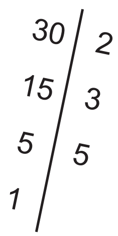
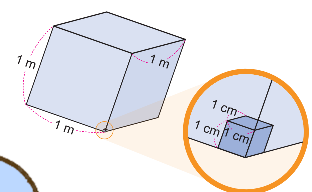
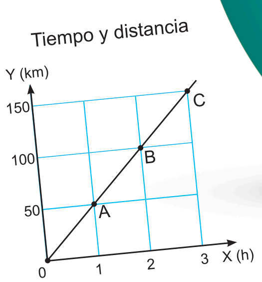
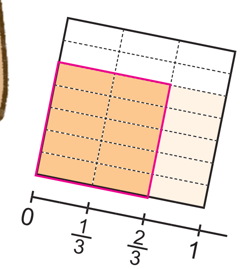
MINED
Un Ministerio en la Comunidad

Guía Metodológica de Matemática









$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

$$2 : 3 \rightarrow 2 \div 3 = \frac{2}{3}$$

CRÉDITOS

Equipo de Autores

Armando José Huete Fuentes
Docente de matemática UNAN-Managua

Marlon José Espinoza Espinoza
Docente de matemática UNAN-Managua

Primitivo Herrera Herrera
Docente de matemática UNAN-Managua

Juan Carlos Salgado Andino
Coordinador del equipo de autores

Revisión

Gregorio Isabel Ortiz Hernández
Asesor Pedagógico Nacional

Ernesto José Aburto Reyes
Asesor Pedagógico Nacional

Wuilbur Agustín Martínez Vanegas
Asesor Pedagógico Nacional

Alberto Leonardo García Acevedo
Responsable Depto. Materiales Educativos

Asistencia Técnica

AGENCIA DE COOPERACIÓN INTERNACIONAL DEL JAPÓN
(JICA)

Diseño y Diagramación

María José López Samqui

Ilustraciones / Portada y Contraportada

Róger Iván Rodríguez Zamora
Wilder Alexander Mercado Salmerón

Algunas ilustraciones de este libro de texto han sido elaboradas usando recursos gráficos de Freepik.

Primera Edición, 2026.

Derechos reservados. Prohibida su venta y/o reproducción con fines comerciales por cualquier medio,
sin previa autorización del Ministerio de Educación (MINED), de la República de Nicaragua.

PRESENTACIÓN

Estimadas maestras y estimados maestros:

El Ministerio de Educación, como institución clave en la dinamización de la Estrategia Nacional de Educación en todas sus Modalidades, Bendiciones y Victorias 2024 – 2026, impulsada por nuestro Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional, en respuesta a la necesidad de proveer de materiales de apoyo que faciliten el proceso educativo, presenta la “Guía Metodológica de Matemática” (GM) para Maestras y Maestros de Educación Primaria, cuya elaboración se enmarca en el “Proyecto para el Aprendizaje Amigable de Matemática, en Educación Primaria” (NICAMATE 2), implementado en coordinación con la UNAN-Managua y con el apoyo técnico de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA).

Esta guía, diseñada en coherencia con los ejes, lineamientos y acciones educativas de la Estrategia, tiene como objetivo garantizar el aprendizaje activo y el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, considerados como habilidades fundamentales para la vida, así como para el éxito académico y personal de los estudiantes.

Está concebida como una de las principales herramientas para el adecuado desarrollo de la programación y planificación didáctica; por lo tanto, será plenamente aprovechada en los EPI y en la preparación y desarrollo de las clases, reforzando y consolidando su experiencia pedagógica. Consecuentemente, ha sido redactada de forma clara y con un lenguaje sencillo, lo que permitirá contextualizar el aprendizaje en los conceptos propios del entorno comunitario y escolar, asociando el conocimiento con la vida real y promoviendo acciones dentro de un contexto práctico.

Es importante destacar, que ha sido elaborada especialmente para las maestras y maestros nicaragüenses, por un equipo de autores nacionales con experiencia. Este material de apoyo se relaciona directamente con los contenidos del Libro de Texto de sexto grado y se ha diseñado en correspondencia con el Currículo actualizado de Matemática de Educación Primaria. El rol de las maestras y los maestros es fundamental en el proceso de aprendizaje y de ellos dependerá el fortalecimiento de nuestro modelo educativo, basado en valores cristianos, prácticas solidarias e ideales socialistas.

Finalmente, recordamos que esta guía será utilizada por futuras generaciones de maestras y maestros; por ello, es crucial que se trate con el mayor cuidado, preservándola para garantizar su uso continuo y en buen estado.

Ministerio de Educación

ÍNDICE

Unidad 13: Factorización prima

Anexos

I. Introducción

Este documento es un material educativo llamado “**Guía Metodológica de Matemática (GM)**”, que está dirigido a los docentes de primaria de Nicaragua, y tiene como objetivos:

- **Orientar la planificación de las clases, a partir de la programación anual y la propuesta didáctica.**
- **Brindar sugerencias metodológicas concretas para apoyar al proceso de aprendizaje activo.**
- **Reforzar la evaluación formativa a través de las pruebas de unidad.**
- **Contribuir en el desarrollo profesional docente, como parte de su formación continua.**

La GM debe asumirse como una propuesta flexible y mejorable, por lo tanto, el docente puede hacer las adecuaciones que considere necesarias para apoyar el aprendizaje de los estudiantes, de acuerdo a las necesidades que ellos presenten.

La meta final con el uso de estos materiales educativos es el **mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes de Nicaragua**. A continuación se presentan los factores relacionados con el mejoramiento de los aprendizajes, como parte de la estrategia que se propone:

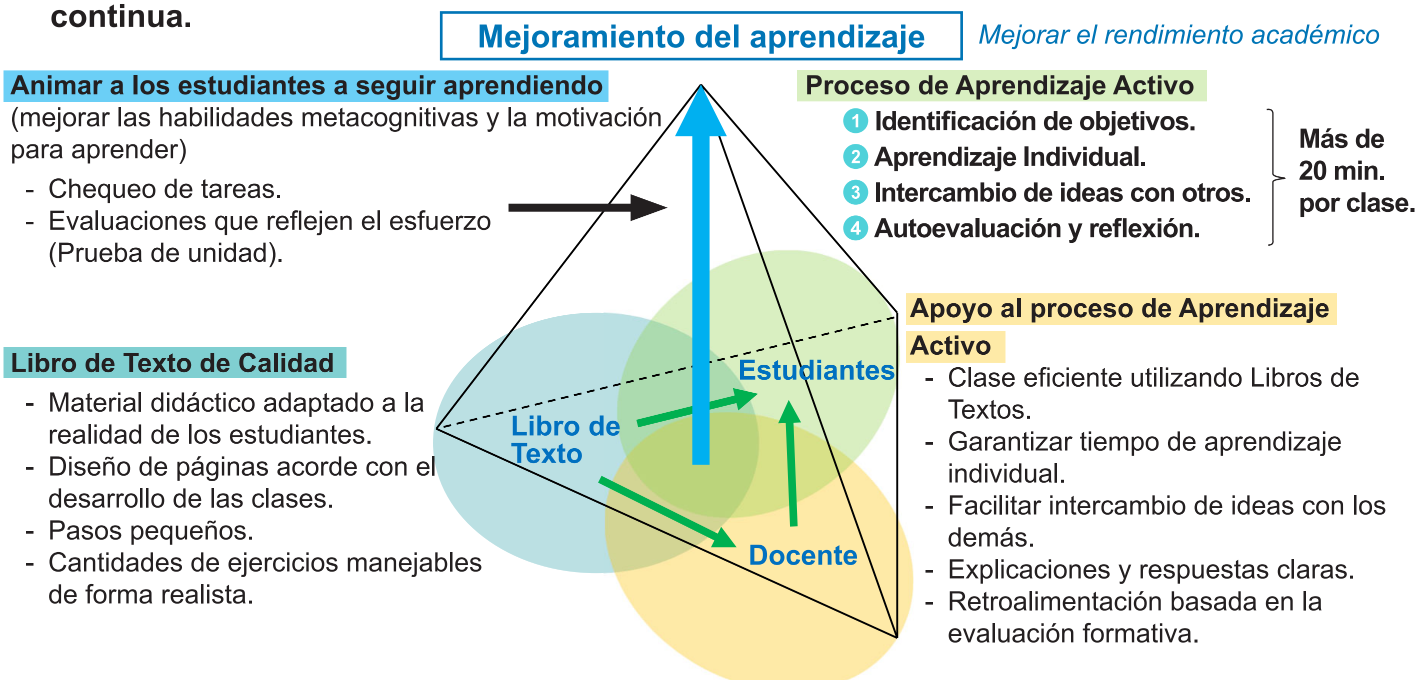


Figura 1: Estrategia para mejorar el aprendizaje de Matemática

La base del diagrama estratégico muestra los tres componentes de una clase: **“Libro de texto (LT, materiales didácticos)”, “Docente” y “Estudiantes”**. Los nuevos LT de calidad permiten a los docentes impartir clases eficientes y que apoyan el proceso de aprendizaje activo de los estudiantes.

Los estudiantes siguen un proceso de aprendizaje activo con LT de calidad, con el apoyo adecuado del docente, y **al menos 20 minutos del aprendizaje activo por clase**, mejora su aprendizaje (**aprendizaje a corto plazo**) y su **comprensión en clase**. Además, al animar a los estudiantes a seguir aprendiendo, por ejemplo mediante el **control de las tareas** por parte de los docentes y la **realización de evaluaciones (pruebas de unidad y de corte evaluativo etc.)** que reflejen el esfuerzo de los estudiantes, se mejoran las **habilidades metacognitivas de los estudiantes** y su **motivación para aprender**, y la acumulación de aprendizaje refuerza sus conocimientos y habilidades, con lo que se lograrán **mejoras de aprendizaje a mediano y largo plazo**.

II. Estructura del Libro de Texto

El LT de sexto grado contiene trece unidades y anexos.
Cada unidad consta de algunas **Secciones con contenidos de aprendizaje, "Practiquemos lo aprendido"** y una "**Prueba de unidad**" al final.

Además, algunas unidades comienzan con una página(s) de **"Recordemos"** en el cual los estudiantes tienen la oportunidad de repasar lo que han aprendido previamente.

Elementos de una clase del Libro de Texto

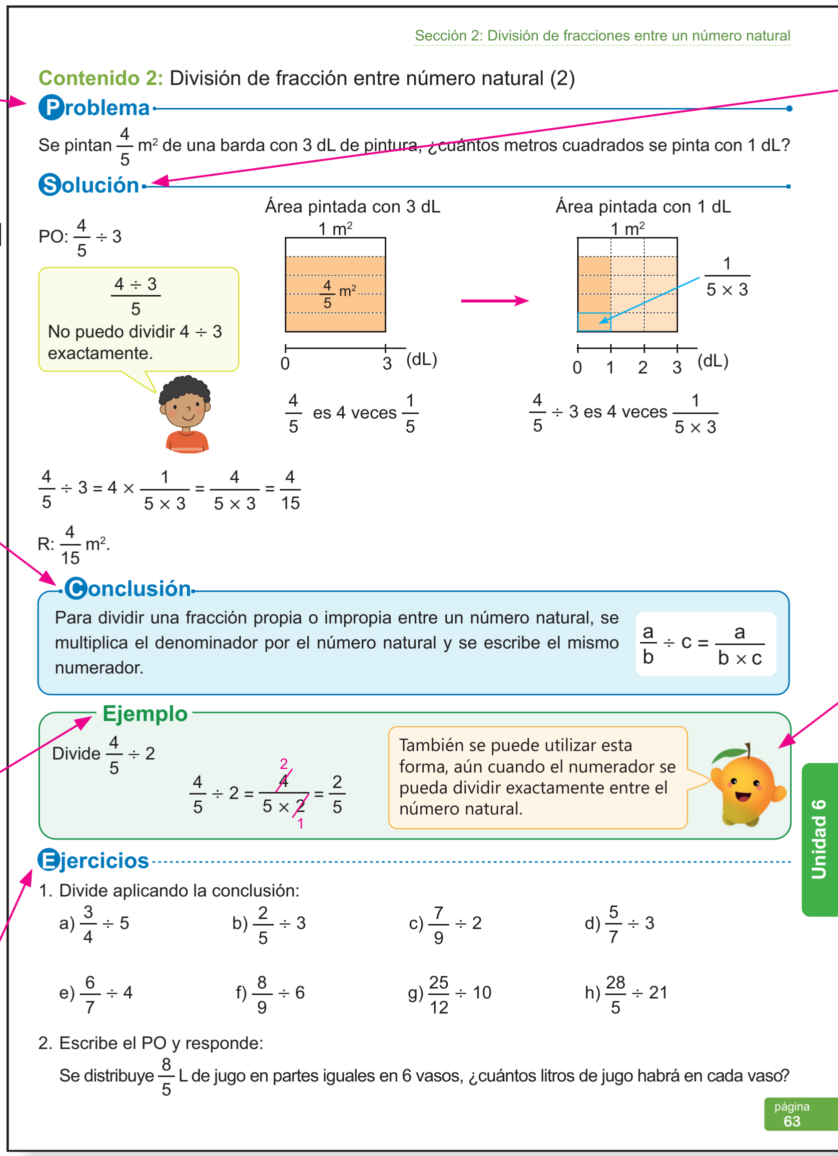
Problema: Los estudiantes deben pensar una solución a partir de un problema, la cual permite introducir el contenido que se desarrollará.

Solución: Esta parte propone una o dos formas de resolver el problema.

Conclusión: Puntos importantes o resumen de esta clase.

Manguito: Es la mascota y proporciona pistas o explicaciones complementarias.

Ejemplo: Son variantes del problema inicial.



Sección 2: División de fracciones entre un número natural

Contenido 2: División de fracción entre número natural (2)

Problema

Se pintan $\frac{4}{5}$ m² de una barda con 3 dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados se pinta con 1 dL?

Solución

PO: $\frac{4}{5} \div 3$

$\frac{4 \div 3}{5}$
No puedo dividir 4 ÷ 3 exactamente.

$\frac{4}{5}$ es 4 veces $\frac{1}{5}$

$\frac{4}{5} \div 3$ es 4 veces $\frac{1}{5 \times 3}$

$\frac{4}{5} \div 3 = 4 \times \frac{1}{5 \times 3} = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$

R: $\frac{4}{15}$ m².

Conclusión

Para dividir una fracción propia o impropia entre un número natural, se multiplica el denominador por el número natural y se escribe el mismo numerador.

$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$

Ejemplo

Divide $\frac{4}{5} \div 2$

$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{\cancel{4}^{2}}{5 \times \cancel{2}_{1}} = \frac{2}{5}$

También se puede utilizar esta forma, aún cuando el numerador se pueda dividir exactamente entre el número natural.

Unidad 6

Ejercicios

1. Divide aplicando la conclusión:

a) $\frac{3}{4} \div 5$ b) $\frac{2}{5} \div 3$ c) $\frac{7}{9} \div 2$ d) $\frac{5}{7} \div 3$

e) $\frac{6}{7} \div 4$ f) $\frac{8}{9} \div 6$ g) $\frac{25}{12} \div 10$ h) $\frac{28}{5} \div 21$

2. Escribe el PO y responde:

Se distribuye $\frac{8}{5}$ L de jugo en partes iguales en 6 vasos, ¿cuántos litros de jugo habrá en cada vaso?

página 63

Ejercicios: Incluyen ítems relacionados con el Problema inicial. **Uno o dos ítems al principio son casi iguales al Problema inicial y se utilizan como ítems de evaluación para esta clase.** Se espera que los estudiantes resuelvan el mayor número posible de ejercicios en clase, y los que no resuelvan se les asignarán como tarea.

Clases especiales

Recordemos

En sexto grado, hay una página **"Recordemos"** al principio de algunas unidades. Por regla general, los estudiantes **repasan los contenidos previamente aprendidos** relacionados con los contenidos que van a estudiar **mediante un ejercicio de un periodo de clase**. Los docentes **constatan la comprensión de los estudiantes** de los contenidos previamente aprendidos y los utilizan en el aprendizaje futuro.

Practiquemos lo aprendido

Los **"Practiquemos lo aprendido"** justo antes de la "Prueba de Unidad" son ejercicios que **cubren todas las secciones** de la Unidad, con el objetivo principal de **consolidar lo aprendido** en la Unidad. Durante **la primera mitad de la clase, los estudiantes resuelven problemas** en sus cuadernos como **trabajo individual**. Los docentes deben recorrer entre pupitres, identificar dificultades de los estudiantes y tomar las medidas necesarias. También se recomienda el aprendizaje mutuo. En la **segunda mitad de la clase**, deben **revisarse las respuestas a todos los problemas** y proporcionar las **explicaciones necesarias**.

Prueba de unidad

Prueba de Unidad 3: División de números decimales (25 min) /10

Fecha:________

Nombre: ____________________ **Sección:**________

1. Divide hasta obtener residuo 0:
   a) 39 ⌊1,3 b) 0,9 ⌊0,5
   c) 4,8 ⌊3,2 d) 7,82 ⌊2,3
   e) 1,74 ÷ 2,9 f) 1,2 ÷ 4,8
2. Divide y redondea el cociente:
   a) 1,4 ÷ 0,3 a las décimas b) 1,74 ÷ 0,9 a las centésimas
3. Escribe el PO y responde:
   Un tubo de 1,6 m de longitud pesa 3,84 kg, ¿cuánto pesa 1 m de este tubo?

Debe distribuirse la **"Prueba de Unidad"** insertada en la Guía Metodológica de Matemática (GM) a cada estudiante para que la contesten.

Si es difícil fotocopiarla, se pedirá a los estudiantes que contesten en sus propios **cuadernos** o en **papel blanco** indicando que deben escribir el proceso y la respuesta para cada ítem. Esta evaluación dura como **máximo 25 minutos**.

