que poseen las personas para lograr un propósito o con el poder que posee una nación sobre las demás como el caso de Japón.

Analicemos lo que nos plantea la Física sobre el concepto de **Potencia Mecánica,** para ello auxiliémonos de la situación *2* del diagnóstico, el cual nos plantea que doña María y don Juan suben un balde lleno de agua a velocidad constante, desde la profundidad de un pozo usando una polea. Cada uno lo hace lo más rápido que puede. Doña María jala el balde lleno de agua en *6 s* y Don Juan lo hace en *10 s.*

Podemos afirmar que ambos realizan la misma cantidad de trabajo para subir el balde lleno de agua. Recordemos que el trabajo que se realiza para elevar un cuerpo hasta una altura determinada está dado por:

$$W = m\vec{g}\ \vec{h}$$

En el caso de nuestro ejemplo doña María y don Juan suben el mimo peso a la misma altura, solo que doña María lo hace en menor tiempo en *6 s*, en cambio don Juan lo hace en mayor tiempo en *10 s*, entonces doña María desarrolla mayor potencia.

Según el ejemplo anterior, podemos definir el concepto de potencia como:

"La rapidez con que se transfiere energía mediante el trabajo en una unidad de tiempo, esto nos indica que dos cuerpos pueden realizar el mismo trabajo pero si uno lo realiza en menor tiempo decimos que tiene mayor potencia"

La potencia se expresa como:

$$P = \frac{W}{t}$$

Las unidades de potencia está dada por:

$$[P] = \frac{[1\ Joule]}{[1\ segundo]} = \frac{[1\ J]}{[1\ s]} = [1\ Watt]$$

La potencia de los motores se mide en otra unidad, el caballo de vapor (CV)

$$1\ CV = 736\ W$$

La potencia se puede definir en función de la fuerza y la velocidad. Consideremos que un cuerpo se mueve con velocidad constante, sabiendo que:

$$P = \frac{W}{\Delta t}\ ;\quad W = \frac{\vec{F}\,\Delta\,\vec{d}}{\Delta t}\ ;\quad \vec{v} = \frac{\Delta\,\vec{d}}{\Delta t} \quad \longrightarrow$$

Al sustituir nos resulta:

$$P = \frac{\vec{F}\,\Delta\,\vec{d}}{\Delta t} = F\,v$$

$$P = \vec{F}\,\vec{v}$$

Dado que el Watt es una unidad muy pequeña, se utilizan múltiplos de la misma, como el kilowatt:

$$(1\ kW = 1000\ W)$$

o el megawatt

$$(1\ MW = 10^6\ W).$$

$$1kWh = 3,6 \times 10^6\ J$$

¿Sabías que la factura que nos envía ENEL todos los meses indica la energía eléctrica utilizada en kilowatt - hora o kilovatio-hora y no la potencia eléctrica consumida como piensan la mayoría de las personas?

4.2 Energía

4.2.1 Tipos de energía y su vinculación con la tecnología

Actividades de diagnóstico

¿Qué sabemos sobre la energía y su conservación?

Dispongámonos a reflexionar desde nuestra experiencia cuestiones relacionadas con un concepto que utilizamos a diario: **La energía**. Recordemos respetar las ideas de nuestros compañeros, pues también son importantes como las de nosotros.

Comencemos…

Leamos detenidamente las situaciones que se nos plantean, reflexionemos, organicemos nuestras ideas y respondamos sin temor a ser evaluados.

1. Observemos detenidamente la *figura 4.25* marca con una x las que se relacionan con el concepto de energía y escribe a qué tipo de energía representa.

Figura 4.25 Tipos de energía

2. Menciona al menos tres situaciones cotidianas donde se manifieste la energía. Justifica tu respuesta.

3. Explica a tu compañero de donde proviene la energía para movilizarnos y de donde proviene la energía para que un televisor funcione.

4. Pedro le afirma a Julia que una bala al ser disparada tiene más energía que antes de ser disparada. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? ¿Por qué?

¿En qué consiste la energía?

La palabra **energía** está dentro de nuestro vocabulario cotidiano, cuando nos referimos a ella, escuchamos o decimos frases como estas: *"Hoy no tengo energía para trabajar", "Las vitaminas son fuentes de energía", "La energía eléctrica es cara", "El corre con energía" "Nicaragua necesita el ahorro de energía".*

Los anuncios publicitarios y los comics de los programas de televisión utilizan la palabra energía con un sentido de poder poseídos por los individuos de dichas series de televisión. Como podemos observar tenemos diferentes ideas de lo que es la energía, pues la asociamos como una propiedad de los cuerpos, con el movimiento, con los alimentos que consumimos, con el servicio de energía eléctrica, etc.

Thomas Young
Nació: *13 de Junio de 1773*
Milverton, Reino Unido
Murió: *10 de Mayo de 1829*
Londres, Reino Unido

Gottfried Leibniz
Nació: *1 Julio de 1646*
Leipzig, Alemania
Murió: *14 de Noviembre de 1716*
Hannover, Alemania

Desde la antigüedad los científicos han estudiado la energía y todos los fenómenos que se relacionan con ella.

Tales de Mileto (624 a. C.-546 a. C.) *utilizó el concepto de energía, diferente a la noción que tenemos hoy en día.*

Arquímedes (287 a. C.-212 a. C.) *consideró que la energía era contenida por los cuerpos y les otorgó la capacidad para realizar trabajo.*

Isaac Newton (1643-1727) *introdujo las primeras ideas de la conservación de la energía y de la energía potencial y Cinética.*

Gottfried Leibniz (1646-1716) *llamó a la energía cinética Vis Viva (fuerza viva).Omnimus volorit.*

Thomas Young (1773-1829) *utiliza la palabra energía relacionándola con la cantidad de trabajo que un sistema puede realizar.*

W.J.M Rankine (1820-1872) *utilizó los términos de energía potencial y conservación de la energía.*

Albert Einstein (1879-1955) *Premio Nobel de Física en 1921, propuso una de las más importantes equivalencias en la ciencia, la relación masa - energía. Parte de su trabajo sentó las bases para el desarrollo de la energía nuclear.*

Como podemos observar a lo largo de la historia el concepto de energía ha recibido diferentes connotaciones por parte de los científicos que se han interesado en su estudio, aunque hoy en día no hay un concepto claro de energía la mayoría de los científicos coinciden que la energía está presente en todos los cuerpos.

Entonces se puede definir la energía de la siguiente manera:

> ***Energía:***
> *Es una propiedad inherente de todo cuerpo o sistema material en virtud de la cual éstos pueden transformarse modificando su situación o estado, así como actuar sobre otros cuerpos originando en ellos procesos de transformación.*

En los procesos la energía se transforma, se transfiere, se degrada y se conserva.

La energía se transforma de un tipo a otro. Entre los tipos de energía están: **energía mecánica, energía eléctrica, energía química, energía térmica, energía metabólica** que es la generada en los organismos vivos, por la oxidación de los alimentos ingeridos y la **energía nuclear** provenientes de las reacciones nucleares.

Un ejemplo de transformación de la energía es cuando usamos la licuadora, la energía eléctrica suministrada a ella, se transforma en energía cinética, en energía sonora y en energía térmica.

La energía se transfiere, por ejemplo en el licuado de los alimentos, cuando las aspas de la licuadora están en movimiento posee energía cinética y esta energía se transfiere a los alimentos poniéndolos en movimiento.

La energía se degrada por ejemplo parte de la energía eléctrica suministrada a la licuadora en funcionamiento, se transforma en energía térmica, esta energía pasa al ambiente y ya no puede ser utilizada. Es decir la degradación de la energía es la pérdida de la calidad de la energía porque ya no puede ser utilizada.

La energía se conserva, el principio de conservación de la energía nos plantea que:

"La energía se conserva siempre, la energía no se crea ni se destruye; sólo se transforma de unas formas en otras".

En estas transformaciones, la energía total permanece constante. Si sumamos todas las transformaciones sufridas por la energía y la cantidad que se ha degradado encontraremos su valor inicial, es decir:

$$E_o = E_f$$

La energía se puede almacenar hasta que la utilicemos, por ejemplo la batería de en una lámpara de mano almacena energía química, la energía se puede transportar, por ejemplo la energía eléctrica que usamos en casa es llevada a través de los cables.

Unidades de Energía

La energía en el SI se mide en Joules (J)

1 J = 1 N m

También se puede medir en calorías.

1 cal (caloría) = 4,187 J

Vinculación de la energía con la tecnología

La energía ha sido vital para nuestra vida y para el desarrollo de las sociedades. La humanidad siempre ha necesitado de la energía sin ella muchas actividades cotidianas, comerciales e industriales serían imposibles de realizar.

El desarrollo tecnológico ha permitido el uso de la energía con mejor eficiencia, utilidad y seguridad. Desde la antigüedad se conoce que para el buen uso de las fuentes de energía se necesita de la tecnología. Por ejemplo, para el desarrollo del transporte y la industria fue necesario el motor de vapor ideado por J. Watt en 1769. El motor de combustión interna inventado a finales del siglo XIX y el descubrimiento del petróleo permitió el desarrollo del transporte moderno aéreo, terrestre y acuático.

En 1945 con el lanzamiento de bombas atómicas en las ciudades de Hiroshima y Nagasaki por parte de los Estados Unidos (final de la segunda guerra mundial) se empieza a utilizar la energía nuclear y luego con fines pacíficos se utilizó para producir energía electrica. Actualmente todos los países del mundo incluyendo a Nicaragua se promueve el uso de energía alternativa como la energía eólica y la energía solar, en aras de reducir la contaminación ambiental que produce el uso de energía de origen fósil.

Actividades a realizar en pareja

Reflexiona en torno a las siguientes situaciones relacionadas con la energía.

1. ¿Un cuerpo en reposo posee energía? ¿Por qué?

2. Observa a tu alrededor y menciona cuatro aparatos que necesitan de la energía para su funcionamiento. Explica.

3. ¿Qué entiendes por degradación de la energía? Menciona dos ejemplos.

4. El Sol es una fuente de energía natural, ¿Cómo puedes aprovecharla en tu hogar? Menciona al menos tres actividades en donde la puedas utilizar.

5. Menciona las fuentes de energía que existen en Nicaragua.

4.2.2 Energía mecánica

La **energía mecánica** es la que poseen los cuerpos en virtud de su posición o de su velocidad respecto a un sistema de referencia. Ambas definen el estado mecánico de un cuerpo, de modo que este puede cambiar porque cambie su posición o porque cambie su velocidad.

Según el estado o condición en que se encuentre el cuerpo, este manifiesta dos tipos de energía mecánica: La Energía Potencial que se simboliza con E_p y la Energía Cinética simbolizada con Ec.

De tal forma que la $E_m = E_p + E_c$

La energía mecánica

Es aprovechada por el hombre para la obtención de otros tipos de energía como la energía hidroeléctrica y energía eólica.

La energía hidroeléctrica

Llamada también energía hídrica se obtiene del aprovechamiento de las energías cinética y potencial de la corriente del agua, saltos de agua o mareas. Los expertos en energía afirman que su buen uso no contamina al ambiente.

La energía eólica

Se obtiene a partir de turbinas movidas por el viento, es un tipo de energía renovable aprovechada en nuestro país.

4.2.3 Energía cinética

Observemos la *figura 4.25* **¿Qué tienen en común? ¿Qué tipo de energía tienen?**

Figura 4.26 Energía cinética

Podemos observar que todos los cuerpos ahí presentes tienen energía debido a su movimiento, los electrones, protones y neutrones se mueven, el muchacho corre y el agua cae. Todos estos cuerpos poseen energía Cinética.

Entonces podemos definir la energía cinética de la siguiente manera:

> *La capacidad que tiene un cuerpo de realizar un trabajo debido al movimiento que posee, se conoce como ENERGIA CINÉTICA, siendo esta, directamente proporcional a la masa que posee el cuerpo y al cuadrado de la velocidad que adquiere dicho cuerpo.*
>
> $$E_c = \tfrac{1}{2}\, m\, v^2$$

Notemos que la:

$$E_c \; \alpha \; m \qquad\qquad E_c \; \alpha \; v^2.$$

Esto nos indica que si la masa del cuerpo se duplica, la E_c también se duplica. Además nos indica que si la rapidez del cuerpo se duplica la E_c se cuadruplica, porque la energía cinética es directamente proporcional al cuadrado de la rapidez.

Actividades de reforzamiento

Analicemos los siguientes ejemplos

Ejemplo 1

Alfredo viaja en su taxi de *1200 kg* con una rapidez de *80 km/h*. ¿Cuál es la energía cinética del taxi? ¿Qué pasaría con la energía cinética del taxi si se reduce la rapidez a la mitad?

Solución

Leamos detenidamente el ejercicio planteado y extraigamos los datos necesarios.

Datos	Ecuación	Solución
$m = 1200\ kg$ $v = 80\ km/h$ $v = 22{,}22\ m/s$	$E_c = \frac{1}{2}\, mv^2$ $E_c \; \alpha \; v^2$	Convirtamos los *80 km/h* a *m/s* que son las unidades que corresponden al **SI.** $80\ \cancel{km}/\cancel{h}\ (1000\ m / 1\ \cancel{km})\ (1\ \cancel{h} / 3600\ s) = 22{,}22\ m$ $E_c = \frac{1}{2}\ (1200\ kg)\ (22{,}22\ m/s)^2$ $E_c = 296\ 237{,}04\ J$ Si se reduce la rapidez la energía cinética se reduce cuatro veces por ser la $E_c \; \alpha \; v^2$ $E_c = 74\ 059{,}26\ J$

Repuesta razonada: la energía cinética del taxi es de ***296 237,04 J.*** Si se reduce la rapidez hasta la mitad de su valor original, la energía cinética se reduce cuatro veces entonces la $E_c = 74\ 059{,}26\ J$.

Ejemplo 2

Esmilda deja caer accidentalmente una macetera desde cierta altura adquiriendo esta una velocidad de $9{,}81\ m/s$ y una energía cinética de $324\ J$ ¿Cuál es la masa de la macetera?

Solución

Leamos detenidamente el ejercicio planteado y extraigamos los datos necesarios.