La prueba debe realizarse **individualmente**, ya que el propósito de esta es **evaluar el nivel de comprensión de cada estudiante** y ayudar a **mejorar los aprendizajes futuros**.

Para más información sobre la prueba, véase la página 16.

Prueba de Corte Evaluativo

No solo la "Prueba de Unidad", sino también en cada Corte Evaluativo, es importante realizar una **prueba escrita para evaluar la comprensión de múltiples unidades**. Esta prueba se llevará a cabo como una evaluación sumativa, con el objetivo de medir de manera global lo aprendido durante el corte. Aunque la **Prueba de Corte Evaluativo** no está incluida en esta GM, **se espera que los docentes seleccionen ítems de los ejercicios del LT o de las "Pruebas de Unidad" y distribuyan los ítems de manera equilibrada dentro del contenido de la prueba**.

Es necesario analizar los resultados de las "Pruebas de Unidad" y la prueba del "Corte Evaluativo" durante el período correspondiente y preguntarnos porqué el aprendizaje no se ha consolidado.

Para más información sobre la prueba, **véase la página 16**.

Uso del tiempo para las clases especiales

Es importante que los estudiantes **se acostumbren a manejar el tiempo**, es por eso que al realizar el repaso, practiquemos lo aprendido y prueba de unidad, se les debe indicar el tiempo que tendrán para resolver los ejercicios propuestos. **Los estudiantes deben aprender a concentrarse en resolver los ejercicios y no distraerse**.

Anexos

Respuestas de Practiquemos lo aprendido

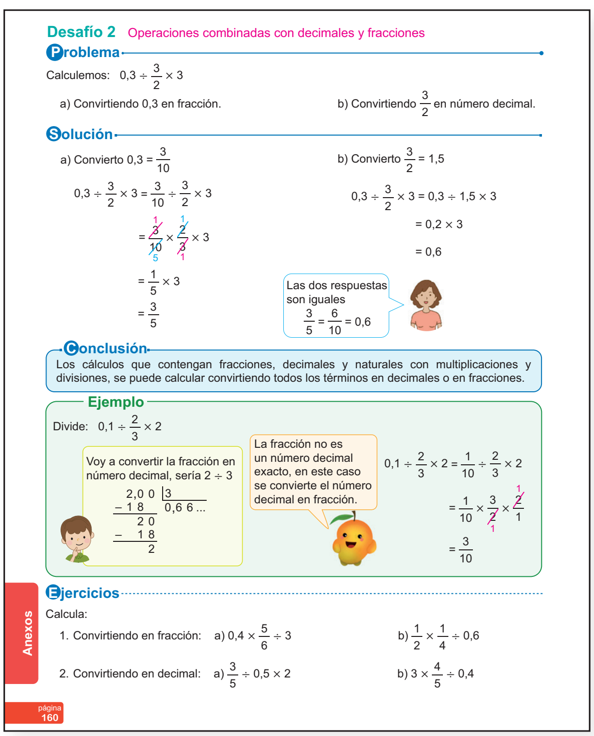
En caso de que los docentes no tengan tiempo de revisar las respuestas a todos los problemas en clase, o en consideración a los estudiantes motivados, **las respuestas de Practiquemos lo aprendido" se incluyen como Anexo en el LT**. En dicha clase, diga a los estudiantes que la respuesta está en el anexo.

Desafíos

Las páginas de Desafíos en Anexos incluyen problemas diseñados para profundizar la comprensión de los estudiantes y permitirles aplicar los conocimientos adquiridos. Estos problemas no son de carácter obligatorio, sino que son opcionales, por lo que pueden utilizarse según el nivel de los estudiantes y el tiempo disponible en clases.

El desafío de sexto grado abarca los siguientes temas:

1. Aplicaciones del área de un círculo
2. Cálculos mixtos con decimales y fracciones



Desafío 2 Operaciones combinadas con decimales y fracciones

Problema

Calculemos: $0{,}3 \div \frac{3}{2} \times 3$

a) Convirtiendo 0,3 en fracción.

b) Convirtiendo $\frac{3}{2}$ en número decimal.

Solución

a) Convierto $0{,}3 = \frac{3}{10}$

$$0{,}3 \div \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{10} \div \frac{3}{2} \times 3$$
$$= \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{10}_{5}} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times 3$$
$$= \frac{1}{5} \times 3$$
$$= \frac{3}{5}$$

b) Convierto $\frac{3}{2} = 1{,}5$

$$0{,}3 \div \frac{3}{2} \times 3 = 0{,}3 \div 1{,}5 \times 3$$
$$= 0{,}2 \times 3$$
$$= 0{,}6$$

Conclusión

Los cálculos que contengan fracciones, decimales y naturales con multiplicaciones y divisiones, se puede calcular convirtiendo todos los términos en decimales o en fracciones.

Ejemplo

Divide: $0{,}1 \div \frac{2}{3} \times 2$

$$0{,}1 \div \frac{2}{3} \times 2 = \frac{1}{10} \div \frac{2}{3} \times 2$$
$$= \frac{1}{10} \times \frac{3}{\cancel{2}_{1}} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{1}$$
$$= \frac{3}{10}$$

Ejercicios

Calcula:

1. Convirtiendo en fracción: a) $0{,}4 \times \frac{5}{6} \div 3$ b) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \div 0{,}6$
2. Convirtiendo en decimal: a) $\frac{3}{5} \div 0{,}5 \times 2$ b) $3 \times \frac{4}{5} \div 0{,}4$

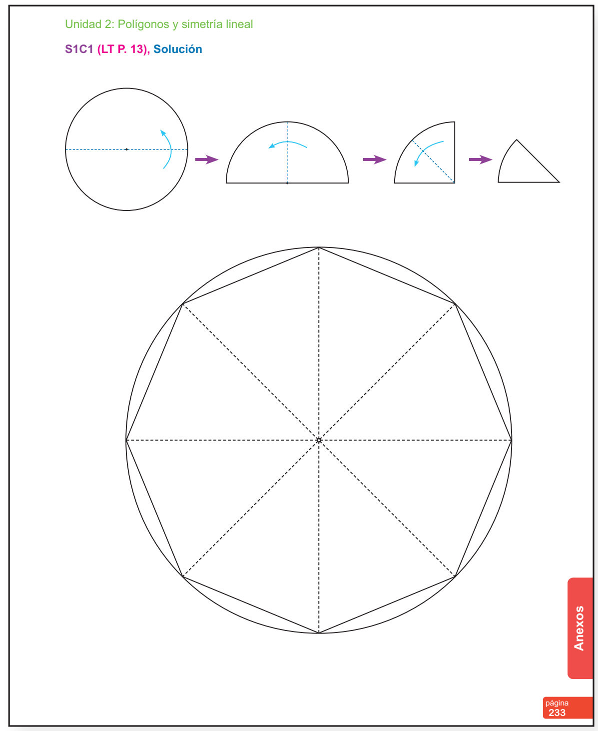
Anexos

página 160

Para los estudiantes que desean aprender más sobre matemáticas, los docentes pueden animarlos a trabajar con las páginas de Desafío como una experiencia de aprendizaje independiente.

Material didáctico (para geometría)

Los estudiantes pueden profundizar su comprensión de la geometría midiendo ángulos y longitudes ellos mismos. Sin embargo, no hay suficiente espacio en las páginas de contenidos, por lo que en las páginas de materiales de Anexo se incluyen figuras grandes donde los estudiantes pueden usar un transportador para medir ángulos y un compás para comparar las longitudes de los lados.



Material didáctico (Plano cartesiano)

Para ayudar a los estudiantes a progresar sin problemas en el aprendizaje de gráficos de proporcionalidad directa, hemos preparado páginas de planos de coordenadas que corresponden a Problema, Ejercicios y Practiquemos lo aprendido.

Las gráficas de proporcionalidad directa de la Unidad 11 son la base para aprender sobre gráficas de funciones en secundaria. Los estudiantes deben tener una comprensión sólida de las gráficas. Sin embargo, al dibujar gráficas, los estudiantes pueden dedicar demasiado tiempo a crear un Plano cartesiano antes de dibujar la gráfica, lo que puede hacer que descuiden la importante tarea de aprender a graficar. Este material didáctico está diseñado para evitar esto.

III. Estructura de la Guía Metodológica de Matemática

Cada unidad de la GM está dividida en dos partes: introducción de unidad y explicación correspondiente a cada página del LT.

La introducción contiene los cuatro contenidos siguientes:

(1) Competencia: Capacidades que los estudiantes deben adquirir en el grado.

(2) Secuencia de Aprendizaje: Relación entre el contenido de esta unidad y el de los grados anterior y posterior.

(3) Puntos Esenciales: Resumen de los contenidos de la unidad, destacando los aspectos esenciales.

(4) Ejemplos de Plan de Pizarra y Cuadernos de los estudiantes: Se muestran ejemplos de planes estructurados de pizarra y ejemplos de cuadernos de estudiantes de la clase.

Elementos de una clase de la Guía Metodológica de Matemática (GM)

Indica el número de la Sección y el número del Contenido.

Página reducida del Libro de Texto con las respuestas a los ejercicios en rojo.

Ítems de evaluación: Los primeros dos ejercicios constituyen los ítems de evaluación de la clase.

Secuencia didáctica: Secuencia de aprendizaje en las clases anteriores y posteriores a esta clase.

S2C2 División de fracción entre número natural (2) — No. 5/7

Contenido 2: División de fracción entre número natural (2)

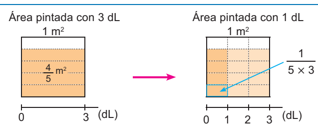
Problema

Se pintan $\frac{4}{5}$ m² de una barda con 3 dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados se pinta con 1 dL?

Solución

PO: $\frac{4}{5} \div 3$

$\frac{4 \div 3}{5}$ No puedo dividir 4 ÷ 3 exactamente.



$\frac{4}{5}$ es 4 veces $\frac{1}{5}$ — $\frac{4}{5} \div 3$ es 4 veces $\frac{1}{5 \times 3}$

$\frac{4}{5} \div 3 = 4 \times \frac{1}{5 \times 3} = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$

R: $\frac{4}{15}$ m².

Conclusión

Para dividir una fracción propia o impropia entre un número natural, se multiplica el denominador por el número natural y se escribe el mismo numerador. $\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$

Ejemplo

Divide $\frac{4}{5} \div 2$

$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{\cancel{4}^{2}}{5 \times \cancel{2}_{1}} = \frac{2}{5}$

También se puede utilizar esta forma, aún cuando el numerador se pueda dividir exactamente entre el número natural.

Ejercicios

1. Divide aplicando la conclusión:

a) $\frac{3}{4} \div 5$ $\frac{3}{20}$ b) $\frac{2}{5} \div 3$ $\frac{2}{15}$ c) $\frac{7}{9} \div 2$ $\frac{7}{18}$ d) $\frac{5}{7} \div 3$ $\frac{5}{21}$

e) $\frac{6}{7} \div 4$ $\frac{3}{14}$ f) $\frac{8}{9} \div 6$ $\frac{4}{27}$ g) $\frac{25}{12} \div 10$ $\frac{5}{24}$ h) $\frac{28}{5} \div 21$ $\frac{4}{15}$

2. Escribe el PO y responde:

Se distribuye $\frac{8}{5}$ L de jugo en partes iguales en 6 vasos, ¿cuántos litros de jugo habrá en cada vaso?

PO: $\frac{8}{5} \div 6$ R: $\frac{4}{15}$ L.

página 63

Aprendizaje esperado: Comprende la división de una fracción entre un número natural, cuando el numerador no es divisible entre el número natural.

Materiales: Diagramas.

Abrir el LT en la solución.

P: Calculemos el área.
- Escribe el problema.
- Solicite que escriban el PO y que piensen cómo calcularlo.

S: Piensa la cantidad de área que se pinta con 1 dL.
- Intentarán dividir 4 ÷ 3 y dirán que no se puede utilizar los diagramas.

¿Cuál es el área pintada con 3 dL? R: $\frac{4}{5}$ m².

¿Cuál será el área pintada con 1 dL?

R: Se pintaría la tercera parte con 1 dL.

- Explique que los $\frac{4}{5}$, se han dividido en 3 partes, cada nueva parte es $\frac{1}{5 \times 3}$ y en total hay 4 de estas.
- Explique el procedimiento del cálculo relacionándolo con los diagramas.

C: Concluye.
- Al calcular la división el número natural se multiplica por el denominador y se escribe el mismo numerador.

Ej: Simplifica el resultado.
- Realiza el cálculo, haz notar que el resultado se debe simplificar.

E: Ejercita.
- Aplica el proceso aprendido del cálculo para dividir.

Secuencia didáctica:
En esta segunda clase de división de una fracción entre un número natural, los estudiantes aprenderán una forma general que se puede aplicar no solo cuando no es posible dividir directamente el numerador por el número natural, sino que también cuando sí es posible (aprendido en la clase anterior).

Observación:
En el ejercicio 1, tener presente al revisar los cálculos de los estudiantes, en los incisos e) a h) se debe simplificar.

Unidad 6

Sección 2: División de fracciones entre un número natural — LT 63 — 109

Número de clase / Total de clases de la unidad.

Aprendizaje esperado: Es el elemento que define lo que se espera que logren los estudiantes en esta clase, expresado en forma concreta, precisa y verificable.

Materiales: Material que debe prepararse para impartir la clase.

Desarrollo de clase: Se muestran los principales contenidos de aprendizaje, ejemplos concretos de actividades, preguntas, posibles dificultades y puntos esenciales del aprendizaje, entre otros. en cada paso de la clase (P, S, C, Ej, E).

Observaciones:
Se brindan aclaraciones puntuales referidas a la parte metodológica para algunos momentos de la clase, profundización de conceptos, propiedades y procesos de cálculo de algunos ejercicios, entre otras.

IV. Propuesta de Plan Anual

El Plan Anual es un ejemplo de cómo relacionar y organizar los contenidos de las unidades, de tal manera que se desarrollen todos los contenidos durante el año escolar.

Este Plan Anual debe ser analizado durante el año escolar, con el fin de estar claros sobre lo que corresponde trabajar en el grado y comprobar el cumplimiento de todo lo planificado. Puede servir de apoyo durante la programación de los EPIs.

Observación: Los estudiantes deben tener un **cuaderno cuadriculado** para matemática.

Semestre	Mes	Unidad (horas)	Pág. de GM (pág. de LT)	Sección
I	Febrero	1. Multiplicación de números decimales (10 horas)	24 - 37 (2 - 11)	1. Multiplicación de números decimales 2. Aplicación de la multiplicación de decimales
	Marzo	2. Polígonos y simetría lineal (10 horas)	38 - 51 (12 - 21)	1. Polígonos regulares 2. Simetría lineal
		3. División de números decimales (10 horas)	52 - 65 (22 - 31)	1. División de números decimales 2. El residuo en una división con números decimales
	I C.E. Abril	4. Poliedros y cuerpos que ruedan (6 horas)	66 - 75 (32 - 37)	1. Clasificación de cuerpos geométricos 2. Desarrollo plano
	Mayo	5. Área (15 horas)	76 - 99 (38 - 57)	1. Área de cuadriláteros 2. Estimación de área 3. Área del círculo
	Junio II C.E.	6. Introducción a la multiplicación y división de fracciones (7 horas)	100 - 111 (58 - 65)	1. Multiplicación de fracciones por un número natural 2. División de fracciones entre un número natural
	Julio	7. Multiplicación de fracciones (11 horas)	112 - 129 (66 - 79)	1. Multiplicación de fracciones 2. Aplicación de la multiplicación de fracciones

Semestre	Mes	Unidad (horas)	Pág. de GM (pág. de LT)	Sección
II	Julio	8. Volumen (9 horas)	130 - 149 (80 - 95)	1. Volumen de prismas rectangulares 2. Unidades de medida del volumen
	Agosto	9. División de fracciones (11 horas)	150 - 167 (96 - 109)	1. División de fracciones 2. Operaciones combinadas de fracciones
	Septiembre III C.E.	10. Razón (9 horas)	168 - 181 (110 - 119)	1. Razones y proporciones 2. Propiedad de las razones y su aplicación
	Octubre	11. Proporcionalidad (14 horas)	182 - 207 (120 - 141)	1. Concepto de proporcionalidad 2. Gráfica de proporcionalidad directa 3. Regla de tres
	Noviembre	12. Casos posibles (6 horas)	208 - 215 (142 - 147)	1. Arreglos 2. Combinaciones
	IV C.E.	13. Factorización prima (6 horas)	216 - 223 (148 - 153)	1. Concepto de factorización prima 2. Aplicación de factorización prima
		Total de horas: 124		

***C.E.:** Corte Evaluativo*

***Nota:** Los cortes evaluativos se definen cada año según el calendario escolar.*

V. Recomendaciones para el desarrollo de una clase según momentos P, S, C, E

Para lograr los aprendizajes esperados de una clase, **es importante maximizar el Tiempo de Aprendizaje Activo**, teniendo en cuenta que **los estudiantes son protagonistas de su aprendizaje. El rol principal del docente es ser el facilitador o asistente** del proceso de aprendizaje de los estudiantes, **garantizando al menos 20 minutos de aprendizaje activo.** A continuación, se presentan algunas recomendaciones a considerar en los diferentes momentos de la clase:

Momentos de la clase	Actividades del Docente	Actividades del Estudiante
Problema	Escribir **la fecha, nombre de la unidad, número de sección, contenido y número de la página** del libro de texto.	Escribir **la fecha, nombre de la unidad, número de sección, contenido y número de la página** del libro de texto.
	Indicar que abran el LT y lean juntos el problema.	Leer el problema (describir la ilustración).
	Escribir de forma resumida en la pizarra el problema (describir la ilustración). * Si es preferible no abrir el LT al principio de la clase, leer el problema escrito en la pizarra.	
	Indicar a los estudiantes que copien el problema en sus cuadernos según las necesidades, teniendo en cuenta su etapa de desarrollo, el contenido de aprendizaje y verificar el avance en los cuadernos.	**Escribir el problema en su cuaderno, según las necesidades.**
	Si es necesario, explique claramente el problema para que los estudiantes sepan lo que hay que hacer.	Comprender el problema y extraer la información necesaria para la solución.
	Orientar que resuelvan individualmente el problema en su cuaderno.	**[Trabajo individual]** **Intentar resolver el problema de forma individual.**
Solución	**[Evaluación Formativa]** **Observar cómo resuelven los estudiantes el problema**. Enfatizar y reforzar aquellos aspectos en los que los estudiantes muestran dificultad al momento de resolver.	Anotar sus ideas de solución al problema en su cuaderno.
	[Socialización] Después de la actividad individual, pida a los estudiantes que comparen sus soluciones (ideas) con su compañero o con el LT.	**[Trabajo en Pareja]** **Compartir su solución (idea) en pareja, o compararla con el LT.**

Momentos de la clase	Actividades del Docente	Actividades del Estudiante
	Pedir a algunos estudiantes que expongan sus ideas en una sesión plenaria y el docente organiza las ideas de los estudiantes y las escribe en la pizarra. (Verificar de antemano qué estudiantes tienen qué ideas.) **[Explicación]** Independientemente de que la respuesta del estudiante presentada haya sido correcta o no, el docente explica las soluciones del LT utilizando la pizarra. Indicar a los estudiantes que comprueben si sus soluciones y respuestas son correctas y, si se equivocan, escriban la solución y la respuesta correctas sin borrar sus errores.	**[Trabajo en Plenaria]** Compartir las soluciones en plenaria. Escuchar la explicación del docente y hacer preguntas si es necesario. Los estudiantes comprueban sus soluciones y respuestas, si son equivocadas, escriben la solución y respuesta correcta.
Conclusión (Resumen)	**Escribir brevemente los puntos importantes** de la clase a partir del proceso de solución del problema y explicarlos.	**Si es necesario, copiar los puntos importantes en su cuaderno.** Identifica nuevos conceptos o procedimientos.
Ejemplo	Indicar que lean el ejemplo. **Explicar el ejemplo.**	Analizar la solución del ejemplo, de forma conjunta con el docente.
Ejercicios	**Orientar los ejercicios a ser resueltos de forma individual.** **[Evaluación Formativa]** Durante los primeros 1 - 2 minutos, caminar entre los pupitres para verificar la comprensión general y decidir las medidas necesarias.	**[Trabajo individual]** Resolver individualmente los ejercicios incluyendo los ítems de evaluación (en principio los primeros dos ítems son ítems de evaluación).