Datos	Ecuación	Solución
$v = 9{,}81\ m/s$ $E_c = 324\ J$ $m = ?$	$E_c = \frac{1}{2}\, m\, v^2$ $m = \dfrac{2\,E_c}{v^2}$	$m = \dfrac{2\,(324\ J)}{(9{,}81\ m/s)^2}$ $m = \dfrac{648\ J}{96{,}24\ m^2/s^2} = 6{,}73\ kg$ Deducción de las unidades $\dfrac{J}{(m/s)^2} = \dfrac{N\,m}{m^2/s^2} = \dfrac{(kg\ m/s^2)m}{m^2/s^2} = \dfrac{kg\ (\cancel{m^2/s^2})}{\cancel{m^2/s^2}} = kg$

Repuesta razonada: la masa de la macetera es de $6{,}73\ kg$

4.2.4 Energía potencial gravitatoria

Observemos detenidamente la *figura 4.27* **¿Qué tipo de energía posee el niño en la posición mostrada? ¿De qué depende esta energía?**

El niño que se encuentra en el subibaja posee una determinada masa y se encuentra a una altura h, según el nivel de referencia horizontal, entonces la energía que él posee está asociada a la posición con respecto a un sistema de referencia previamente establecido, en este caso en particular la energía que posee el niño es la energía potencial gravitatoria (Ep_g), la cual se define de la siguiente manera:

La energía potencial gravitatoria (Ep_g)
Es la energía que tienen los cuerpos en virtud de la posición con respecto a un nivel de referencia. Su ecuación matemática es:

$$Ep_g = mgh$$

Podemos notar que la Ep_g es directamente proporcional a la altura y a la masa del cuerpo, esto es a mayor altura y mayor masa, mayor será la energía potencial gravitatoria.

$$Ep_g \propto h \qquad\qquad Ep_g \propto mg$$

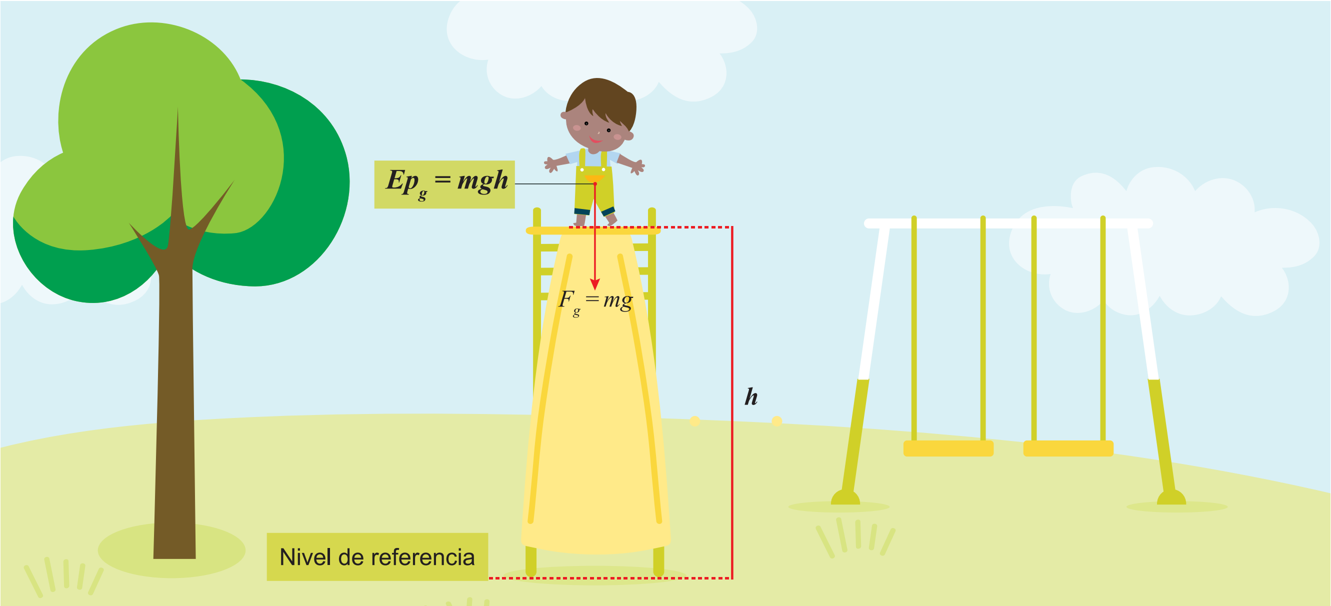


Figura 4.27 Energía potencial gravitatoria

¿La energía potencial gravitatoria puede ser negativa?

Para averiguar si la energía potencial gravitatoria puede tener valores negativos examinemos el siguiente ejemplo. Supongamos que Andrés está jugando con su dinosaurio y lo levanta para llevarlo a las diferentes posiciones según se muestra en la *figura 4.28*. Elijamos el punto *2* como nuestro nivel de referencia.

En la posición *1*, el dinosaurio elevado hasta la altura h por encima del nivel de referencia tiene energía potencial gravitatoria positiva $Ep_g = mgh$, pues si se cae y regresa al suelo será capaz de realizar un trabajo a costa de su energía almacenada en dicha posición.

En la posición *2* que es nuestro nivel de referencia la $Ep_g = 0$, pues $h = 0$.

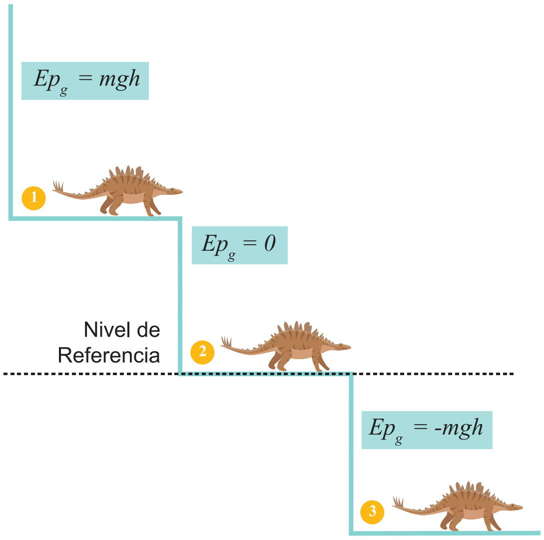


Figura 4.28 Energia potencial gravitatoria negativa

En la posición *3* el dinosaurio fue llevado a una altura h por debajo del nivel de referencia, en este caso tiene una energía potencial negativa $Ep_g = -mgh$, pues al bajar a este punto cede energía y para subirlo de nuevo a nuestro nivel de referencia debemos realizar un trabajo en contra de la fuerza de gravedad.

Actividades de reforzamiento

Analicemos los siguientes ejemplos

Ejemplo 1

Supongamos que el niño de la *figura 4.27* posee una masa de $16\ kg$ y la altura de la escalera del resbalador es de $2,5\ m$ ¿Cuánto vale la energía potencial del niño a esa altura?

Solución

Leamos detenidamente el ejercicio y extraigamos nuestros datos escribiéndolos en la siguiente tabla.

Datos	Ecuación	Solución
$m = 16\ kg$ $h = 2,5\ m$ $g = 9,8\ m/s^2$ $Ep_g = ?$	$\boldsymbol{Ep_g = mgh}$	$Ep_g = 16\ kg\ (9,8\ m/s^2)\ (2,5\ m)$ $Ep_g = 392\ J$

Repuesta razonada: la energía potencial gravitatoria que posee el niño en la parte más alta del resbaladero es de ***392 J.***

Ejemplo 2

Hasta qué altura Juan debe levantar una bolsa de frijoles de $5\ kg$, para que la bolsa tenga una energía potencial de $90\ J$?