Momentos de la clase	Actividades del Docente	Actividades del Estudiante
	[Medidas según Evaluación Formativa] Si muchos estudiantes no han resuelto el primer ítem de evaluación, en lugar de continuar con la ayuda individual, vuelva a explicar la solución del problema inicial o ejemplo en plenaria, o explique el primer ítem de evaluación utilizando la pizarra. A continuación, deles la oportunidad de resolver el siguiente ítem.	Los estudiantes que hayan terminado los ejercicios que deben resolverse en clase deberán resolver los ejercicios de las tareas. (No crear una situación en la que los estudiantes no tengan nada que hacer).
	[Socialización y Confirmación] Dar la oportunidad a algunos estudiantes de presentar sus soluciones. **En los grados superiores, se puede permitir que escriban en la pizarra. Sin embargo, si la escritura no es clara o se prevé que tomaría demasiado tiempo, es preferible que el docente escuche, organice y escriba las respuestas.** El objetivo es lograr una comprensión compartida, no simplemente hacer que los estudiantes pasen al frente. **Cuando varios estudiantes cometen el mismo error, es útil analizarlo en conjunto y explicar por qué es incorrecto.** Esto promueve una cultura de aprendizaje a partir del error.	
	Revisar y explicar el procedimiento y la respuesta en la pizarra. Esto permite verificar la comprensión dentro del tiempo de clase y reforzar el aprendizaje de todos. Asignar las tareas (es preferible que todos los ejercicios sean resueltos en clase, en caso de que no sea posible, asignarlos de tarea).	**[Autoevaluación y Corrección]** Verificar su respuesta con la que se compartió en plenaria marcando ✔ como correcto y ✗ como incorrecto. Si es incorrecto realizar el problema de nuevo dejando el error. (Distinguir entre respuestas equivocadas y respuestas correctas utilizando un lápiz rojo o azul, es decir si el estudiante tiene un error, corregir utilizando un lápiz de otro color, sin borrar el error).

VI. Puntos importantes a considerar en la facilitación del aprendizaje

Alcanzar el aprendizaje esperado no es una tarea sencilla, por lo que, a continuación, se sugieren algunas técnicas para asegurarlo.

a) Solicitar los materiales necesarios para el aprendizaje, antes de que comiencen las clases del año nuevo.

- ✓ **Un cuaderno cuadriculado.**
- ✓ Lápiz, borrador y lapiceros (azul y rojo).
- ✓ Estuche geométrico.

Los cuadernos cuadriculados son especialmente necesarios para los estudios de geometría.

b) Colocar los pupitres de los estudiantes dirigidos hacia la pizarra

La disposición de pupitres puede variar dependiendo del propósito de la clase, sin embargo, en la clase de Matemática se recomienda que se ubiquen en filas, todos viendo hacia la pizarra, por las siguientes razones:

- ✓ **Proporciona comodidad en la postura de los estudiantes para ver la pizarra.** También facilita el contacto visual entre profesores y estudiantes, lo que hace más fácil que el profesor explique y que los estudiantes escuchen.
- ✓ **Es fácil cambiar de un modo de aprendizaje a otro**: individual, por parejas o en plenaria.
- ✓ **Permite al docente desplazarse entre los estudiantes y observar su trabajo fácilmente.**

c) Usar adecuadamente el tiempo

- ✓ **Establecer lineamientos para el inicio de la clase.** Los estudiantes preparen con anticipación los materiales necesarios para iniciar cada clase.
- ✓ **El tiempo dedicado para el repaso no debe durar más de cinco minutos.** El largo tiempo del repaso hace imposible tratar todo el contenido del aprendizaje de hoy, y su impacto permanece en las clases posteriores.
- ✓ Mientras los estudiantes resuelven los ejercicios en sus cuadernos, el docente los escribe en la pizarra. **Los estudiantes no esperan a que el docente escriba en la pizarra, sino que miran su LT para resolverlos**.

d) Evaluar y brindar orientación necesaria desplazándose en el aula

Mientras los estudiantes resuelven los ejercicio incluyendo los ítems de evaluación, **el docente debe desplazarse en el aula para evaluar el nivel de comprensión del contenido, revisando el trabajo de los estudiantes.**

En ocasiones, el docente se centra en orientar a un estudiante que muestra dificultades, y el tiempo no le es suficiente para brindar apoyo oportuno al resto de estudiantes que también tienen dificultades. **Para evitarlo, es importante evaluar rápidamente el nivel general de comprensión de los estudiantes al inicio del ejercicio y tomar las medidas necesarias** como se muestra en la tabla de la página anterior.

e) Dar explicaciones claras a los estudiantes

Las instrucciones y explicaciones a los estudiantes deben ser claras y concretas, en este sentido **es importante hablar cuando se capte la atención de los estudiantes.** Para captar la atención el docente debe llamar a los estudiantes con frases como **"Miren a la pizarra", "Dejen su lápiz",** entre otras. **En caso de que en el aula persista la indisciplina, el docente puede dejar de explicar o bajar el volumen de la voz.**

Es importante durante la explicación **observar a los estudiantes para suponer su nivel de comprensión**, esto significa que en ocasiones es necesario repetir la explicación cambiando expresiones, hablar más despacio, invitarlos a que expliquen con sus palabras, etc.

f) Revisar los cuadernos de apunte

La revisión de los cuadernos tiene dos aspectos complementarios:

1. Monitoreo en clase

Durante la clase, es importante verificar constantemente si los estudiantes están escribiendo lo que se les ha indicado y si hay alguno que se está quedando atrás.

Si el docente continúa la clase sin prestar atención a esto, los estudiantes dedican demasiado tiempo a escribir, y no se asegura el tiempo necesario para resolver los ejercicios.

Como resultado, cuando el docente da nuevas explicaciones o instrucciones, muchos estudiantes no están listos para seguirlas, ya que están en una etapa distinta o haciendo otra cosa. Esto afecta negativamente el aprendizaje.

2. Revisión periódica del cuaderno

Si no se brinda un monitoreo continuo sobre el uso del cuaderno, eventualmente se puede utilizar de manera desordenada, por lo que es necesario que se revise periódicamente.

Por lo general, las tareas se asignan todos los días, ya que el objetivo es consolidar el aprendizaje y desarrollar hábitos de estudio. **Los estudiantes deben resolver todos los ejercicios del LT. Las tareas deben ser revisadas y evaluadas por el docente periódicamente**. Cuando a los profesores les resulte difícil revisar con frecuencia los cuadernos, se recomiendan los siguientes métodos:

- En los primeros minutos de clase, **al menos las respuestas a las tareas se comparten en plenaria** y los estudiantes califican sus respuestas.
- Envía las respuestas de los deberes de hoy a los padres a través de redes sociales, con servicios de mensajería instantánea y pídeles que te ayuden a calificarlos.

g) Revisión de los ejercicios resueltos con respuestas correctas

Aunque es importante que los docentes revisen las respuestas en los cuadernos de los estudiantes, es difícil hacer esto siempre para todos los estudiantes, por lo que **es importante que los estudiantes desarrollen el hábito de la autocorrección y realicen nuevamente los problemas donde se equivocaron.**

Verificar las respuestas correctas de manera verbal o por escrito en la pizarra permite consolidar dichos hábitos. Para unificar la forma de revisar los problemas se recomienda:

- **Si tiene la solución correcta, marcar con ✔.**
- **Si tiene error en la solución, marcar con ✘ dejando el error y realizar el problema de nuevo**, con un lápiz de otro color (rojo).

h) Usar adecuadamente la pizarra

La pizarra tiene la función de un cuaderno común entre el docente y los estudiantes, por lo cual debe ordenarse el desarrollo del aprendizaje del contenido en ella.

En esta Guía se propone utilizar la siguiente estructura básica en la pizarra, de acuerdo con el proceso de aprendizaje de matemática establecido en este mismo documento.

Si no puede seguir escribiendo en la pizarra debido a su pequeño tamaño, puede borrar la información que los estudiantes ya han terminado de copiar y escribir la continuación de la clase. Los docentes suelen escribir en la pizarra sobre el repaso de la clase anterior o las respuestas de las tareas, pero **en muchos casos esto puede borrarse antes de entrar en el contenido del día**. Por esta razón, los ejemplos de los planes de pizarra en esta Guía no incluyen el paso de repaso.

UX: Nombre de la unidad *día / mes*
SXCX: Nombre del contenido (p. x)

(P) Se escribe el problema inicial de forma resumida.

(S)

Solución de los estudiantes | Solución del LT

(C) Se establece de forma resumida la conclusión o puntos importantes a partir de la solución del problema.

(Ej) Se resuelve el ejemplo para consolidación o ampliación del contenido.

(E) Se resuelve, como mínimo, los dos primeros de cada serie de ejercicios propuestos.

Tarea: Página X

VII. Plan de clase de matemática

El formato Plan de Clase "Matemáticas Amigables", es un enfoque de planificación innovador, que incorpora el plan de pizarra en su estructura, fomenta una mayor reflexión sobre lo que cada docente imagina y planifica a diario para sus clases de matemáticas, considerando el contenido gráfico y textual que los estudiantes necesitan registrar en sus cuadernos, fomentando así un aprendizaje efectivo a lo largo de cada sesión de 45 minutos.

Esta manera de planificar facilita la visualización y la comprensión de los procesos matemáticos, así como la retención de la información. Asimismo, fomenta un aprendizaje activo y el desarrollo de habilidades de resolución de problemas. La planificación utilizando la pizarra, como elemento integrador, contribuye a optimizar el tiempo y los recursos disponibles.

De ahí que sea importante que la planificación de la clase no se deba limitar a una lista de actividades del docente, sino que debe considerar paso a paso el flujo de la clase, el cual se ve reflejado en la pizarra de forma concreta. El plan diario debe permitir a cada docente imaginar cómo se desarrollará la clase y como qué deberá quedar en la pizarra reflejado como producto del proceso de aprendizaje, además puede visualizar y determinar los elementos importantes que los estudiantes deben anotar en su cuaderno.

Formato para la elaboración del plan de clase de matemática

Asignatura: Matemática. **Grado**: ____________ **Fecha**: ______________ **Tiempo: 45’**

No. Nombre de la Unidad: ____

Indicador de Logro: ____

Criterios de Evaluación:

- ____
- ____
- ____

Aprendizaje esperado: ____________________________ **Contenido:** ________________________

UX: Nombre de la unidad
SXCX: Nombre del contenido (p. x)

día / *mes*

(P) Se escribe el problema inicial de forma resumida.

(S)

Solución de los estudiantes

Solución del LT

(C) Se establece de forma resumida la conclusión o puntos importantes a partir de la solución del problema.

(Ej) Se resuelve el ejemplo para consolidación o ampliación del contenido.

(E) Se resuelve, como mínimo, los dos primeros de cada serie de ejercicios propuestos.

Tarea: Página X

Observaciones. ____

Ejemplo de Plan de Clase

Asignatura: Matemática. **Grado:** 6to **Fecha:** 06 / 10 **Tiempo: 45'**

No. y Nombre de la Unidad: 9. División de fracciones.

Indicador de Logro: Utiliza la división de fracciones propias, en la solución de situaciones en diferentes contextos.

Criterios de Evaluación:

- Explica el procedimiento para calcular la división de fracción entre fracción en situaciones de la vida cotidiana.
- Aplica el cálculo de la división de fracción entre fracción al resolver los ejercicios.
- Demuestra una actitud positiva en la solución de conflictos de forma pacífica en la familia, escuela y comunidad.

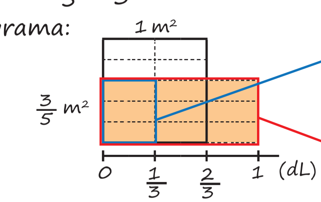
Aprendizaje esperado: Comprende el concepto de la división de fracción entre fracción. **Contenido:** División de fracción entre fracción.

U9: División de fracciones
S1C2: División de fracción entre fracción (1) (P. 99-100) 06 / 10

(P) Si se pintan $\frac{3}{5}$ m² de una barda con $\frac{2}{3}$ dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados se puede pintar con un 1 dL de pintura?

(S) PO: $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$

Diagrama:



$\frac{2}{3}$ dL $\rightarrow \frac{3}{5}$ m²

$\frac{1}{3}$ dL $\rightarrow \frac{3}{5} \div 2$

$= \frac{3}{5\times 2} = \boxed{\frac{3}{10}\,(m^2)}$

1 dL $\rightarrow 3 \times \frac{3}{10}$

$= \frac{3\times 3}{10} = \boxed{\frac{9}{10}\,(m^2)}$

Cálculo (propiedad de la división):

cambiar a entero

Multiplicar por el recíproco

$\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} = \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{2}\right) \div \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\right)$

$= \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{2}\right) \div 1$

$= \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$

R: $\frac{9}{10}$ m²

(C) $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

(Ej) $\frac{3}{8} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{8} \times \frac{7}{5} = \frac{3\times 7}{8\times 5} = \frac{21}{40}$

(E) a) $\frac{2}{3} \div \frac{7}{8} = \frac{2}{3} \times \cancel{\frac{7}{8}} = \frac{2}{3} \times \frac{8}{7}$

$= \frac{2\times 7}{3\times 8}$ $= \frac{2\times 8}{3\times 7}$

$= \cancel{\frac{14}{24}}$ $= \frac{16}{21}$

b) $\frac{2}{9} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{9} \times \frac{7}{5}$

$= \frac{2\times 7}{9\times 5}$

$= \frac{14}{45}$ ✓

d) $\frac{4}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{4}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{4\times 4}{5\times 3} = \frac{16}{15}$ ✓ $\left(o\ 1\frac{1}{15}\right)$

f) $\frac{5}{3} \div \frac{9}{7} = \frac{5}{3} \times \frac{7}{9} = \frac{5\times 7}{3\times 9} = \frac{35}{27}$ ✓ $\left(o\ 1\frac{8}{27}\right)$ ✓

Tarea: c) y e)

VIII. Uso de las Pruebas de Unidad

a) Propuesta sobre el uso de las Pruebas de Unidad

Se espera que **las pruebas se realicen al final de cada unidad para que los docentes puedan conocer el alcance de los aprendizajes esperados en los contenidos de la unidad y, lo que es más importante, darles realimentación.** En este sentido, el enfoque principal de las pruebas de unidad es proporcionar a los docentes herramientas para gestionar y mejorar eficazmente el aprendizaje de los estudiantes. En otras palabras, **basándose en los resultados de cada prueba el docente puede autoevaluar su desempeño y tomar medidas para mejorar sus prácticas.**

Dado que las pruebas se insertan al final de cada unidad de los LT, los docentes podrían preguntarse si los estudiantes pueden ver las pruebas con anticipación y esto arruinaría el propósito de las pruebas. Sin embargo, **las pruebas se incorporan en los LT basándose en la idea de que estas contribuirán a mejorar el aprendizaje de los estudiantes siempre que las pruebas los alienten a estudiar y prepararse.** Las pruebas de la unidad en la GM tienen espacios para el nombre del estudiante, la sección y la puntuación.

El procedimiento para aplicar la prueba de unidad en la clase es el siguiente.

1. **Copiar de la prueba de unidad en la GM.** Si es difícil copiarla, entregar hojas blancas.
2. **Ordenar los pupitres** y distribuir las hojas de la prueba a cada estudiante.
3. **Observar a los estudiantes durante la prueba.**
4. **La prueba dura 25 minutos.** Recoger la prueba al finalizar el tiempo.
5. **Explicar la prueba utilizando los 20 minutos restantes del período de clase** sobre todo en las partes donde muchos estudiantes tienen dificultades. (Si las explicaciones se dan cuando se devuelven las pruebas calificadas, es posible que no se cubra el currículo).

b) Importancia de las pruebas escritas

Para explicar este aspecto nos vamos a referir a la **Curva del Olvido** publicado por la Universidad de Waterloo en Canada, **describe cómo retenemos o eliminamos la información que asimilamos. Se basa en una clase de una hora.** El primer día, al principio de la clase, no sabes nada, es decir, el 0%. **Al final de la clase sabe el 100% de lo que sabe** (donde la curva alcanza su punto más alto).

Dedicar 10 minutos en las 24 horas siguientes a aprender por primera vez una hora de información restaura la memoria

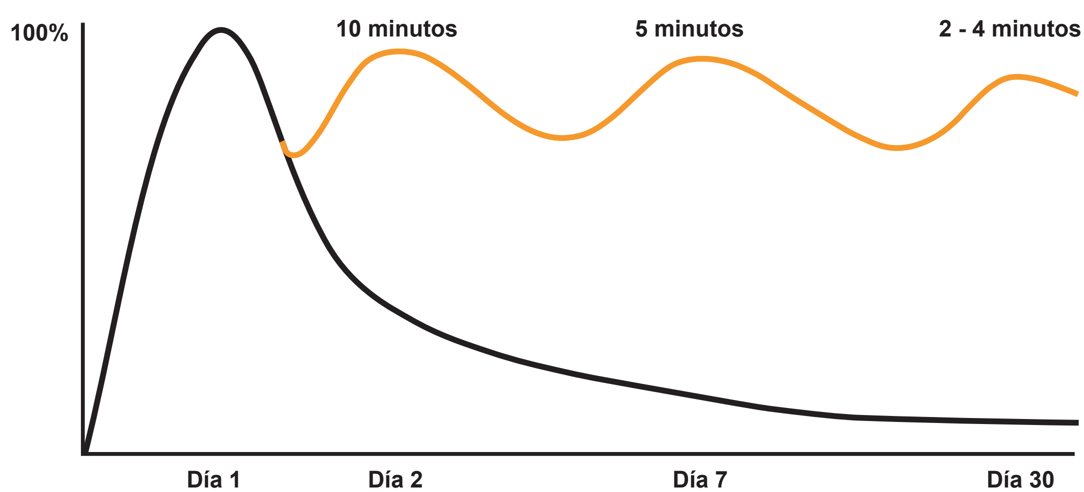


Figura 2: Curva del Olvido
Universidad de Waterloo, Canada.

casi al 100%; 5 minutos siete días después reactiva la misma información; y de 2 a 4 minutos 30 días después es todo lo que tu cerebro necesita para decir "sí, me acuerdo". **Sin repasar el material, sin embargo, necesitarías entre 40 y 50 minutos para leer y volver a aprender todo al cabo de 30 días.**

El estudio recomienda dedicar media hora cada día de la semana, y de 1,5 a 2 horas cada fin de semana a la actividad de repaso. No es fácil repasar todos los días, incluidos los fines de semana. **Esta Guía recomienda dedicar de 20 a 30 minutos cada día de la semana a repasar matemática, y dar a los estudiantes tareas diarias para ello.**

Los resultados de la Curva del Olvido muestran que la evaluación inmediatamente posterior al aprendizaje no mide con precisión el rendimiento de los estudiantes. Una de las razones puede ser que muchas escuelas realizan una prueba de dos o tres ítems inmediatamente después del aprendizaje (que es fácil de resolver porque la memoria está fresca), pero no realizan una prueba escrita que cubra todos los contenidos aprendidos después de un cierto período de tiempo. Es menos probable que los estudiantes sientan la necesidad de estudiar continuamente, ya que pueden obtener buenas notas con facilidad.

El LT fomenta el refuerzo mediante el aprendizaje iterativo a través de "Practiquemos lo aprendido", después de transcurrido cierto tiempo tras el aprendizaje de un contenido. Además, se realiza la **"Prueba de Unidad"** al final de cada unidad para evaluar con mayor precisión los logros de los estudiantes. **Esta prueba refleja el esfuerzo diario de los estudiantes y motivan así el aprendizaje futuro.**

También se recomienda realizar una prueba escrita en cada Corte Evaluativo para evaluar la comprensión de los estudiantes en cada Corte. Una forma general de elaborar las pruebas del Corte Evaluativo es seleccionar, de forma equilibrada, ítems que ya aparecen en los ejercicios y en las pruebas de unidad del LT, correspondientes al contenido evaluado.

c) Forma de evaluación

Las pruebas de unidad contienen 10 puntos. Debe tenerse en cuenta que algunos ítems se puntúan por separado para el PO y las respuestas, y que algunos ítems solo puntúan 1 punto si todas las respuestas son correctas. La escala de evaluación está considerada como puntos completos (1 punto), puntos parciales (0,5 punto) y 0 punto, con los siguientes criterios:

- ✓ **Puntos completos:** realiza todos los procesos de manera correcta y plantea la respuesta correctamente.
- ✓ **Puntos parciales:** realiza algunos de los procesos correctamente, en este caso, la ponderación se considera como la mitad del valor asignado a cada ítem.
- ✓ **0 punto:** no se presenta solución del ítem o los procesos presentados no son correctos.

Después de realizar la prueba de unidad, califique rápidamente las respuestas recogidas, registre los resultados de la calificación y devuélvalos a los estudiantes. Los números escritos de forma incorrecta o los errores en el proceso de cálculo deben señalarse al estudiante y no dejarse sin corregir. Para los estudiantes con bajo rendimiento, considere la posibilidad de tomar medidas individuales.

Los profesores pueden verificar no sólo las puntuaciones absolutas, sino también la evolución de los resultados de cada estudiante y valorar los esfuerzos de los estudiantes cuyas puntuaciones tienden a subir.

Al devolver las pruebas ya calificadas al estudiante, se brinda a las familias la oportunidad de conocer los contenidos trabajados en la escuela y el nivel de comprensión de sus hijas e hijos, lo cual genera confianza, tranquilidad y facilita la colaboración con el hogar.

Es importante conservar los resultados de las pruebas de unidad, ya que servirán como base para el análisis comparativo en las reuniones del EPI, con el fin de mejorar los procesos de aprendizaje.

IX. Educación Inclusiva

Hacia aulas inclusivas

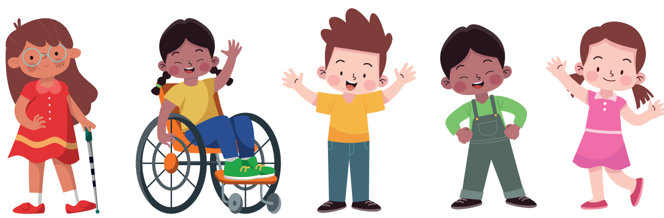
Educación inclusiva basada en la diversidad

Nuestras aulas están llenas de estudiantes diversos, cada uno con necesidades educativas únicas.

- ✓ Estudiantes que enfrentan desafíos significativos en matemáticas y tienen dificultades para resolver problemas por sí mismos.
- ✓ Estudiantes que aprenden rápidamente y se encuentran con tiempo libre durante las clases.
- ✓ Estudiantes que se levantan y caminan o empiezan a jugar durante las clases, etc.

Las características y antecedentes de los estudiantes varían enormemente. Algunos estudiantes tienen discapacidades funcionales (como discapacidades físicas, autismo y trastornos del aprendizaje), y los intereses y entornos familiares de cada estudiante también difieren. Los docentes tienen como objetivo realizar una "educación inclusiva" donde los estudiantes diversos aprendan juntos.

En el desarrollo de una clase, donde muchos estudiantes muestran dificultades, el apoyo individualizado puede ser desafiante. Por lo tanto, los docentes deberían prevenir las posibles dificultades de los estudiantes y asegurarse de que el entorno de aprendizaje sea accesible para todos ellos.



¿Cómo podemos eliminar las barreras comunes para garantizar un entorno de aprendizaje accesible para todos los estudiantes?

(i) Ejemplos de técnicas para eliminar las barreras que causan dificultades de aprendizaje

1. Diseñemos lecciones que todos los estudiantes puedan abordar

En el aula, hay estudiantes con diferentes niveles de logro académico. Sin embargo, asignar tareas diferentes a algunos desde el principio indica que los docentes se están enfocando en los estudiantes promedio, privando a algunos de oportunidades de aprendizaje. Las lecciones inclusivas deben proporcionar un entorno donde todos los estudiantes puedan trabajar hacia objetivos de aprendizaje comunes. Se requiere un diseño de lección que se adapte a diferentes niveles de aprendizaje.

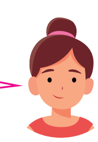
Puntos Clave para el Diseño de Lecciones

Etapa 1: Clarificar los objetivos de aprendizaje que todos los estudiantes deben alcanzar.

El objetivo de la próxima lección es que los estudiantes comprendan: **"Se suman los números en la misma posición de derecha a izquierda".**

Etapa 2: Considerar el contenido de la instrucción clara para que todos los estudiantes alcancen la conclusión.

Escribiré el orden de los cálculos.



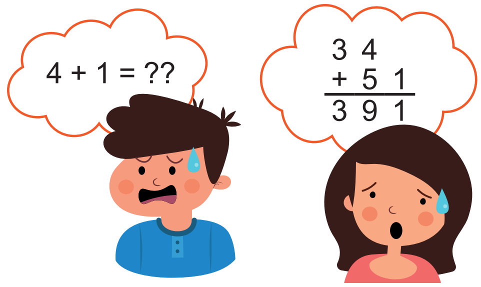
$$\begin{array}{r} 3\ 4 \\ +\ 5\ 1 \\ \hline 8\ 5 \end{array}$$

←

① Suma de unidades
$4 + 1 = 5$

② Suma de decenas
$3 + 5 = 8$

Etapa 3: Prever las dificultades que enfrentarán los estudiantes.

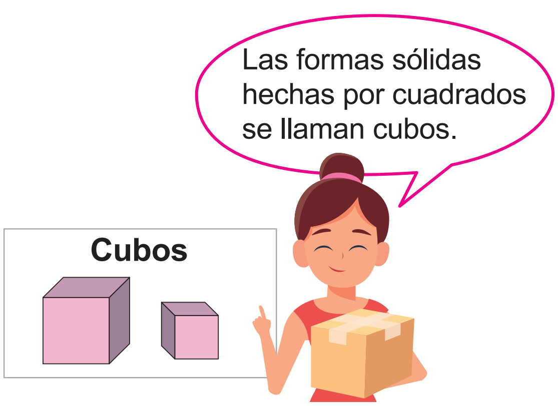


Etapa 4: Proveer un entorno que permita abordar las dificultades previstas en la Etapa 3.

Revisemos al principio de la lección la suma de unidades. 4 + 1 = 5 3 + 5 = 8	Será bueno trazar líneas verticales. $\begin{array}{r\|c\|c\|} & 3 & 4 \\ + & 5 & 1 \\ \hline & 8 & 5 \end{array}$

2. Proporcionemos información visual con la pizarra y objetos concretos

Los estudiantes tienen diferentes estilos de aprendizaje; algunos aprenden mejor a través de información visual (imágenes y textos) que de explicaciones orales del docente (información auditiva). Sin embargo, también hay estudiantes que tienen dificultades para reconocer y recordar información visual. Por lo tanto, los docentes deben organizar el contenido de aprendizaje (métodos, resúmenes, respuestas a ejercicios) en la pizarra de manera concisa y con expresiones claras. Además, utiliza figuras, gráficos, tablas y objetos concretos (como modelos) para proporcionar apoyo visual.



3. Demos a los estudiantes tiempo para pensar

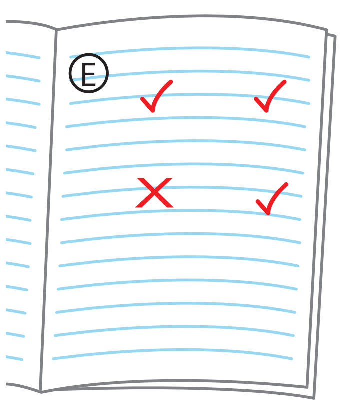
Algunos docentes explican sin dar tiempo a los estudiantes para pensar, o comienzan inmediatamente después de escribir en la pizarra. Sin embargo, los estudiantes de primaria aún no han desarrollado completamente su capacidad para procesar información auditiva o visual, o necesitan tiempo para hacerlo. Asegúrese de proporcionar un poco de tiempo para que comprendan la explicación o el contenido de la pizarra y hagan preguntas. También es importante hacer explicaciones concisas y dar instrucciones paso a paso. La observación atenta de los estudiantes por parte del docente puede ayudar a comprender si ellos siguen lo que dice el docente.

4. Practiquemos leer lo que escribimos

Para desarrollar las habilidades de lectura y escritura, es necesario vincular la audición con la escritura. En cada lección, haga que todos los estudiantes lean en voz alta el contenido importante de la pizarra y lo escriban en su cuaderno. Al combinar la información auditiva y visual, la información se introduce en el cerebro a través de múltiples canales sensoriales, lo que promueve la comprensión y la retención de la memoria.

5. Fomentemos la metacognición mediante la verificación de respuestas

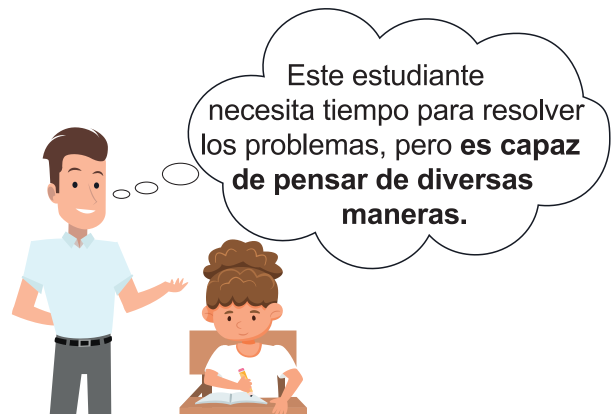
Algunos estudiantes creen que han comprendido cuando escuchan las respuestas y explicaciones del docente o de otros estudiantes. Para desarrollar la metacognición (la capacidad de autoevaluar el propio conocimiento y memoria), es necesario que los estudiantes verifiquen y corrijan sus propias respuestas. Si el docente escribe las respuestas en la pizarra y las deja allí por un tiempo, todos los estudiantes pueden verificar sus respuestas a su propio ritmo.



(ii) Ejemplos de técnicas para eliminar las barreras que causan dificultades de comportamiento

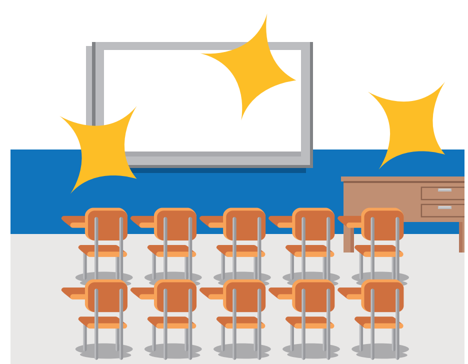
1. Fomentemos relaciones positivas

El ambiente positivo en el aula contribuye a mejorar la motivación de los estudiantes y a reducir la ansiedad. Si el docente tiene prejuicios sobre los antecedentes o capacidades de los estudiantes, esto puede afectar la relación con ellos y, en última instancia, su aprendizaje. Deje de lado los prejuicios y busque las capacidades de todos los estudiantes. Fomentar la cooperación en trabajos en pareja o en grupo es eficaz para crear relaciones positivas entre los estudiantes.



2. Creemos un entorno físico adecuado

Para un entorno físico que facilite la concentración en el aprendizaje, es deseable reducir los estímulos auditivos y visuales como el ruido y la basura. Además, escriba en la pizarra con letras legibles (tamaño, caligrafía y color adecuados) para los estudiantes que están sentados en los extremos o en la parte posterior del aula.



3. Establezcamos reglas en el aula

Establezca con los estudiantes reglas básicas comunes a todas las lecciones, como qué llevar, cómo presentar y escuchar, cómo resolver y corregir problemas, y revíselas repetidamente para fomentar la conciencia de respetar las reglas. Es importante que los docentes también sigan las reglas al igual que los estudiantes.

Reglas de aprendizaje

- ✓ Levanta la mano antes de hablar.
- ✓ Escucha mirando al docente o a los otros compañeros cuando estén hablando.
- ✓ Intenta resolver los problemas por tí mismo, no importa si te equivocas.

4. Demos instrucciones claras sobre plazos y contenidos para las actividades

Al dar instrucciones sobre actividades como resolver problemas, asegúrese de indicar claramente 1) el plazo y 2) el contenido de la tarea. Teniendo en cuenta que los estudiantes tienen diferentes ritmos para resolver problemas, primero asigne una cantidad mínima de problemas. Cuando los estudiantes más rápidos terminen estos, escriba y explique la siguiente tarea en la pizarra. Sin estas instrucciones, es común que los estudiantes que terminan más rápido comiencen a hablar con otros y perturben el ambiente de aprendizaje.

10 minutos

E 1. a) ~ d)

↓

Si terminas antes, resuelve:

1. e) ~ f)
2. a) ~ b)

5. Reforcemos los comportamientos deseables

Cuando observe comportamientos o progresos deseables en los estudiantes, refuércelos con realimentación positiva. Tenga en cuenta la posibilidad de que los estudiantes repitan comportamientos no deseables para atraer la atención de los demás. En estos casos, proponga comportamientos alternativos deseables y, si se realizan, elógielos para reforzar el comportamiento positivo. Es importante también no mostrar interés por los comportamientos no deseables y simplemente ignorarlos.