Solución

Leamos detenidamente el ejercicio y extraigamos los datos necesarios para su solución.

Datos	Ecuación	Solución
$m = 5\ kg$ $Ep_g = 90\ J$ $g = 9,8\ m/s^2$ $h = ?$	Despejamos la altura de la ecuación $Ep_g = mgh$ $\boldsymbol{h} = \dfrac{Ep_g}{mg}$	$h = \dfrac{90\ J}{5\ kg\ x\ 9,8\ m/s^2} = 1,84\ m$ Deduzcamos las unidades $h = \dfrac{N\ x\ m}{kg\ x\ m/s^2} = \dfrac{(\cancel{kg}\ m/\cancel{s^2})\ m}{\cancel{kg}\ m/\cancel{s^2}} = m$

Repuesta razonada: Juan debe levantar el saco de frijoles a una altura de ***1,84 m*** para que tenga una energía potencial de ***90 J .***

Actividades de profundización y evaluación

II. Reflexionemos sobre las siguientes preguntas. No olvidemos participar con entusiasmo y respetar las ideas de nuestros compañeros y compañeras de clase.

1. ¿Qué le ocurre a la energía potencial de un cuerpo si se disminuye la altura hasta tres veces?

2. Si la energía potencial de un cuerpo aumenta cuatro veces ¿Cuántas veces se ha aumentado la masa?

3. Juanita afirma que la energía potencial depende exclusivamente del nivel de referencia a que se encuentra situado un cuerpo. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? Explica

II. Resuelve los siguientes ejercicios.

1. Ricardo quiere saber a qué altura respecto al piso debe colgar una piñata de $4\ kg$, para que tenga una energía potencial de $60\ J$.

2. Lorenzo deja caer una caja de confites de $2{,}5\ kg$ desde una altura de $12\ m$. ¿Qué energía potencial tiene la caja antes de ser dejada caer?

3. Para el caso de la *figura 4.29* suponga que el dinosaurio de Andrés tiene una masa de $\boldsymbol{1{,}5\ kg}$ y lo levanta a una altura de $1{,}3\ m$. Calcule la energía potencia para las distintas posiciones que se muestran en la figura.

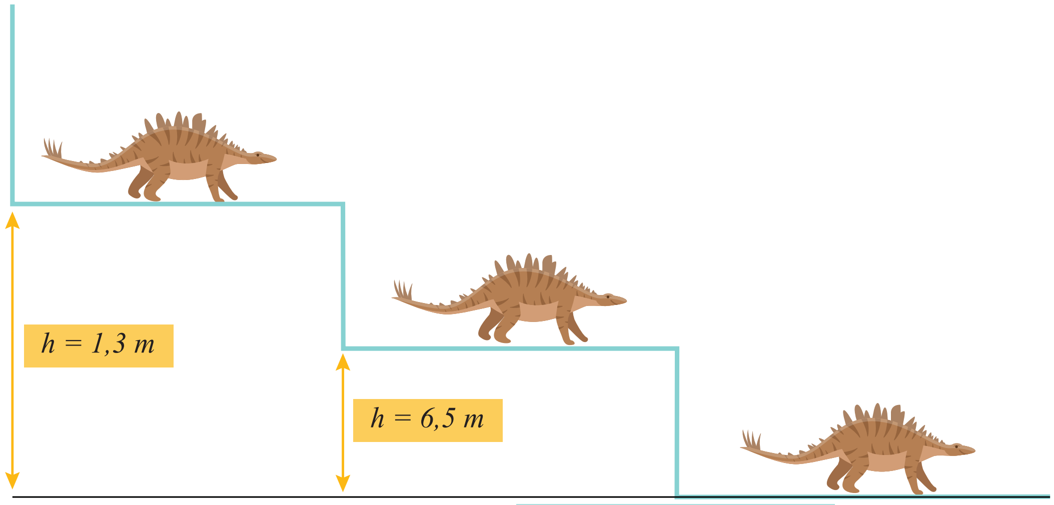


Figura 4.29

4. Con los datos del ejercicio *3*, calcule la energía potencial gravitacional tomando como referencia la *figura 4.29*

4.2.5 Energía Potencial Elástica

Sabemos que el trabajo para deformar un cuerpo, como por ejemplo un resorte, una banda elástica, etc. es $W = \frac{1}{2}\, k\, x$ *, además aclaramos que a medida que aumentamos la deformación del resorte, la fuerza aplicada sobre él va aumentando.*

Ahora vamos a analizar la energía acumulada por un resorte cuando este es deformado y utiliza esta energía para regresar a su posición de equilibrio, para ello observemos la *figura 4.30* en donde se representa la fuerza aplicada sobre el bloque y la fuerza elástica ejercida por el resorte.

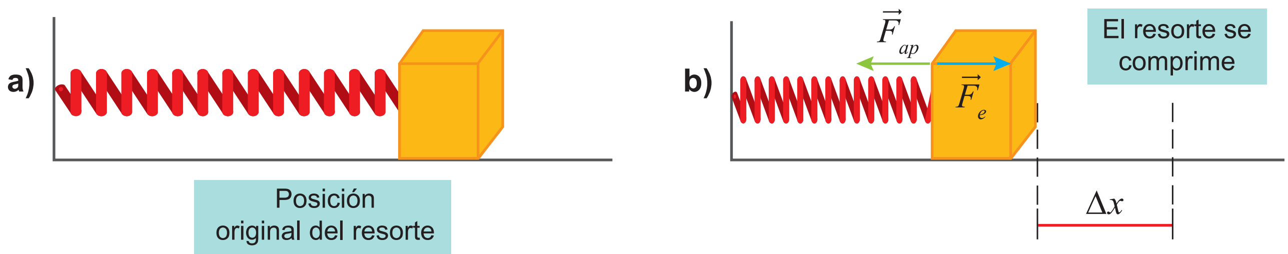


Figura 4.30 Energía potencial elástica

Cuando se aplica una fuerza para empujar o jalar al bloque, el resorte ejerce una fuerza sobre él (igual y opuesta, vea figura), la cual al ser liberado realiza un trabajo para regresar a su posición de equilibrio. Este trabajo es realizado a costa de una energía almacenada por el resorte denominada **Energía Potencial Elástica.**

Energía Potencial Elástica **(Ep_e)**: *es la energía almacenada por un cuerpo (resorte, banda elástica...) cuando este se deforma (se estira o se comprime). Su expresión matemática es:*

$$Ep_e = \frac{1}{2}\, k\, x^2$$

Notemos que la energía potencial elástica (Ep_e) aumenta a medida que la deformación del resorte aumenta o la constante elástica k sea más grande, es decir que:

$$Ep_e \propto x^2 \qquad\qquad Ep_e \propto k$$

Si la deformación del resorte se duplica la energía potencial elástica se cuadruplica porque la Ep_e varía con el cuadrado de x.

Actividades a realizar en pareja

Comenta con tu compañero las siguientes preguntas y respóndelas de acuerdo a los conocimientos comprendidos. No olvides respetar las ideas de los demás.