Ejemplo de refuerzo de comportamientos deseables

La estudiante A siempre camina por el aula durante la clase sin resolver los problemas.

El docente notó que A se distrae con las conversaciones de otros estudiantes y le trasladó a un asiento en la parte delantera del aula, donde hay menos ruido.

Luego, el docente hizo un acuerdo con A: “Si sientes la necesidad de caminar, da un paseo silencioso alrededor del aula y luego trabaja en los problemas.”

El docente elogia a A de inmediato cuando trabaja en los problemas y, si A camina por el aula durante mucho tiempo, le hace una advertencia una vez y luego ignora la conducta.

X. Ejemplo de desarrollo de clase de matemática en Multigrado

En las clases de multigrado, cada etapa del proceso de aprendizaje está escalonada por grado, para que un docente pueda desarrollar clases a varios grados a la vez, y puedan alternarse de un grado a otro para impartir la clase directa. Los siguientes ejemplos muestran cómo podría impartirse una clase de matemática en dos y tres grados utilizando los nuevos LT.

Cuando se trabaja con más de cuatro grados, la idea básica de escalonar los pasos de la clase y hacer que un docente rote entre los grados sigue siendo la misma. También puede organizar un horario flexible en función del contenido, por ejemplo, combinando la clase de matemática de un grado con otras asignaturas de otro grado.

Ejemplo con 2 grados

Paso	Actividades de Aprendizaje en el Grado inferior	Actividades de aprendizaje en el Grado superior	Paso
P	• Recordar lo aprendido en la clase anterior. • Comprender el problema inicial y tener la perspectiva para resolverlo.	• Revisar las respuestas de la tarea entre los estudiantes. (Las respuestas correctas se escriben rápidamente en la pizarra). • Realizar nuevamente los problemas equivocados.	R (Repaso)
S	• Intentar dar solución al problema en su cuaderno individualmente. • Compartir su solución en pareja. (Si hay más de un estudiante en el mismo grado).	• Recordar lo aprendido en la clase anterior. • Comprender el problema inicial y tener la perspectiva para resolverlo.	P
S / C	• Compartir las soluciones en plenaria. • El docente explica las soluciones y conclusiones.	• Intentar dar solución al problema en su cuaderno individualmente. • Compartir su solución en pareja. (Si hay más de un estudiante en el mismo grado).	S
E	• Resolver individualmente los ejercicios.	• Compartir las soluciones en plenaria. • El docente explica las soluciones y conclusiones.	S / C
E	• El docente revisa y explica el procedimiento y respuesta.	• Resolver individualmente los ejercicios.	E
R (Repaso)	• Revisar respuestas de la tarea por estudiantes mismos. • Realizar nuevamente los problemas equivocados.	• El docente revisa y explica el procedimiento y respuesta.	E

Ejemplo con 3 grados

<table>
<tr><th>Tiempo</th><th>4to grado</th><th>5to grado</th><th>6to grado</th></tr>
<tr><td rowspan="3">De 0 a 15 min.</td><td>• El docente da la indicación del problema inicial. Los estudiantes comprenden el problema y tienen la perspectiva para resolverlo.</td><td>• Revisar la tarea entre estudiantes, haciendo de nuevo los ejercicios equivocados.</td><td>• Revisar la tarea entre estudiantes, haciendo de nuevo los ejercicios equivocados.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">• Intentar resolver el problema en su cuaderno individualmente.
• Compartir su solución con otros estudiantes.</td><td>• El docente da la indicación del problema inicial. Los estudiantes comprenden el problema y tienen la perspectiva para resolverlo.</td><td>• Comprender el problema inicial e intentar resolverlo en su cuaderno individualmente.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">• Intentar resolver el problema en su cuaderno individualmente.
• Compartir su solución con otros estudiantes.</td><td>• Aclarar dudas sobre la solución del problema.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">De 15 a 30 min.</td><td>• El docente explica las soluciones y conclusiones.</td><td rowspan="2">• Compartir su solución con otros estudiantes.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">• Resolver individualmente los ejercicios.</td><td>• El docente explica las soluciones y conclusiones.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">• Resolver individualmente los ejercicios.</td><td>• El docente explica las soluciones y conclusiones.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">De 30 a 45 min.</td><td>• El docente revisa y explica el procedimiento y la respuesta.</td><td rowspan="2">• Resolver individualmente los ejercicios.</td></tr>
<tr><td>• Realizar nuevamente los problemas equivocados.</td><td>• El docente revisa y explica el procedimiento y la respuesta.</td></tr>
<tr><td>• Revisar la tarea entre estudiantes, haciendo de nuevo los ejercicios equivocados.</td><td>• Realizar nuevamente los problemas equivocados.</td><td>• El docente revisa y explica el procedimiento y respuesta.</td></tr>
</table>

Unidad 1

Multiplicación de números decimales (10 horas)

1. Competencia

- Aplica el concepto de factorización prima, la multiplicación y división de números decimales y fracciones en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

2. Secuencia de Aprendizaje

Quinto grado

U1: Multiplicación de números decimales

- Multiplicación de números decimales hasta las décimas/centésimas con números naturales
  - Forma horizontal y vertical

U3: División de números decimales

- División de números decimales del tipo décimas entre números naturales de una, dos y tres cifras (con y sin residuo)
- El residuo y la estimación del cociente en una división con números decimales

Sexto grado

U1: Multiplicación de números decimales

- Multiplicaciones de números decimales hasta las décimas/centésimas
  - Forma horizontal y vertical
- Propiedades de la multiplicación de números decimales

U3: División de números decimales

- Divisiones de números decimales en forma horizontal y vertical.
- El residuo en una división con números decimales

Séptimo grado (secundaria)

U1: Operaciones con números naturales, fracciones y decimales

U2: Números positivos y negativos

Octavo grado (secundaria)

U4: Radicales

3. Puntos Esenciales

Introducción

En esta unidad, los estudiantes fortalecerán su comprensión y aplicación del procedimiento para multiplicar números decimales, a partir de los conocimientos adquiridos previamente sobre la multiplicación de números naturales y la multiplicación de un número decimal por un número natural.

Por ejemplo, al resolver la operación $3{,}3 \times 2{,}1$, ambos factores pueden transformarse en números naturales mediante la multiplicación por 10, lo que equivale a expresar cada número como un total de décimas. Así, se obtiene el producto $33 \times 21 = 693$, que representa "693 centésimas", es decir, 6,93.

La habilidad para expresar un número decimal como un total de décimas o centésimas fue desarrollada en quinto grado; en esta etapa, dicho procedimiento se formaliza como una multiplicación por 10 o 100, integrando esta noción en el contexto de la multiplicación de decimales.

A partir de ello, los estudiantes desarrollan la capacidad de efectuar el cálculo como si se tratara de números naturales, para luego reinterpretar el resultado en su forma decimal. Este proceso no solo facilita la operación, sino que también promueve la comprensión del valor posicional y la correcta ubicación de la coma decimal, aspecto fundamental para interpretar con precisión el resultado obtenido.

Conocimientos previos

Para estudiar esta unidad, es importante que los estudiantes hayan adquirido los siguientes conocimientos previos:

- Multiplicación y división de un número decimal por 10 o 100.

  Ejemplos:

  $1{,}42 \xrightarrow[\times 10]{} 14{,}2$ $\qquad$ $1{,}42 \xrightarrow[\times 100]{} 142$

  $14{,}2 \xrightarrow[\div 10]{} 1{,}42$ $\qquad$ $14{,}2 \xrightarrow[\div 100]{} 0{,}142$

  Estos deben ser interpretados así:

  - Multiplicar por 10 implica desplazar la coma decimal una posición hacia la derecha.
  - Multiplicar por 100 implica desplazarla dos posiciones hacia la derecha.
  - Dividir entre 10 implica desplazar la coma decimal una posición hacia la izquierda.
  - Dividir entre 100 implica desplazarla dos posiciones hacia la izquierda.

- Multiplicación de números naturales y de un número natural por un número decimal, en forma vertical.

  Ejemplos:

  a)
  $$\begin{array}{rrrr} & & 2 & 2 \\ & \times & 3 & 1 \\ \hline & & 2 & 2 \\ + & 6 & 6 & \\ \hline & 6 & 8 & 2 \end{array}$$

  b) $3 \times 1{,}9$
  $$\begin{array}{rrr} & 1, & 9 \\ \times & & 3 \\ \hline & 5, & 7 \end{array}$$

- Propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales.

  Ejemplos:

  a) $2 \times 4 + 8 \times 4 = (2 + 8) \times 4 = 10 \times 4 = 40$

  b) $7 \times 3 - 2 \times 3 = (7 - 2) \times 3 = 5 \times 3 = 15$

Por ello, estos contenidos se repasarán en la sección "Recordemos".

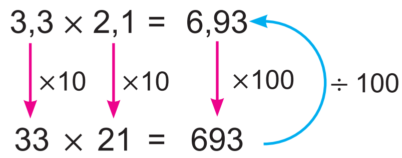
Multiplicación de números decimales

La multiplicación de números decimales es introducida a partir de casos en los que un número decimal se multiplica por decenas. Se parte del caso sencillo: $2{,}5 \times 30$, representado en la recta numérica, retomando el enfoque utilizado en quinto grado.

Para resolver esta operación, los estudiantes deben identificar que al convertir el número decimal en natural —multiplicando 2,5 por 10 para obtener 25— el producto también se multiplica por ese mismo factor. Por lo tanto, para expresar el resultado de forma decimal, es necesario dividirlo posteriormente entre 10. Es decir:

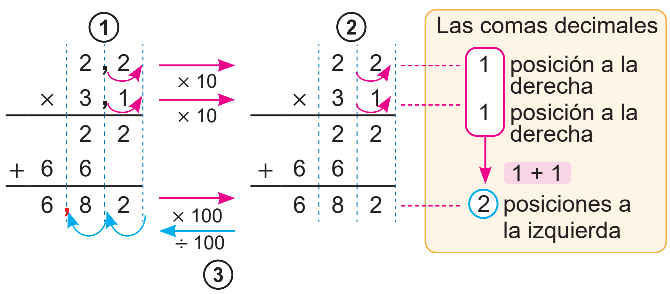
$$\begin{array}{ccccc} 2{,}5 & \times & 30 & = & 75 \\ \downarrow{\times 10} & & & & \downarrow{\times 10} \;\; \uparrow{\div 10} \\ 25 & \times & 30 & = & 750 \end{array}$$

Esta estrategia se retoma al abordar la multiplicación de dos números decimales, con la diferencia de que, al multiplicar ambos factores por 10, el producto queda afectado por un factor de 100. En consecuencia, se debe dividir el resultado entre 100 para obtener el valor decimal correspondiente:



Aunque estos cálculos suelen presentarse en forma horizontal para facilitar la comprensión y visualización del procedimiento, la disposición vertical es utilizada al tratarlos como naturales para brindar mayor claridad operativa, especialmente al aplicar algoritmos convencionales de multiplicación.

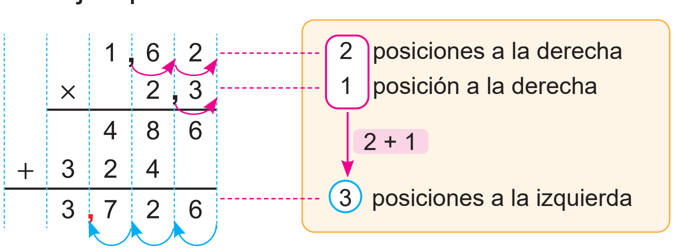
Lo anterior es resumido al realizar tales multiplicaciones en forma vertical, así



Deduciendo los pasos:

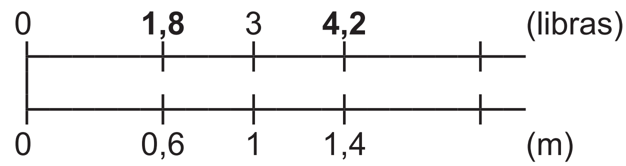
1. Se escribe la multiplicación en forma vertical alineando los números a la derecha.
2. Se multiplica como si fuesen naturales.
3. Se coloca la coma decimal en el producto avanzando 2 posiciones de derecha a izquierda.

Estos son empleados al multiplicar números decimales hasta las centésimas con la salvedad de que en el paso 3, la coma decimal se desplaza 3 posiciones de derecha a izquierda. Por ejemplo:



Generalizando así el hecho de que la coma decimal se coloca en el producto avanzando tantas posiciones de derecha a izquierda como cifras decimales hay en total.

Finalmente, se establece la comparación entre el producto y el factor que se multiplica con un número decimal mayor o menor que 1, a partir de los casos: a) 0,6 × 3 y b) 1,4 × 3, representados en la recta numérica así:



Para establecer que el producto es menor, si se multiplica con un número decimal menor que 1, y es mayor si se multiplica con un número mayor que 1.

Esta forma de abordar la multiplicación de números decimales permite consolidar la noción de proporcionalidad que subyace en este tipo de operaciones, favoreciendo una comprensión más profunda de la relación entre los factores y el producto.

Aplicación sobre el cálculo de área

El cálculo del área de polígonos mediante la multiplicación de números decimales permite a los estudiantes constatar que las fórmulas geométricas estudiadas en grados anteriores son aplicables aun cuando las longitudes se expresan con valores decimales.

Propiedades de la multiplicación de números decimales

Se presentan como una generalización de las propiedades previamente establecidas para la multiplicación de números naturales, así

Distributiva: $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$

$(a - b) \times c = a \times c - b \times c$

Asociativa: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Conmutativa: $a \times b = b \times a$

Además, son utilizadas como estrategias que contribuyen a simplificar y agilizar los cálculos.

Esta generalización busca fortalecer el pensamiento algebraico incipiente y promover el reconocimiento de estructuras matemáticas en distintos sistemas numéricos.

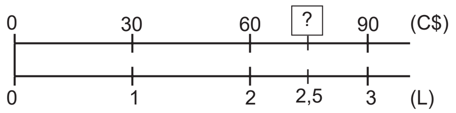
4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

Sección 1, Contenido 1: Multiplicación de un número decimal por decenas

U1: Multiplicación de números decimales __ / __

S1C1: Multiplicación de un número decimal por decenas (p. 3)

P Un litro de jugo cuesta 30 córdobas. Si María compra 2,5 L, ¿cuánto paga en total?



S PO: 2,5 × 30

$$\begin{array}{ccccc} 2{,}5 & \times & 30 & = & \boxed{75} \\ \downarrow{\times 10} & & \downarrow{\times 10} & & \uparrow{\div 10} \\ 25 & \times & 30 & = & 750 \end{array}$$

R: 75 córdobas.

C Se puede calcular convirtiendo el decimal en número natural multiplicando por 10, se realiza la multiplicación y luego, se divide el producto obtenido entre 10.

Ej a) $1{,}2 \times 80 = \boxed{96}$ ($\downarrow \times 10$, $\uparrow \div 10$) $12 \times 80 = 960$

b) $2{,}3 \times 60 = \boxed{138}$ ($\downarrow \times 10$, $\uparrow \div 10$) $23 \times 60 = 1380$

E 1. a) $4{,}3 \times 20 = 86$ ($\downarrow \times 10$, $\uparrow \div 10$) $43 \times 20 = 860$

b) $1{,}2 \times 40 = 48$ ($\downarrow \times 10$, $\uparrow \div 10$) $12 \times 40 = 480$

c) $2{,}4 \times 30 = 72$ ($\downarrow \times 10$, $\uparrow \div 10$) $24 \times 30 = 720$

d) $4{,}6 \times 20 = 92$ ($\downarrow \times 10$, $\uparrow \div 10$) $46 \times 20 = 920$

2. PO: $3{,}5 \times 60$ ($\downarrow \times 10$) $35 \times 60 = 2100$

R: 210 córdobas.

Tarea: 1. e) y f)

__ / __

U1: Multiplicación de números decimales
S1C1: Multiplicación de un número decimal por decenas (p. 3)

(P) *Un litro de jugo cuesta 30 córdobas. Si María compra 2,5 L, ¿cuánto paga en total?*

(S) *PO:* 2,5 × 30

2,5 × 30 = 75 (↓× 10, ↑÷ 10) 25 × 30 = 750 *R: 75 córdobas.*

(C) *Se puede calcular convirtiendo el decimal en número natural multiplicando por 10, se realiza multiplicación y luego, se divide el producto obtenido entre 10.*

(Ej) a) 1,2 × 80 = 96 (↓× 10, ↑÷ 10) 12 × 80 = 960

b) 2,3 × 60 = 138 (↓× 10, ↑÷ 10) 23 × 60 = 1380

(E) 1. a) 4,3 × 20 = ~~860~~ 86 (↓× 10, ↑÷ 10) 43 × 20 = 860

b) 1,2 × 40 = 48 (↓× 10, ↑÷ 10) 12 × 40 = 480 ✓

c) 2,4 × 30 = 72 (↓× 10, ↑÷ 10) 24 × 30 = 720 ✓

d) 4,6 × 20 = ~~9,2~~ 92 (↓× 10, ↑÷ 10) 46 × 20 = 920

2. 3,5 × 60 ✓
35 × 60 = 2100 *R: 210 córdobas.*

Tarea: 1. e) y f)

R Recordemos

Aprendizaje esperado:
Recuerda el procedimiento para realizar cálculos de multiplicaciones que involucren números naturales y números decimales.

Ej1: Multipliquemos y dividamos por 10 o 100.

- Explique detalladamente cada cálculo, indicando cómo se desplaza la coma decimal 1 o 2 posiciones a la derecha al multiplicar por 10 o 100, y hacia la izquierda al dividir entre estos mismos valores.

E: Multiplica.

- Solicíteles que completen cada inciso, únicamente ajustando la coma decimal según corresponda.

Ej2: Multipliquemos de forma vertical.

- Recuerde los pasos que se seguían al multiplicar en forma vertical. En b), haga énfasis en la correcta colocación de la coma decimal en el producto.

E: Multiplicación vertical.

- Asegúrese de que en los incisos d) a f), realicen los cálculos en forma vertical y posicionen correctamente la coma decimal en el producto.

Ej3: Calculemos aplicando la propiedad distributiva.

- Recuerde la propiedad distributiva y aplíquela mientras explica cada cálculo.

E: Calcula de forma sencilla.

- Constate que realizan cada cálculo aplicando la propiedad distributiva.

Unidad 1 **Multiplicación de números decimales**

Recordemos

Ejemplo 1

Calcula:

a) 1,42 × 10 = 14,2 b) 1,42 × 100 = 142

c) 14,2 ÷ 10 = 1,42 d) 14,2 ÷ 100 = 0,142

$1{,}42 \xrightarrow[\times 10]{} 14{,}2$ $1{,}42 \xrightarrow[\times 100]{} 142$

$14{,}2 \xrightarrow[\div 10]{} 1{,}42$ $14{,}2 \xrightarrow[\div 100]{} 0{,}142$

Ejercicios

Calcula:

a) 1,23 × 10 **12,3** b) 26,5 × 10 **265** c) 1,23 × 100 **123** d) 0,265 × 100 **26,5**

e) 1,23 ÷ 10 **0,123** f) 26,5 ÷ 10 **2,65** g) 12,3 ÷ 100 **0,123** h) 265 ÷ 100 **2,65**

Ejemplo 2

Multiplica:

a)
$$\begin{array}{rrr} & 2 & 2 \\ \times & 3 & 1 \\ \hline & 2 & 2 \\ +\ 6 & 6 & \\ \hline 6 & 8 & 2 \end{array}$$

b) 3 × 1,9
$$\begin{array}{rr} & 1{,}9 \\ \times & 3 \\ \hline & 5{,}7 \end{array}$$

Ejercicios

Multiplica: ***Ver el proceso del cálculo en Anexos, página 227.***

a)
$$\begin{array}{rr} & 23 \\ \times & 21 \\ \hline & \mathbf{483} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rr} & 12 \\ \times & 34 \\ \hline & \mathbf{408} \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rr} & 15 \\ \times & 32 \\ \hline & \mathbf{480} \end{array}$$

d) 5 × 1,7 **8,5** e) 12 × 2,44 **29,28** f) 4 × 0,23 **0,92**

Ejemplo 3

Calcula cada multiplicación de forma sencilla:

a) 2 × 4 + 8 × 4 = (2 + 8) × 4 = 10 × 4 = 40

b) 7 × 3 – 2 × 3 = (7 – 2) × 3 = 5 × 3 = 15

Propiedad distributiva:
(□ + △) × ○ = □ × ○ + △ × ○
(□ – △) × ○ = □ × ○ – △ × ○

Ejercicios ***Ver el proceso del cálculo en Anexos, página 227.***

Calcula cada multiplicación de forma sencilla:

a) 4 × 12 + 6 × 12 **120** b) 14 × 6 – 9 × 6 **30** c) 12 × 25 + 18 × 25 **750**

página 2

Secuencia didáctica:

En quinto grado, los estudiantes aprendieron a multiplicar números decimales por números naturales. En esta unidad, avanzarán hacia la multiplicación de números decimales entre sí, usando el mismo método que con números naturales y cuidando la posición de la coma decimal en el resultado.

Para lograrlo, deben repasar cómo se desplaza la coma al multiplicar o dividir por 10 o 100, cómo se realiza la multiplicación en forma vertical y cómo la propiedad distributiva facilita los cálculos.

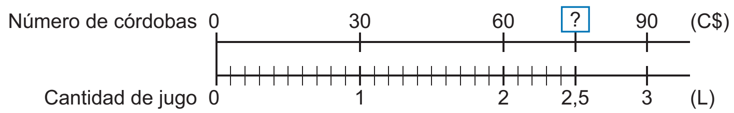
Este aprendizaje preparará a los estudiantes para la unidad 3, donde trabajarán con la división de decimales.

Sección 1: Multiplicación de números decimales

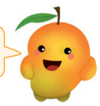
Contenido 1: Multiplicación de un número decimal por decenas

Problema

1 L de jugo cuesta 30 córdobas. Si María compra 2,5 L, ¿cuánto paga en total?



2 × 30 = 60 y 3 × 30 = 90, entonces la respuesta debe ser un número entre 60 y 90.



Solución

PO: 2,5 × 30

$2{,}5 \times 30 = 75$

$\downarrow \times 10 \quad \downarrow \times 10 \quad \uparrow \div 10$

$25 \times 30 = 750$

Si la cantidad de jugo aumenta 10 veces, el precio también aumentará 10 veces, así que divide esa cantidad por 10 para obtener la respuesta.

R: 75 córdobas.

Conclusión

Para multiplicar un número decimal hasta las décimas por un número natural se convierte el decimal en natural multiplicando por 10, se calcula la multiplicación y luego, se divide entre 10.

Ejemplo

a) $1{,}2 \times 80 = 96$

$\downarrow \times 10 \qquad \uparrow \div 10$

$12 \times 80 = 960$

b) $2{,}3 \times 60 = 138$

$\downarrow \times 10 \qquad \uparrow \div 10$

$23 \times 60 = 1380$

Ejercicios

1. Multiplica:

a) 4,3 × 20 **86** b) 1,2 × 40 **48** c) 2,4 × 30 **72**

d) 4,6 × 20 **92** e) 3,1 × 90 **279** f) 2,7 × 50 **135**

2. Escribe el PO y responde.

1 L de aceite cuesta 60 córdobas. Si Carlos compra 3,5 L, ¿cuánto paga en total?

PO: 3,5 × 60 **R: 210 córdobas.**

página 3

Aprendizaje esperado:
Realiza multiplicaciones de decenas por un número decimal manipulando la multiplicación y división entre 10.

Secuencia didáctica:

En el contenido anterior, los estudiantes repasaron cómo cambia la posición de la coma decimal al multiplicar o dividir por 10 o 100. Este conocimiento sirve como punto de partida para introducir la multiplicación de números decimales por decenas.

Aproveche esta conexión para que los estudiantes comprendan que, al multiplicar un número decimal por 10 para facilitar el cálculo como si fuera un número natural, es necesario dividir el resultado entre 10 para obtener la respuesta correcta. Tenga en cuenta que, en este contenido, se utilizan flechas como apoyo visual para representar esta relación de forma clara y comprensible.

P: Plantea un PO.

- Represente la situación utilizando la recta numérica.
- Indique que escriban el PO para saber el total que se paga.

¿Cómo podemos multiplicar un número decimal por decenas?

S: Calcula.

¿Cuántas décimas es 2,5?

R: 25.

- Explique que este se obtiene al multiplicar 2,5 × 10. Así que, si la cantidad de jugo se multiplica por 10, el precio también se multiplica por 10.

¿Cuánto es 25 × 30?

R: 750.

¿750 décimas son?

R: 75.

- Explique que este resultado equivale a dividir 750 ÷ 10.

C: Concluye.

- Exprese que, para multiplicar un número decimal por decenas, se multiplica el decimal por 10 (para realizar el producto como naturales), lo que implica que el resultado debe dividirse entre 10.

Ej: Analiza.

- Explique los cálculos aplicando la conclusión.

E: Ejercita.

- Monitoree que logren calcular aplicando la conclusión.

S1C2 Multiplicación de números decimales hasta las décimas (1)

Aprendizaje esperado:
Realiza multiplicaciones de números decimales hasta las décimas manipulando la multiplicación por 10 y la división entre 100.

P: Plantea un PO.

- Represente la situación utilizando la recta numérica.
- Indique que escriban el PO para saber el peso de 3,3 m del tubo.

¿Cómo podemos multiplicar dos números decimales?

S: Calcula.

¿Cuántas décimas es 3,3?

R: 33.

¿Cuántas décimas es 2,1?

R: 21.

- Explique que estos se obtienen al multiplicar cada número decimal por 10. Así que, si la cantidad de metros y la cantidad de libras se multiplican por 10, el peso total se multiplica por 100.

¿Cuánto es 33 × 21?

R: 693.

¿693 centésimas son?

R: 6,93.

- Explique que este resultado equivale a dividir 693 ÷ 100.

C: Concluye.

- Exprese que, al multiplicar cada decimal por 10 (para realizar el producto como números naturales), el resultado debe dividirse entre 100.

Ej: Analiza.

- Explique el cálculo aplicando la conclusión.

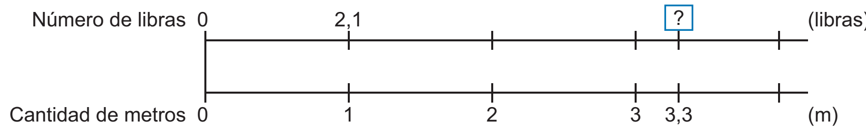
E: Ejercita.

- Monitoree que logren calcular aplicando la conclusión.

Contenido 2: Multiplicación de números decimales hasta las décimas (1)

Problema

1 m de un tubo pesa 2,1 libras. ¿Cuántas libras pesan 3,3 metros?



Solución

PO: 3,3 × 2,1

$$\begin{array}{ccccc} 3{,}3 & \times & 2{,}1 & = & 6{,}93 \\ \downarrow{\times 10} & & \downarrow{\times 10} & & \downarrow{\times 100} \uparrow{\div 100} \\ 33 & \times & 21 & = & 693 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3\,3 \\ \times\ 2\,1 \\ \hline 3\,3 \\ +\ 6\,6 \\ \hline 6\,9\,3 \end{array}$$

R: 6,93 libras.

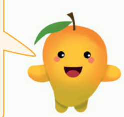
Conclusión

Al multiplicar decimales hasta las décimas, se convierten en naturales multiplicando por 10, se calcula la multiplicación y luego, se divide el resultado entre 100.

Ejemplo

$$\begin{array}{ccccc} 1{,}7 & \times & 4{,}2 & = & 7{,}14 \\ \downarrow{\times 10} & & \downarrow{\times 10} & & \uparrow{\div 100} \\ 17 & \times & 42 & = & 714 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\,7 \\ \times\ 4\,2 \\ \hline 3^{1}\,4 \\ +\ 6^{2}\,8 \\ \hline 7\,1\,4 \end{array}$$



Ejercicios

1. Multiplica:

a) 2,3 × 1,2	b) 3,1 × 2,1	c) 4,2 × 3,4
2,76	**6,51**	**14,28**
d) 3,6 × 2,1	e) 2,8 × 2,3	f) 3,5 × 7,4
7,56	**6,44**	**25,9**

2. Escribe el PO y responde:
   1 m tiene 3,2 pies, ¿cuántos pies son 2,8 m?
   PO: 2,8 × 3,2 R: 8,96 pies.

página 4

Secuencia didáctica:

En el contenido anterior, los estudiantes aprendieron a multiplicar números decimales por decenas. Comprendieron que, al multiplicar un decimal por 10 para facilitar el cálculo como si fuesen naturales, el resultado se divide por 10 para obtener la respuesta correcta. Ahora aplicarán esta estrategia para multiplicar dos números decimales. Para hacerlo de manera sencilla, primero se multiplica cada número decimal por 10 y realizan el cálculo como si fueran naturales. Sin embargo, como ambos decimales fueron modificados, el resultado final es presentado como un total de centésimas, así que debe dividirse entre 100.

Aprendizaje esperado:
Realiza multiplicaciones de números decimales hasta las décimas en forma vertical.

Contenido 3: **Multiplicación de números decimales hasta las décimas (2)**

Problema

Multiplica 2,2 × 3,1 en forma vertical.

Solución

①
$$\begin{array}{r} 2,2 \\ \times\ 3,1 \\ \hline 2\ 2 \\ +\ 6\ 6\ \ \\ \hline 6,8\ 2 \end{array}$$

× 10, × 10 → ②
$$\begin{array}{r} 2\ 2 \\ \times\ 3\ 1 \\ \hline 2\ 2 \\ +\ 6\ 6\ \ \\ \hline 6\ 8\ 2 \end{array}$$

× 100, ÷ 100 ③

Las comas decimales
1 posición a la derecha
1 posición a la derecha
1 + 1
2 posiciones a la izquierda

R: 6,82

Conclusión

Para multiplicar dos números decimales se siguen los siguientes pasos:

1. Se escribe la multiplicación en forma vertical alineando los números a la derecha.
2. Se multiplica como si fuesen naturales.
3. Se coloca la coma decimal en el producto avanzando 2 posiciones de derecha a izquierda.

Ejemplo

a)
$$\begin{array}{r} 1,7 \\ \times\ 2,3 \\ \hline 5\ 1 \\ +\ 3\ 4\ \ \\ \hline 3,9\ 1 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 1,5 \\ \times\ 3,2 \\ \hline 3\ 0 \\ +\ 4\ 5\ \ \\ \hline 4,8\ \cancel{0} \end{array}$$

Ejercicios

1. Multiplica: *Ver el proceso del cálculo en Anexos, página 227.*

a) 2,4 × 1,2 = **2,88** b) 1,3 × 3,2 = **4,16** c) 1,6 × 4,5 = **7,2**

d) 4,2 × 1,3 **5,46** e) 2,6 × 2,4 **6,24** f) 3,5 × 1,8 **6,3**

2. Escribe el PO y responde: Si 1 galón tiene 3,8 L, ¿cuántos litros son 2,5 galones?
PO: 2,5 × 3,8 **R: 9,5 L.**

página 5

P: ¿Cómo calcular en forma vertical?
- Plantee el PO: 2,2 × 3,1.
- Indique que hagan el cálculo en forma vertical.

S: Calcula.
- Guíe los pasos de esta manera:

1. Escribe los números de forma vertical, asegurándose de alinearlos a la derecha, sin considerar la posición de la coma decimal.
2. Multiplique 22 × 31 como números naturales.
3. Resalte que el producto indica 682 centésimas que son 6,82. Asegúrese de colocar la coma decimal correctamente, justificando este hecho apoyado del comentario del manguito.

C: Concluye.
- Exprese que, al multiplicar cada decimal por 10 (para realizar el producto como naturales), el resultado debe dividirse entre 100.

Ej: Analiza.
- Explique los cálculos como si fuesen naturales y después, ubique correctamente la coma decimal, aplicando la conclusión.

E: Ejercita.
- Monitoree que realicen los cálculos como si fuesen naturales y que, además, ubican correctamente la coma decimal en el producto obtenido.

Secuencia didáctica:

En el contenido anterior, los estudiantes aprendieron a multiplicar números decimales, multiplicando cada número decimal por 10, para realizar el cálculo como si fuesen naturales, y dividiendo el resultado por 100. Este procedimiento se muestra ahora de manera ordenada y vertical, lo que permite visualizar claramente cada paso del cálculo. Además, es importante señalar que la posición de la coma decimal en el resultado se determina avanzando tantas posiciones como indique la suma de las cifras decimales de los factores involucrados. Esta regla ayuda a asegurar la precisión de los resultados.

S1C4 Multiplicación de números decimales hasta las centésimas

No. 5/10

Aprendizaje esperado:
Realiza multiplicaciones de números decimales hasta las centésimas en forma vertical.

P: Calcula la multiplicación.

- Recuerde el procedimiento de la multiplicación de números decimales en forma vertical.
- Indique que hagan el cálculo en forma vertical.

S: Calcula.

- Guíe los pasos de esta manera:

1. Escribe los números de forma vertical, asegurándose de alinearlos a la derecha, sin considerar la posición de la coma decimal.
2. Multiplique 162 × 23 como números naturales.
3. Resalte que el producto indica 3726 milésimas que son 3,726. Asegúrese de colocar la coma decimal correctamente, justificando este hecho apoyado del comentario del manguito.

C: Concluye.

- Exprese que, al multiplicar décimas por centésimas, la coma decimal en el producto debe colocarse avanzando 3 posiciones de derecha a izquierda.

Ej: Analiza.

- Enfatice que el procedimiento no cambia, incluso si el producto contiene 0.

E: Ejercita.

- Monitoree que realicen los cálculos colocando correctamente la coma decimal y omitiendo los ceros innecesarios.

Contenido 4: Multiplicación de números decimales hasta las centésimas

Problema

Multiplica 1,62 × 2,3 en forma vertical.

Solución

① Se escribe la multiplicación en forma vertical alineando los números a la derecha:

$$\begin{array}{r} 1,62 \\ \times\ \ 2,3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 100} \\ \xrightarrow{\times 10} \end{array} \quad \begin{array}{r} 162 \\ \times\ \ 23 \\ \hline \end{array}$$

② Se multiplican como si fuesen naturales:

$$\begin{array}{r} 1,62 \\ \times\ \ 2,3 \\ \hline 486 \\ +\ 324\ \ \\ \hline 3726 \end{array}$$

③ Se coloca la coma decimal en el producto avanzando 3 posiciones de derecha a izquierda:

$$\begin{array}{r} 1,62 \\ \times\ \ 2,3 \\ \hline 486 \\ +\ 324\ \ \\ \hline 3,726 \end{array}$$

2 posiciones a la derecha
1 posición a la derecha
2 + 1
3 posiciones a la izquierda

R: 3,726

Conclusión

Al multiplicar dos números decimales, la coma decimal se coloca en el producto avanzando tantas posiciones de derecha a izquierda como cifras decimales hay en total.