1. ¿De qué depende la energía potencial elástica?

2. Comenta al menos tres ejemplos de la vida cotidiana en donde se evidencia la energía potencial elástica.

3. ¿El trabajo realizado por un resorte que se ha comprimido $1\ cm$, es el mismo que realiza cuando se estira $1\ cm$? Explica.

4. ¿En cuánto varía la $\boldsymbol{Ep_e}$ de un resorte cuando disminuye su deformación a la mitad de la máxima deformación?

Actividades de reforzamiento

Analicemos los siguientes ejemplos

Ejemplo 1

¿Qué trabajo realiza un resorte cuya constante elástica es de $50\ N/m$, para volver a su posición normal si se ha estira $30\ cm$?

Solución

Leamos detenidamente el ejercicio y extraigamos los datos necesarios para su resolución.

Datos	Ecuación	Solución
$k = 50\ N/m$ $x = 30\ cm = 0{,}3\ m$ $W = ?$	$\boldsymbol{Ep_e = ½\ k\ x^2}$	$Ep_e = ½\ (50\ N/m)\ (0{,}3\ m)^2$ $Ep_e = 2{,}25\ J$

Repuesta razonada: El trabajo realizado por el resorte para regresar a su posición original es de $\boldsymbol{2{,}25\ J}$.

Ejemplo 2

Cuando un niño se sienta sobre un caballito que posee un resorte, este se comprime $0{,}2\ m$. Determine la constante de elasticidad del resorte si este producto de la deformación posee una energía potencial elástica de $5\ J$?

Figura 4.31
Representación
ejemplo 2

Datos	Ecuación	Solución
$x = 0{,}2\ m$ $w = 5{,}0\ J$ $k = ?$	$\boldsymbol{Ep_e = ½\, k\, x^2}$ Despejando $\boldsymbol{k}$ $\boldsymbol{k = \frac{2\, Ep_e}{x^2}}$	$k = \frac{2\ (5\ J)}{(0{,}2\ m)^2}$ $k = 250\ N/m$ Deducción de las unidades de $\boldsymbol{k}$ $k = \frac{J}{m^2} = \frac{N\,\cancel{m}}{\cancel{m}^2}$ $k = N/m$

Repuesta razonada: la constante elástica del resorte es de ***250 N/m***

4.2.6 Relación entre el Trabajo y la Energía

En esta sección analizaremos como se relacionan el trabajo y la energía. Sabemos que el trabajo es un proceso de transferencia de la energía.

Analicemos la siguiente situación

El taxi de la *figura 4.32* que posee una masa $\boldsymbol{m}$, se mueve bajo la acción de una fuerza resultante que es constante, de tal manera que en el punto $\boldsymbol{A}$ pasa con una velocidad $\vec{v}_A$ y después de recorrer una distancia d, adquirió una velocidad $\vec{v}_B$ que es mayor que $\vec{v}_A$. Calculemos el trabajo realizado sobre el taxi para desplazarse de $\boldsymbol{A}$ hacia $\boldsymbol{B}$.

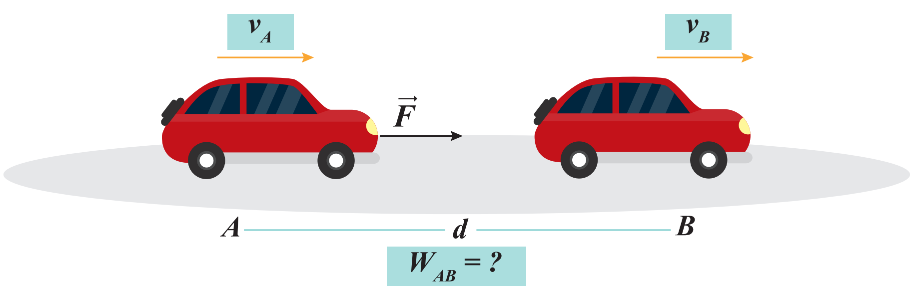


Figura 4.32 Relación entre trabajo y energía

Según la *figura 4.32* la fuerza está aplicada en la dirección del desplazamiento entonces el trabajo realizado es:

$$\boldsymbol{W_{AB} = Fd \cos \theta}$$

como $\theta = 0^o$ y $el\ cos\ 0° = 1$ nos resulta:

$$\boldsymbol{W_{AB} = Fd}\ \textit{Ecuación N° 1}$$

Además, por la segunda Ley de Newton conocemos que $F = m\,a$, que al sustituir en la *ecuación 1* nos resulta:

$$W_{AB} = m\,a\,d \;\; ; \textit{Ecuación N° 2}$$

Como el taxi describe un ***MRUV*** podemos plantear:

$$v_f^2 = v_o^2 + 2ad$$

De esta expresión si despejamos el valor de la aceleración nos da:

$$a = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2d} \quad \textit{Ecuación Nº 3}$$

Sustituyendo la *ecuación 3* en la *ecuación 2*, obtenemos:

$$W_{AB} = m\left(\frac{v_B^2 - v_A^2}{2\cancel{d}}\right)\cancel{d} \rightarrow W_{AB} = m\left(\frac{v_B^2 - v_A^2}{2}\right)$$

De donde:

$$W_{AB} = \tfrac{1}{2}\,m\,v_B^2 - \tfrac{1}{2}\,m\,v_A^2$$

Recordemos que $\frac{1}{2}\,m\,v^2$ representa la energía cinética que posee un cuerpo en virtud de su movimiento, entonces podemos afirmar que el trabajo realizado sobre el cuerpo es igual a la variación de su energía cinética esto es:

$$W_{AB} = Ec_B - Ec_A$$

Este resultado se denomina Teorema de Trabajo y Energía.

Teorema de Trabajo y Energía:
El trabajo efectuado por una fuerza constante sobre un cuerpo es igual a la variación de la energía cinética del cuerpo.

Analizando el Teorema de Trabajo y Energía, nos indica que un aumento de la energía cinética es producto de un trabajo positivo realizado sobre el cuerpo y una disminución de la energía cinética es producto de un trabajo negativo realizado sobre el cuerpo, si no se realiza trabajo sobre el cuerpo la energía cinética permanece constante.

Actividades de reforzamiento

Analicemos los siguientes ejemplos

Ejemplo 1

Supongamos que el taxi de masa $1200\ kg$ de la *figura 4.32* cuando pasa por el punto $\boldsymbol{A}$ tiene una velocidad de $50\ km/h$ y en el punto $\boldsymbol{B}$ tiene una velocidad de $70\ km/h$. ¿Cuánto vale el trabajo realizado sobre el taxi?

Solución

Leamos detenidamente el ejercicio y extraigamos los datos necesarios para su resolución.

Hemos estudiado que el trabajo total realizado por una fuerza sobre un cuerpo es igual a la variación de la energía cinética del cuerpo.