Ejemplo

a)
$$\begin{array}{r} 3,12 \\ \times\ \ 2,5 \\ \hline 1560 \\ +\ 624\ \ \\ \hline 7,8\cancel{0}\cancel{0} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 0,03 \\ \times\ \ 4,3 \\ \hline 009 \\ +\ 012\ \ \\ \hline 0,129 \end{array}$$

Ejercicios

1. Multiplica: *Ver el proceso del cálculo en Anexos, página 227.*

a)
$$\begin{array}{r} 1,23 \\ \times\ \ 1,2 \\ \hline \mathbf{1,476} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 3,14 \\ \times\ \ 2,6 \\ \hline \mathbf{8,164} \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 0,08 \\ \times\ \ 4,1 \\ \hline \mathbf{0,328} \end{array}$$

d) 2,56 × 2,5 **6,4** e) 0,21 × 2,3 **0,483** f) 0,14 × 3,5 **0,49**

2. Escribe el PO y responde:
Si 1 cajilla de huevos pesa 3,6 kg, ¿cuántos kilogramos pesan 6,5 cajillas de huevos?

página 6

PO: 6,5 × 3,6 **R: 23,4 kg.**

Secuencia didáctica:

En el contenido anterior, los estudiantes aprendieron a multiplicar números decimales hasta las décimas en forma vertical. Ahora, trabajan con multiplicaciones con uno de los factores hasta las centésimas. Para facilitar el cálculo, convierten los decimales en naturales: uno se multiplica por 100 y el otro por 10. Esto permite operar como si fueran números naturales, pero el producto obtenido debe dividirse entre 1000 (100 × 10), lo que implica desplazar la coma decimal tres posiciones hacia la izquierda. Este procedimiento asegura que la colocación de la coma sea precisa y refuerza el razonamiento de ajustar el resultado en función de la cantidad de cifras decimales de los factores multiplicados.

S1C5 Multiplicación por un número decimal menor o mayor que 1

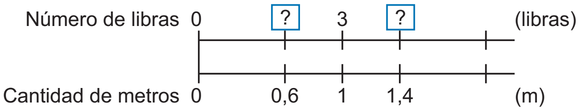
Contenido 5: Multiplicación por un número decimal menor o mayor que 1

Problema

1 m de un tubo pesa 3 libras:

a) ¿Cuántas libras pesan 0,6 m? ¿Es mayor o menor que 3 libras?

b) ¿Cuántas libras pesan 1,4 m? ¿Es mayor o menor que 3 libras?



Solución

a) PO: 0,6 × 3

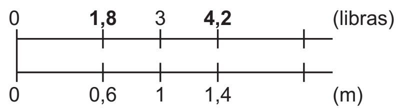
$$\begin{array}{r} 0{,}6 \\ \times\quad 3 \\ \hline 1{,}8 \end{array}$$

R: 1,8 libras, es **menor** que 3 libras.

b) PO: 1,4 × 3

$$\begin{array}{r} 1{,}4 \\ \times\quad 3 \\ \hline 4^{1}{,}2 \end{array}$$

R: 4,2 libras, es **mayor** que 3 libras.



Conclusión

El producto es menor, si se multiplica con un número decimal menor que 1 y es mayor, si se multiplica con un número mayor que 1.

Ejemplo

Escribe cuál de las siguientes incisos tiene un producto menor que 1,8:

a) 2,3 × 1,8 b) 1,8 × 0,5 c) 1,02 × 1,8 d) 1,8 × 0,02 e) 1,8 × 1

R: b) y d), porque se multiplica por números decimales menores que 1.

Ejercicios

1. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un producto menor que 6:

a) 0,7 × 6 b) 1,5 × 6 c) 2,09 × 6 d) 0,03 × 6

a) y d)

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un producto mayor que 2,4:

a) 2,4 × 0,5 b) 0,1 × 2,4 c) 2,4 × 1,6 d) 2,38 × 2,4

c) y d)

página 7

Aprendizaje esperado:

Compara el producto con el multiplicando en multiplicaciones de números por un número decimal menor, mayor o igual a 1.

P: Plantea un PO para cada situación.

- Represente la situación utilizando la recta numérica.
- Indique que escriban el PO para cada inciso.

¿En qué caso el producto es mayor o menor que 3?

S: Calcula.

- Solicite que realicen los cálculos y haga ver que en:
  a) 0,6 es menor que 1.
  b) 1,4 es mayor que 1.
- Discuta las respuestas obtenidas y enfatice que el producto en:
  a) 1,8 es menor que 3.
  b) 4,2 es mayor que 3.

C: Concluye.

- Exprese que, al multiplicar una cantidad por un número decimal menor que 1, el producto será menor que la cantidad inicial. En cambio, si se multiplica por un número decimal mayor que 1, el producto será mayor.

Ej: Analiza.

- Resalte el número decimal por el que se multiplica 1,8 y compárelo con 1, luego aplique la conclusión.

E. Ejercita.

- Monitoree que respondan acertadamente aplicando la conclusión (sin necesidad de efectuar los cálculos).

Secuencia didáctica:

En contenidos anteriores, los estudiantes aprendieron a multiplicar números decimales. En esta etapa, comparan el producto de una multiplicación con la cantidad inicial, comprendiendo que, al multiplicar por un número decimal menor que 1, el producto será menor que la cantidad multiplicada. Por el contrario, si se multiplica por un número decimal mayor que 1, el producto será mayor. Lo esencial es que los estudiantes apliquen esta propiedad de forma directa, sin necesidad de realizar los cálculos, demostrando así su comprensión del comportamiento de los factores decimales.

S2C1 Cálculo de área con números decimales

Aprendizaje esperado:
Resuelve problemas relacionados con el cálculo de área para polígonos cuyos lados tienen como longitudes un número decimal.

P: Plantea un PO.
- Dibuje el rectángulo del problema con sus medidas.
- Indique que escriban el PO para calcular el área del huerto.

¿Cuál es la fórmula del área del rectángulo? ¿Se puede utilizar con longitudes decimales?

S: Calcula.
- Recuerde la fórmula para el área del rectángulo y solicíteles que la utilicen para responder el problema.
- Constate conjuntamente el cálculo de la multiplicación 2,6 × 1,2.

C: Concluye.
- Exprese que, las fórmulas para el cálculo del área de polígonos pueden ser utilizadas, aunque las medidas de sus lados sean números decimales.

Ej: Analiza.
- Recuerde la fórmula para el cálculo del área de un paralelogramo y aplíquela en la explicación del ejemplo.

E: Ejercita.
- Oriente que calculen el área de cada figura utilizando, para a) y b) Área = base × altura c) Área = lado × lado

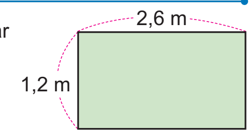
Preste atención en b), dado que el producto debe escribirse como natural.

Sección 2: Aplicación de la multiplicación de decimales

Contenido 1: **Cálculo de área con números decimales**

Problema

La escuela Rubén Darío tiene un huerto escolar de forma rectangular a como se muestra en la figura:



¿Cuál es el área de dicho huerto?

Solución

PO: 2,6 × 1,2

Utilizando la fórmula: Área del rectángulo = base × altura se tiene, que el área es 2,6 × 1,2, es decir:

$$\begin{array}{rrr} & 2, & 6 \\ \times & 1, & 2 \\ \hline & 5 & 2 \\ + \; 2 & 6 & \\ \hline 3, & 1 & 2 \end{array}$$

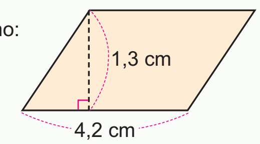
Por tanto, su área es 3,12 m^2.

Conclusión

Las fórmulas para el cálculo de área pueden ser utilizadas, aún cuando los lados de las figuras se expresen con números decimales.

Ejemplo

Calcula el área del siguiente paralelogramo:



Utilizando la fórmula:
Área del paralelogramo = base × altura
se tiene que el área es 4,2 × 1,3

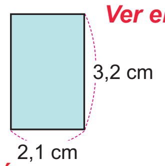
$$\begin{array}{rrr} & 4, & 2 \\ \times & 1, & 3 \\ \hline 1 & 2 & 6 \\ + \; 4 & 2 & \\ \hline 5, & 4 & 6 \end{array}$$

Por tanto, su área es 5,46 cm^2.

Ejercicios

Calcula el área de las siguientes figuras:

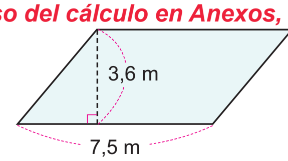
a) Rectángulo



Área = 2,1 × 3,2 = 6,72
R: 6,72 cm^2

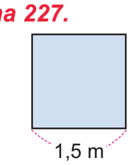
b) Paralelogramo

Ver el proceso del cálculo en Anexos, página 227.



Área = 7,5 × 3,6 = 27
R: 27 m^2

c) Cuadrado



Área = 1,5 × 1,5 = 2,25
R: 2,25 m^2

página 8

Secuencia didáctica:

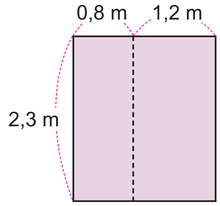
En la sección anterior, los estudiantes aprendieron a multiplicar números decimales. En esta etapa, aplicarán tal operación en el cálculo del área de polígonos con longitudes expresadas en forma decimal, favoreciendo la integración de contenidos geométricos y numéricos.

Posteriormente, se orientará a los estudiantes hacia la generalización de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva en el contexto de los números decimales, retomando los fundamentos construidos en cuarto grado con los números naturales.

Contenido 2: Propiedades de la multiplicación de números decimales

Problema

Calcula el área del siguiente rectángulo:



Recuerda:
Área del rectángulo = base × altura.

Solución

Considerando un solo rectángulo:
base: 0,8 + 1,2 = 2
altura: 2,3
área: 2 × 2,3 = 4,6

Considerando dos rectángulos:
área 1: 0,8 × 2,3 = 1,84
área 2: 1,2 × 2,3 = 2,76
área total: 1,84 + 2,76 = 4,6

(0,8 + 1,2) × 2,3 = 0,8 × 2,3 + 1,2 × 2,3

R: 4,6 m^2.

Conclusión

Las propiedades para la multiplicación de números naturales también son válidas para números decimales.

Distributiva: $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$
$(a - b) \times c = a \times c - b \times c$

Asociativa: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Conmutativa: $a \times b = b \times a$

Ejemplo

Calcula cada multiplicación de forma sencilla:

a) 1,7 × 4 × 2,5 = 1,7 × (4 × 2,5) = 1,7 × 10 = 17
b) 3,8 × 1,3 − 1,8 × 1,3 = (3,8 − 1,8) × 1,3 = 2 × 1,3 = 2,6
c) 5 × 9,8 = 5 × (10 − 0,2) = 10 × 5 − 0,2 × 5 = 50 − 1 = 49

9,8 = 10 − 0,2

Ejercicios

1. Calcula cada multiplicación de forma sencilla:

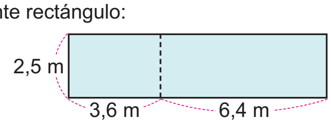
a) 2,7 × 4,6 + 2,3 × 4,6
5 × 4,6 = 23

b) 0,6 × 12,8 − 0,6 × 2,8
0,6 × 10 = 6

c) 1,9 × 0,5 × 2
1,9 × 1 = 1,9

d) 9,6 × 5
10 × 5 − 0,4 × 5
50 − 2 = 48

2. Calcula el área del siguiente rectángulo:



Área = (3,6 + 6,4) × 2,5 = 25 **R: 25 m^2**

página 9

Aprendizaje esperado:
Deduce que las propiedades aprendidas para la multiplicación de números naturales también son válidas para números decimales.

P: Lee el problema.

- Dibuje el rectángulo del problema con sus medidas.

¿Cómo se puede calcular su área?

S: Calcula.

- Monitoree cómo llegan a la respuesta. Seleccione (si se obtienen) las dos formas que corresponden a las mostradas en el libro, para ser explicadas en la pizarra.
- Haga notar que las respuestas son iguales, así que se puede escribir el comentario del manguito.

C: Concluye.

- Establezca la conclusión del LT en la pizarra.

Ej: Aplica las propiedades.

- Explique cómo se aplica la propiedad asociativa para a) y la distributiva para b) y c). Destaque, además, que en el inciso c) debe expresarse primeramente 9,8 como 10 – 0,2.

E: Ejercita.

- Monitoree que logren desarrollar cada cálculo de forma sencilla aplicando las propiedades estudiadas.

Secuencia didáctica:
En el contenido anterior los estudiantes aplicaron las fórmulas para calcular el área de polígonos cuyos lados tienen medidas decimales. Aquí establecen las propiedades distributiva, asociativa y conmutativa para la multiplicación de números decimales como estrategias simples para facilitar los cálculos.

Practiquemos lo aprendido

1. Multiplica:

a)
$$\begin{array}{r} 2{,}1 \\ \times\ 1{,}3 \\ \hline 6\,3 \\ 2\,1 \\ \hline 2{,}7\,3 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 2{,}3 \\ \times\ 3{,}6 \\ \hline 1\,3\,8 \\ 6\,9 \\ \hline 8{,}2\,8 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 4{,}1\,3 \\ \times\ 1{,}2 \\ \hline 8\,2\,6 \\ 4\,1\,3 \\ \hline 4{,}9\,5\,6 \end{array}$$

d) 3,4 × 1,2

$$\begin{array}{r} 3{,}4 \\ \times\ 1{,}2 \\ \hline 6\,8 \\ 3\,4 \\ \hline 4{,}0\,8 \end{array}$$

e) 4,08 × 2,5

$$\begin{array}{r} 4{,}0\,8 \\ \times\ 2{,}5 \\ \hline 2\,0\,4\,0 \\ 8\,1\,6 \\ \hline 1\,0{,}2\,\cancel{0}\,\cancel{0} \end{array}$$

f) 1,25 × 0,6

$$\begin{array}{r} 1{,}2\,5 \\ \times\ 0{,}6 \\ \hline 0{,}7\,5\,\cancel{0} \end{array}$$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un producto menor que 3,6:

a) 3,6 × 1,7 b) 0,5 × 3,6 c) 2,01 × 3,6 d) 3,6 × 0,3

b) y d)

3. Calcula cada multiplicación de forma sencilla:

a) 4 × 3,2 × 0,5

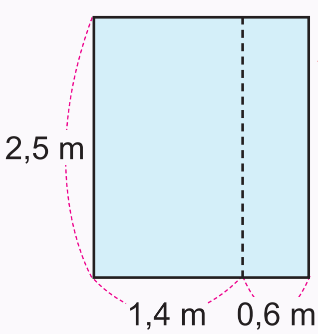
3,2 × 2 = 6,4

b) 2,4 × 3,1 + 2,4 × 6,9

2,4 × 10 = 24

4. Calcula el área de las siguientes figuras:

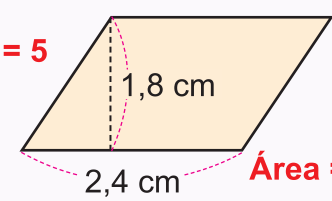
a) Rectángulo



Área = (1,4 + 0,6) × 2,5 = 5

R: 5 m²

b) Paralelogramo



Área = 2,4 × 1,8 = 4,32

R: 4,32 cm²

5. Escribe el PO y responde:

a) 1 kg tiene 2,2 libras, ¿cuántas libras son 4,3 kg?

PO: 4,3 × 2,2 **R: 9,46 libras.**

b) Para pintar 1 m² de una pared se necesitan 1,62 L de pintura. ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar 2,5 m²?

PO: 2,5 × 1,62 **R: 4,05 L.**

Prueba de Unidad 1: Multiplicación de números decimales (25 min)

/10

Fecha:____________

Nombre: ____ **Sección:**__________

1. Multiplica:

a) $\begin{array}{r} 2,1 \\ \times\ 4,1 \\ \hline \end{array}$

b) $4,8 \times 1,5$

c) $\begin{array}{r} 3,14 \\ \times\ \ 3,2 \\ \hline \end{array}$

d) $0,05 \times 9,6$

e) $4 \times 3,7 \times 2,5$

f) $7,6 \times 0,8 + 2,4 \times 0,8$

2. Escribe el PO y responde:

a) 1 kg es 2,2 libras. ¿Cuántas libras son 3,4 kg en total?

b) Para pintar 1 m^2 de una pared se necesitan 1,62 L de pintura. ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar 3,5 m^2?

Unidad 2

Polígonos y simetría lineal (10 horas)

1. Competencia

• Analiza las características de las figuras y cuerpos geométricos, para clasificarlos, dibujarlos y modelarlos empleando instrumentos geométricos, la cuadrícula y desarrollos planos.

2. Secuencia de Aprendizaje

Quinto grado

U2: Polígonos
- Clasificación y elementos de polígonos (polígonos regulares e irregulares)
- Perímetro de polígonos

Sexto grado

U2: Polígonos y simetría lineal
- Construcción de polígonos regulares
- Simetría lineal

U5: Área
- Área del círculo

Séptimo grado (secundaria)

U6: Introducción a la geometría
U7: Medidas de figuras geométricas

Octavo grado (secundaria)

U5: Paralelismo

3. Puntos Esenciales

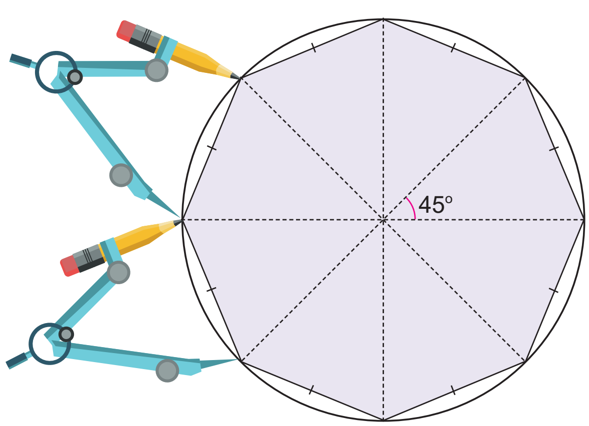
Introducción

En esta unidad, los estudiantes fortalecerán su habilidad para construir polígonos regulares y desarrollarán una mayor comprensión sobre sus características. Además, se abordará de manera formal el concepto de simetría lineal. Si bien este concepto ya ha sido explorado de forma intuitiva al estudiar que los lados opuestos de un rectángulo tienen la misma longitud o que los ángulos basales de un triángulo isósceles tienen la misma medida, esta es la primera vez que se les presentará de forma explícita y se profundizará en el estudio de las características de las figuras simétricas. Los contenidos que se abordarán en esta unidad son los siguientes:

- Características de un octágono regular
- Construcción de hexágonos y pentágonos regulares
- Concepto y características de figuras simétricas
- Construcción de figuras simétricas

Características de un octágono regular

En este contenido, los estudiantes analizarán que en el centro de un octágono regular se forman 8 ángulos centrales de 45°. Además, observarán que los triángulos formados entre el centro de la circunferencia (en el que están sus vértices) y los vértices del octágono, son isósceles.