Datos	Ecuación	Solución
$m = 1200\ kg$	$\boldsymbol{W_{AB} = Ec_B - Ec_A}$	Calculemos la energía cinética en los puntos $\boldsymbol{A}$ ***y B.***
$v_A = 50\ km/h = 13{,}9\ m/s$	$\boldsymbol{Ec_A = \frac{1}{2}\ m\ v_A^2}$	$Ec_A = \frac{1}{2}\ (1200\ kg)\ (13{,}9\ m/s)^2 = 115\ 926\ J$
$v_B = 70\ m/s = 19{,}4\ m/s$	$\boldsymbol{Ec_B = \frac{1}{2}\ m\ v_B^2}$	$Ec_B = \frac{1}{2}\ (1200\ kg)\ (19{,}4\ m/s)^2 = 225\ 816\ J$
$W = ?$		
		$W_{AB} = 225\ 816\ J - 115\ 926\ J = 109\ 890\ J$

Repuesta razonada: el trabajo realizado sobre el taxi es de $\boldsymbol{109\ 890\ J}$

Ejemplo 2

Supongamos que el taxi del ejercicio anterior es capaz de pasar de $v_A = 72\ km/h$ a una velocidad $v_B = 120\ m/s$ en un tiempo de $5\ s$.

Determinar:

a) El trabajo realizado por el motor del taxi

b) La potencia desarrollada por el motor del taxi.

Solución

Leamos detenidamente el ejercicio y extraigamos los datos necesarios para su resolución.

Datos	Ecuación	Solución
$m = 1200\ kg$ $v_A = 72\ km/h = 20\ m/s$ $v_B = 120\ m/s$ $W = ?$	$W_{AB} = Ec_B - Ec_A$ $Ec_B = ½\ m\ v_B^2$ $Ec_A = ½\ m\ v_A^2$ $P = \frac{W}{t}$	**a)** Calculemos la energía cinética en los puntos ***A y B.*** $Ec_A = ½\ (1200\ kg)\ (20\ m/s)^2 = 2\ 400\ J$ $Ec_B = ½\ (1200\ kg)\ (120\ m/s)^2 = 864\ 000\ J$ $W_{AB} = 864\ 000\ J - 2\ 400\ J = 109\ 890\ J$ **b)** $P = \frac{8\ 637\ 600\ J}{5\ s} = 1\ 727\ 520\ W$

Repuesta razonada
El trabajo realizado sobre el taxi es de ***8 637 600 J*** y desarrolla una potencia de ***1 727 520 W***

4.3 Principio de Conservación y de Transformación de la Energía Mecánica

4.3.1 Aplicaciones de la Conservación de la Energía Mecánica

Anteriormente hemos afirmado que la energía en los procesos se transforma, se transfiere, se degrada y se conserva. Independientemente de los tipos de energía que aparezca en los procesos de transformación, la energía siempre se conserva, es decir no varía. Recordemos que la fuerza de fricción siempre está presente en la naturaleza y esta fuerza hace que parte de la energía se degrade pero aún así la energía total siempre se conserva.

Lo antes dicho obedece al Principio de Conservación de la Energía, que a continuación enunciamos.

El Principio de Conservación de la Energía plantea:

"La energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma". Independientemente de los procesos que ocurran en ella, su cantidad total permanece constante".

Por ejemplo en el funcionamiento de una batidor, la energía eléctrica transferida a ella, una parte se transforma a energía cinética, otra parte en energía térmica esta última ya no puede ser usada porque se libera al ambiente y pierde calidad es decir se degrada, pero la energía total se conserva siempre.

La energía antes y después del proceso se mantiene constante, en el ejemplo, la energía eléctrica transferida a la batidora es igual a la energía cinética más la energía térmica degradada.

Conservación de la Energía Mecánica

Vamos a examinar la conservación de la energía mecánica, para comprenderlo es necesario que aclaremos el concepto de fuerza conservativa.

Una **fuerza** se considera **conservativa** si el trabajo que realiza es independiente de la trayectoria, es decir el trabajo depende únicamente de la posición del cuerpo inicial y de la posición final.

Entonces el trabajo efectuado por este tipo de fuerza conservativa sobre una partícula que se mueve en cualquier viaje de ida y vuelta es 0. Son ejemplos de fuerza conservativa el peso, la fuerza elástica, la fuerza eléctrica y la fuerza de gravedad.

Examinemos el siguiente ejemplo:

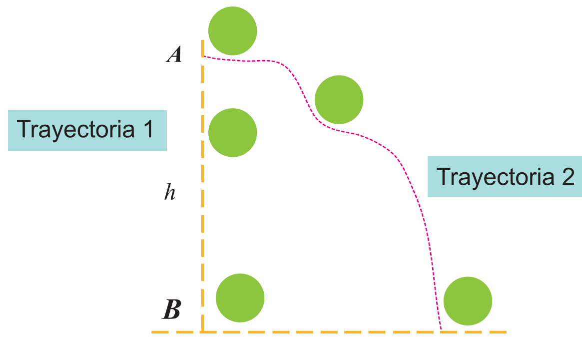


Figura 4.33 Conservación de la energía mecánica

Supongamos que una bolita cae desde cierta altura h comprendida entre A y B, esta puede seguir diferentes trayectorias tal como se observa en la *figura 4.33* pero el trabajo que realiza por la acción de su peso es el mismo independientemente de la trayectoria seguida, recordemos que por el teorema de trabajo de energía, el trabajo es:

$$\boxed{W_{AB} = Ep_A - Ep_B}$$

Este resultado es válido para cualquier trayectoria que recorra el cuerpo desde al punto A hasta el punto B esto nos indica que el trabajo realizado por el cuerpo debido a la fuerza de gravedad no depende de la trayectoria del cuerpo.

Como el trabajo es $W_{AB} = Ep_A - Ep_B$ y siendo $h = 0$ en el punto B nos resulta que:

$$\boxed{W_{AB} = m\,g\,h}$$

A manera de conclusión: *la energía mecánica se conserva solamente cuando actúan fuerzas conservativas.*

Apliquemos la conservación de la energía mecánica para el ejemplo de la *figura 4.33* Supongamos que la bolita de masa cae desde la altura h por cualquiera de las dos trayectorias y que solamente actúa la fuerza de gravedad que es una fuerza conservativa:

$$\boxed{W_{AB} = Ep_A - Ep_B \quad \textit{Ecuación Nº 1}}$$

Durante su caída la bolita va aumentando su velocidad, entonces el trabajo realizado por la bolita está relacionado con:

$$\boxed{W_{AB} = \tfrac{1}{2}\, m\, v_B^{\,2} - \tfrac{1}{2}\, m\, v_A^{\,2}}$$

O sea que el trabajo está dado por:

$$\boxed{W_{AB} = Ec_B - Ec_A \quad \textit{Ecuación Nº 2}}$$

Igualemos *1* y 2:

$$\boxed{Ep_A - Ep_B = Ec_B - Ec_A}$$

Que lo podemos expresar así:

$$\boxed{Ep_A + Ep_B = Ec_B + Ec_A}$$

Esto nos indica que la suma de la energía potencial en A y la energía cinética en A es igual a la suma de la energía potencial en B y la energía cinética en B. Como hemos afirmado anteriormente la energía mecánica de un cuerpo o sistema se conserva, siempre y cuando actúen solamente fuerzas conservativas.

Actividades de reforzamiento
Analicemos los siguientes ejemplos

Ejemplo 1

Supongamos que Pedro deja caer la bolita de $0,5\ kg$ desde una altura de $2\ m$ (vea *figura 4.34*).
¿Cuánto vale la energía cinética en el punto b y c?

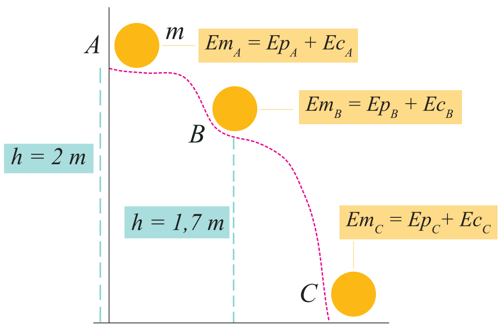


Figura 4.34 Representación ejemplo 1

Solución

Leamos detenidamente el ejercicio y extraigamos los datos necesarios para su resolución. Asumimos que solamente está actuando el peso de la bolita, por lo tanto podemos plantear que $Em_A = Em_B$ por la fuerza de gravedad que actua en el cuerpo.

Datos	Ecuación	Solución
$m = 0,5\ kg$ $h_A = 2\ m$ $h_B = 1,7\ m$ $g = 9,8\ m/s$ $Ec_B = ?$ $Ec_C = ?$	**a)** Determinando una expresión que nos permita calcular la energía Cinética en el punto B, para ello podemos plantear que los estados iniciales de la energia mecanica total en el punto A es igual a los estados finales de las energía mecánica totalen el punto B: $Em_A = Em_B$ $Ep_A + \cancel{Ec_A} = Ep_B + Ec_B$ $Ep_A = Ep_B + Ec_B$ De donde si despejamos la Ec_B nos resulta: $Ec_B = Ep_A - Ep_B\ ;\ Ec_B = m\,g\,h_A - mg\,h_B$ $Ec_B = m\,g\,(h_A - h_B)$ **b)** Determinando una expresión que nos permita calcular la energía Cinética en el punto C, para ello podemos plantear que los estados iniciales de la energia mecanica total en el punto A son igual a los estados finales de las energía mecánica totalen el punto C: $Em_A = Em_C$ $Ep_A + \cancel{Ec_A} = \cancel{Ep_C} + Ec_C$ $Ec_C = Ep_A$ $Ec_C = m\,g\,h$	$Ec_B = (0,5\ kg)\ (9,8\ m/s^2)$ $(2\ m - 1,7\ m)$ $Ec_B = 1,47\ J$ $Ec_C = (0,5\ kg)\ (9,8\ m/s^2)$ $(2\ m)$ $Ec_C = 9,8\ J$

Repuesta razonada: la energía cinética de la bolita en el punto B es de $1,47\ J$ y en el punto C tiene una energía cinética de $9,8\ J$.

Ejemplo 2

El Salto de Estanzuela de la ciudad de Estelí, tiene aproximadamente una altura de $40\ m$. ¿Con qué velocidad llega el agua del Salto al suelo? considere que solamente actúan fuerzas conservativas.

Solución

Leamos detenidamente el ejercicio y extraigamos los datos correspondientes para su resolución.

Nos plantea el ejercicio que solamente actúan fuerzas conservativas en la caída del agua. Entonces podemos afirmar que la energía mecánica se conserva antes y después de la caída de agua.

Figura 4.35 Representación ejemplo 2

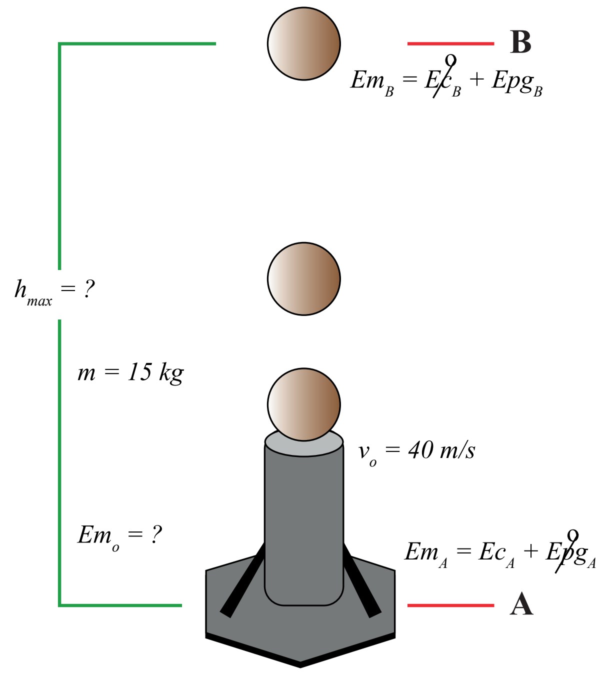
Datos	Ecuación	Solución
$h = 40\ m$ $g = 9{,}8\ m/s^2$ $v = ?$	Determinando una expresión que nos permita calcular la energía cinética en el punto ***B*** $Em_A = Em_B$ $Ep_A + \cancel{Ec_A} = \cancel{Ep_B} + Ec_B$ $Ep_A = Ec_B$ $m\ g\ h_A = ½\ m\ v_B^2$ Despenando la velocidad nos resulta: $\cancel{m}\ g\ h_A = ½\ \cancel{m}\ v_B^2$ $v = \sqrt{2gh_A}$	$v = \sqrt{2gh_A}$ $v = 28\ m/s$

Repuesta razonada: la velocidad con que cae el agua de la cascada es de $28\ m/s$.

Ejemplo 3

Con ayuda de un mortero, se lanza desde el suelo, verticalmente hacia arriba un objeto cuya masa es de masa 15 kg con una velocidad inicial de 40 m/s. Determine:

a) La energía mecánica inicial que posee el cuerpo.
b) La altura máxima que alcanza el cuerpo.



Solución

Leamos el ejercicio detenidamente para saber qué datos conocemos y qué necesitamos para resolver el ejercicio.

Representemos esquemáticamente la situación a resolver.

a) Determinando la energía mecánica inicial que posee el cuerpo.

Datos	Ecuación	Solución
$m = 15\ kg$ $v_o = 40\ m/s$ $Em_o = ?$ $g = 9{,}8\ m/s^2$ $h = ?$	$\boldsymbol{Em_A = Ec_A + Ep_A}$ Como en el punto inicial el cuerpo no posee energía potencial gravitatoria la ecuación nos queda: $\boldsymbol{Em_A = Ec_A}$ De donde nos resulta: $\boldsymbol{Em_A = 1/2\ mv^2}$	$Em_A = 1/2\ (15\ kg)\ (40\ m/s)^2$ $Em_A = 12\ 000\ J$

Repuesta razonada: la energía mecánica inicial que posee el cuerpo es de 12 000 J.

b) Determinando la altura máxima que alcanza el cuerpo al ser lanzado con una velocidad de 40 m/s.

Datos	Ecuación	Solución
	$Em_A = Em_B$	
$m = 15\ kg$	Pero como la energía mecánica en el punto "A" es igual a la energía mecánica en el punto "B" nos resulta:	$h = \dfrac{12\ 000\ J}{(15\ kg)\ (9{,}8\ m/s^2)}$
$v_o = 40\ m/s$	$Em_A = Em_B + Ep_B$	$h = 81{,}63\ m$
$Em_o = ?$	Pero como el cuerpo en el punto B no posee energía cinética, la ecuación nos queda:	
$g = 9{,}8\ m/s^2$	$Em_A = Ep_B$	
$h = ?$	Que al sustituir nos resulta:	
	$12\ 000\ J = m\ g\ h$	
	De donde al despejar la altura nos da como resultado:	
	$h = \dfrac{12\ 000\ J}{mg}$	

Repuesta razonada: la altura que alcanza el cuerpo al ser lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad de *40 m/s es de 81,63 m*.

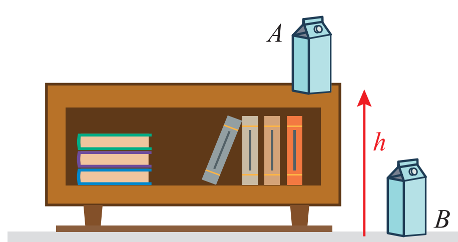
Actividades de profundización y evaluación

Resuelve los siguientes ejercicios explicando la teoría y procedimientos utilizados.

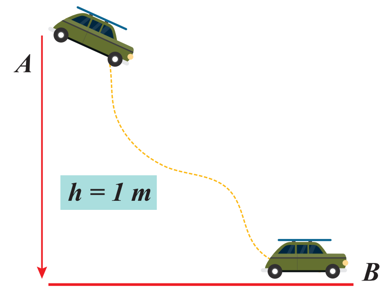
1. Un martillo masa m está en reposo a una altura determinada y se deja caer libremente.

a. ¿Qué energía tiene cuando está en reposo a una altura determinada?
b. ¿Qué ocurre con la energía cinética durante la caída?
c. ¿Qué energía tiene cuando llega al suelo?

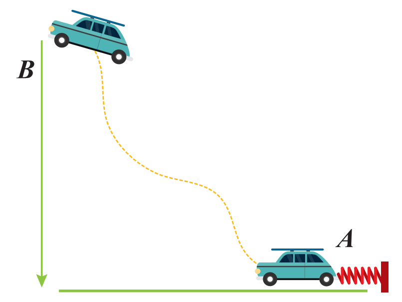
2. El bote de leche cae desde $1{,}5\ m$ (vea figura), si solamente actúa el peso del bote, ¿Con qué velocidad cae?



3. Un carrito de *1 kg* se deja caer desde una altura de ***1 m*** ¿con qué velocidad llega al punto más bajo?



4. Un resorte de constante *100 N/m* se encuentra comprimido una distancia de *0,8 m*. Se libera el resorte y este empuja un carrito de masa de *2 kg*. El carrito sube una inclinación y pasa por el punto ***B*** como indica la figura. Calcular con qué velocidad llega el carrito hasta el punto ***B***.



5. En una competencia de salto, Juan de *60 kg* alcanza una velocidad máxima de *12 m/s*. Suponiendo que no hay fuerza de roce actuando:

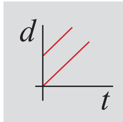
a. ¿Hasta qué altura se elevará Juan?
b. ¿Con qué energía caerá?
c. ¿Qué velocidad llevará?

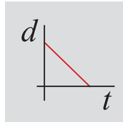
Ecuaciones de Módulo de Décimo grado

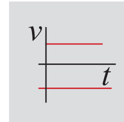
- Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{t_2 - t_1}$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$$







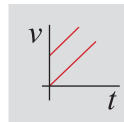
- Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado
  - Si $v_o < v_f$; a es positiva, es un MRUA
  - Si $v_o > v_f$; a es negativa, es un MRUR

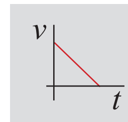
$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{t_f - t_o}$$

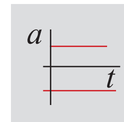
$$\vec{v}_f = \vec{v}_o + \vec{a}\, t$$

$$\vec{d} = \vec{v}_o\, t + ½\, \vec{a} t^2$$

$$\vec{v}_f^2 = \vec{v}_o^2 + 2\, \vec{a}\, \vec{d}$$







- Movimiento de Caída Libre

$$\vec{v}_f = \vec{g}\, t$$

$$\vec{h} = ½\, \vec{g}\, t^2$$

$$\vec{v}_f^2 = 2\, \vec{g}\, \vec{h}$$

- Lanzamientos Verticales
  - Si $v_o < v_f$; a es positiva, es un MRUA
  - Si $v_o > v_f$; a es negativa, es un MRUR

$$\vec{v}_f = \vec{v}_o + \vec{g}\, t$$

$$\vec{h} = \vec{v}_o\, t + ½\, \vec{g}\, t^2$$

$$\vec{v}_f^2 = \vec{v}_o^2 + 2\, \vec{g}\, \vec{h}$$

- Movimiento Circular Uniforme

$$T = \frac{t}{n}$$

$$f = \frac{n}{t}$$

$$f\, T = 1$$

$$v_L = \frac{l}{t}$$

$$v_L = \frac{2\, \pi\, R}{T}$$

$$v_L = 2\, \pi\, R\, f$$

$$v_L = \omega\, R$$

$$\Delta s = R\, \Delta\theta$$

$$\Delta s = R\omega\, \Delta t$$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{2\, \pi}{T}$$

$$\omega = 2\, \pi\, f$$

$$a_c = \frac{v_L^2}{R}$$

$$a_c = \omega^2\, R$$

$$F_c = m\, \frac{v_L^2}{R}$$

- Gravitación Universal

$$K = \frac{T^2}{R^3}$$

$$F = G\, \frac{(m_1\, m_2)}{R^2}$$

$$G = 6{,}67 \text{ x } 10^{-11}\, \frac{N\, m^2}{kg^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{G\, M}{r}}$$

$$r = R + h$$

$$T = \frac{2\, \pi\, r}{v}$$

- Conservación de la Energía

$$W = \vec{F}\, \vec{d} \cos\theta$$

$$W = m\, g\, h$$

$$W = ½\, m\, \vec{v}^2 - ½\, m\, \vec{v}^2$$

$$W = ½\, k\, x^2$$

$$W_r = -\, \vec{F}_f\, \vec{d}$$

$$W = -\, \mu\, m\, \vec{g}\, \vec{d}$$

$$\vec{F}_r = \mu\, \vec{N}$$

$$\mu_e > \mu_c$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \vec{F}\, \vec{v}$$

$$Em_o = Em_f$$

$$E_c = ½\, m\, v^2$$

$$Ep_g = mgh$$

$$Ep_e = ½\, kx^2$$

BIBLIOGRAFÍA

- Tippens, Sexta Edición, *Física: Conceptos y Aplicaciones*, Mc Graw Hill.

- Mauricio Bautista, (2005), *Física 10 Movimiento, Fuerza, Energía , Fluidos y Termodinámica*; Santillana.

- Oscar Meynard A, (2015), *Física 10 Grado*, Ediciones San Miguel.

- Eduardo Zalamea, Roberto Paris y Jairo Arbey, (2000), *Física 10*, Educar Editores.

- José Alberto Villalobos, Última Edición, *Física 10*, Grupo Editorial Norma.

- Jerry D. Wilson, (2000), *Física*, Person Educación.

- Serwey, Cuarta Edición, *Física Tomo I y II,* Mc Graw Hill.

- Antonio Máximo Ribeiro y Beatriz Alvarenga, Tercera Edición, *Física 1 y 2,* Oxford.

- Halliday Resnick Walker, Sexta Edición, *Fundamentos de Física Volumen I*, CECSA