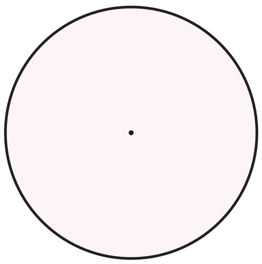


Construcción de octágono regular

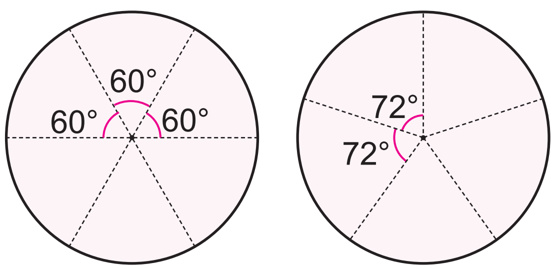
Construcción de hexágonos y pentágonos regulares

Se establece que para construir un hexágono o un pentágono regular, se deben de realizar los siguientes pasos:

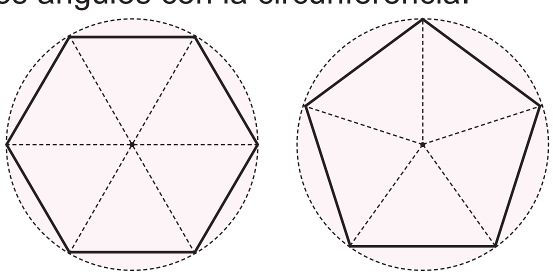
1. Dibuja un círculo.



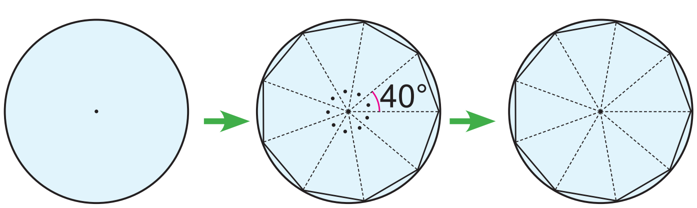
2. Dibuja 6 (resp. 5) ángulos de la misma medida.



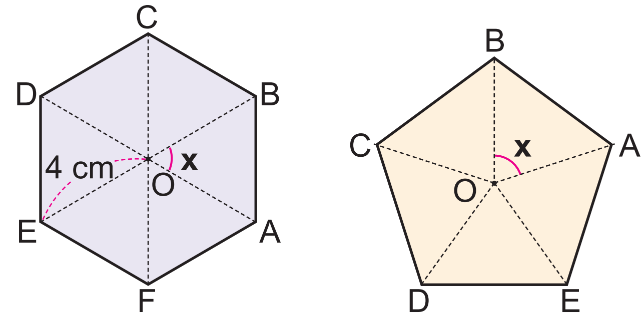
3. Conecta las intersecciones de los lados de los ángulos con la circunferencia.



El proceso anterior describe un método que permite construir algunos polígonos regulares. Por lo que, se propone la construcción de un nonágono regular.



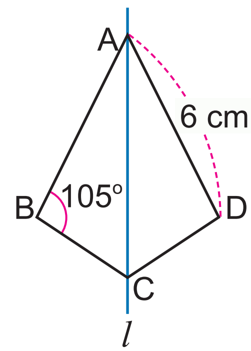
En los ejercicios se abordan, características referidas a los triángulos formados entre el centro de la circunferencia y los vértices de los polígonos.



Polígonos donde se calcula el valor de **x**

En estos ejercicios se debe de hacer notar que los triángulos formados para el caso del hexágono regular son equiláteros, mientras que para el pentágono los triángulos son isósceles.

Concepto y características de figuras simétricas



Este contenido es tratado en 3 sesiones. En la primera, mediante la exploración de figuras planas como los polígonos y la circunferencia, se explora el concepto de figuras simétricas, estableciendo la definición:

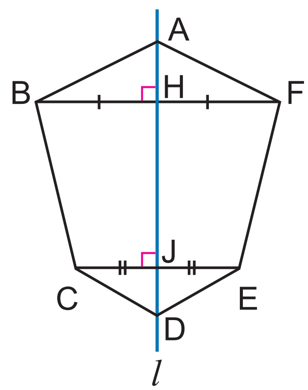
Una figura que, al doblarse por una línea recta, ambos lados se superponen exactamente se dice que tiene **simetría lineal**. La línea de doblado se llama **eje de simetría**.

En la segunda sesión, se definen los lados, ángulos y vértices correspondientes de una figura simétrica como aquellos que se superponen exactamente al doblar la figura sobre su eje de simetría. La exploración del cuadrilátero del problema permite observar las siguientes características:

- Las longitudes de los lados correspondientes son iguales.
- Las medidas de los ángulos correspondientes son iguales.

En la tercera sesión, el estudio se enfoca en las líneas rectas que conectan dos vértices correspondientes. Mediante la manipulación del cartabón o escuadra y el compás o regla, los estudiantes podrán apreciar que en una figura con simetría lineal:

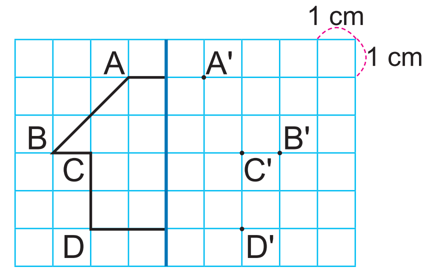
- La línea recta que une dos puntos correspondientes es perpendicular al eje de simetría.
- La distancia de dos puntos correspondientes al eje de simetría es la misma.



Otras propiedades de las figuras simétricas

Construcción de figuras simétricas

En esta sesión, los estudiantes desarrollarán la habilidad de completar figuras simétricas a partir de una mitad previamente dada. Para lograrlo, pondrán en práctica los conocimientos adquiridos en la clase anterior sobre las características de las figuras simétricas.



Construcción de figuras simétricas

Para marcar los puntos A', B', C' y D' y así completar la otra mitad, los estudiantes primero deben de:

- Identificar la distancia del eje de simetría a A, B, C y D.
- Marcar los puntos que están a la distancia correspondiente a la derecha del eje de simetría.
- Por último, se trazan las líneas que conectan los puntos marcados, respetando la forma de la figura.

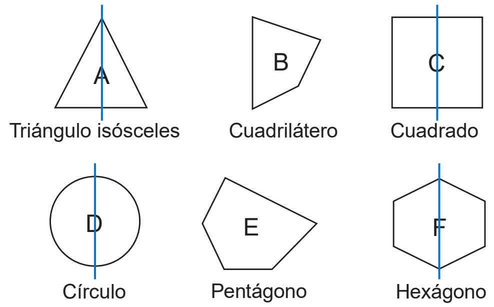
4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

Sección 2, Contenido 1: Concepto de figuras con simetría lineal

U2: Polígonos y simetría lineal
S2C1: Concepto de figuras con simetría lineal (p. 16)

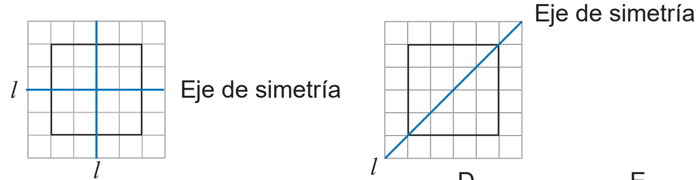
__ / __

P Selecciona las figuras que al doblarlas se superponen exactamente.

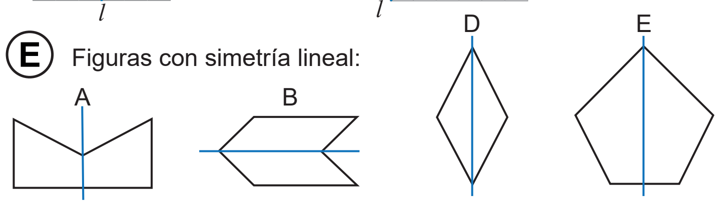


S A, C, D, F.

C Una figura que, al doblarse por una línea recta, ambos lados se superponen exactamente, se dice que tiene simetría lineal.



E Figuras con simetría lineal:



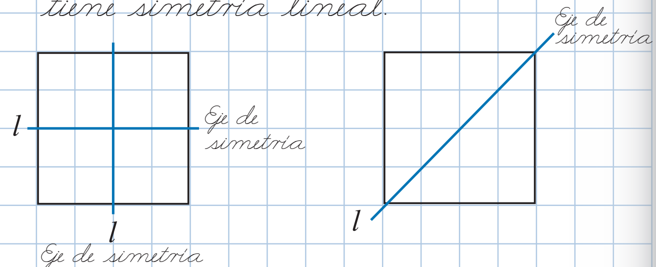
__ / __

U2: Polígonos y simetría lineal
S2C1: Concepto de figuras con simetría lineal (p. 16)

P Selecciona las figuras que al doblarlas se superponen exactamente.

S A, C, D, F

C Una figura que, al doblarse por una línea recta, ambos lados se superponen exactamente, se dice que tiene simetría lineal.



E Figuras con simetría lineal:
A, B, D, E ✓

Aprendizaje esperado:
Recuerda las características de los polígonos.

Materiales: Transportador, regla y compás.

E1: Reconoce el nombre de los polígonos.

- Pida que centren su atención en que cada grupo tiene el mismo número de lados.
- Los estudiantes deben identificar que hay grupos de triángulos, cuadriláteros, pentágonos y hexágonos.

E2: Clasifica polígonos en regulares e irregulares.

- Pida que observen que, en cada polígono del grupo 1, sus lados tienen la misma longitud y los ángulos la misma medida, mientras que en los del grupo 2, sus lados tienen distintas medidas.

E3: Explora las características de un hexágono regular.

- Indique que para esta actividad hagan uso de la figura del anexo P. 161 en el LT (GM P. 232).
- Pida que respondan cada pregunta en su cuaderno. Pregunte:

  ¿Cómo son las longitudes de los lados? R: Iguales porque las marcas lo indican.

  ¿Cómo son las medidas de los ángulos? R: Iguales.

Ej: Construye un hexágono regular.

- Pida que lean el proceso para dibujar el hexágono.
- Explique el proceso de construcción descrito.
- Haga notar que los lados del hexágono miden lo mismo que el radio del círculo.
- Pida que dibujen la figura en su cuaderno.

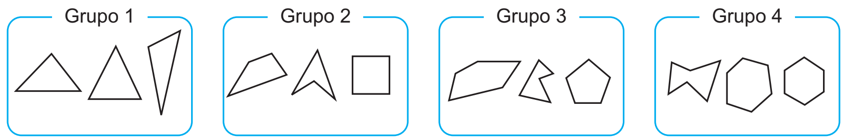
Unidad 2

Polígonos y simetría lineal

Recordemos

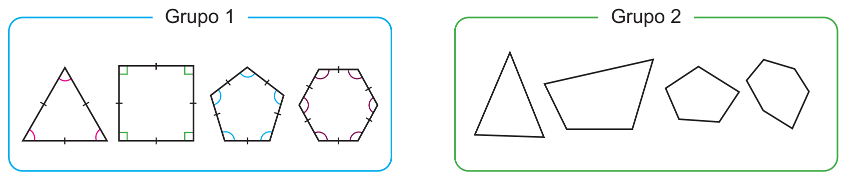
Ejercicios

1. Nombra cada grupo de polígonos de acuerdo con el número de lados:



Triángulos **Cuadriláteros** **Pentágonos** **Hexágonos**

2. Nombra cada grupo de polígonos según si sus lados y ángulos son iguales o no.

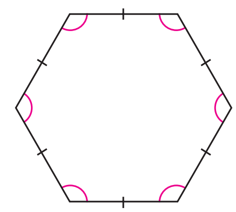


Polígonos regulares **Polígonos irregulares**

3. Dado el polígono de la derecha:

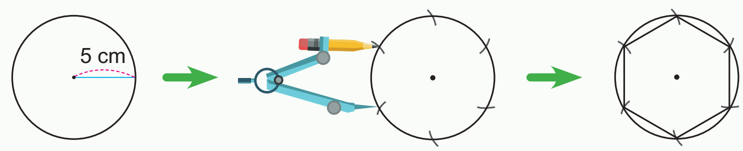
   a) Mide los lados y ángulos. Luego describe sus características.
   Lados de igual longitud
   Ángulos de igual medida

   b) ¿Cuál es el nombre de este polígono?
   Hexágono regular



Ejemplo

Dibuja con un compás un hexágono regular con lados de 5 cm:



(1) Dibuja un círculo de radio 5 cm.

(2) Haz 6 marcas en el borde del círculo con un compás abierto a 5 cm.

(3) Une con una línea cada dos puntos consecutivos.

Secuencia didáctica:

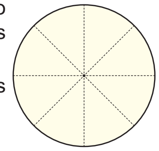
En esta sesión, los estudiantes recordarán las clasificaciones de los polígonos según el número de lados (triángulos, cuadriláteros, pentágonos, etc.) y según la longitud de sus lados y medida de sus ángulos (regulares e irregulares). Estos conocimientos son fundamentales para abordar la sección 1, donde será clave que los estudiantes comprendan qué es un polígono regular, ya que deberán construirlos. Además, estas figuras servirán como base para introducir el concepto de simetría, aprovechando sus propiedades para que, al doblar las formas, los estudiantes puedan visualizar y comprender esta idea de manera concreta. También se construirá un hexágono regular con regla y compás.

Sección 1: Polígonos regulares

Contenido 1: Características de un octágono regular

Problema

La figura de la derecha es el resultado de doblar un círculo por la mitad, luego la figura que queda una vez más por la mitad y la figura que queda una vez más por la mitad.



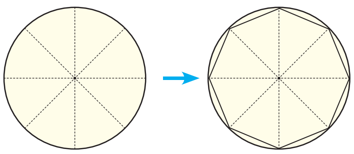
a) ¿Qué figura se forma al conectar las intersecciones de las líneas punteadas con la circunferencia?

b) Mide los lados de la figura y verifica que tienen la misma longitud.

c) Calcula la medida de los ángulos centrales.

Solución

a) Un octágono, como se muestra abajo.



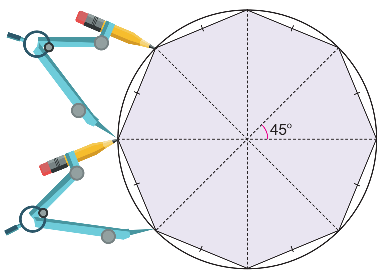
En el centro se formaron 8 ángulos de igual medida.

b) Los 8 lados tienen la misma longitud.

c) Como se forman 8 ángulos con la misma medida, se tiene

PO: 360 ÷ 8

R: Cada ángulo mide 45°.



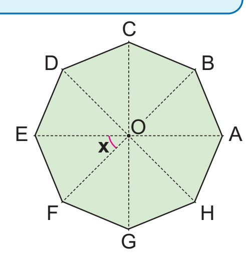
El octágono formado es un octágono regular.

Conclusión

Un octágono regular se construye formando 8 ángulos con igual medida alrededor del centro de un círculo. Los vértices de un octágono regular están en la circunferencia del círculo.

Ejercicios

El polígono de la derecha es un octágono regular.



a) ¿Qué tipo de triángulo es el OAB? ¿y los otros triángulos?
Triángulo isósceles

b) ¿Cuánto mide el ángulo **x**?
45°

página 13

Secuencia didáctica:
En esta sesión, los estudiantes explorarán las características de un octágono regular y su relación con el círculo. Identificarán que un octágono regular puede construirse doblando un recorte de círculo, un enfoque distinto al utilizado para construir el hexágono regular, recordado en la sesión anterior. La idea de que en el centro del círculo se forman ángulos de igual medida será retomada en clases posteriores para construir otros polígonos regulares, como pentágonos y hexágonos, lo que contribuirá a profundizar su comprensión sobre este tipo de figuras.

Además, lo aprendido en esta unidad, se aplicará cuando estudien el área del círculo en la unidad 5.

Aprendizaje esperado:
Identifica características de un octágono regular.

P: Explora la forma de construir un octágono regular.

- Utilice el anexo 162 en el LT (GM P. 233) para explicar cómo se hacen los dobleces. Pregunte:

  ¿Cuántos ángulos se forman en el centro con los lados consecutivos?
  R: 8 ángulos.

  ¿Cómo son sus medidas?
  R: Iguales.
- Una los puntos consecutivos.

S: Construye el octágono regular.

- Pregunte ***¿qué polígono se formó?*** R: Un octágono.
- Utilice un compás y muestre que los lados miden lo mismo.
- Pregunte ***¿cuál es el PO que permite calcular la medida de los ángulos que se forman en el centro?***
- Ellos plantean PO: 360 ÷ 8
- Hacen el cálculo.
- Solicite que midan con un compás los lados y con un transportador los ángulos. (usar el anexo P. 162 del LT) (GM P. 233).

C: Resume lo aprendido.

- Explique que un octágono regular se construye dividiendo el ángulo central de un círculo en 8 partes iguales de 45°. Sus vértices están en la circunferencia del círculo. Haga notar que los triángulos formados son triángulos isósceles.

E: Practica lo aprendido.

- Pida a los estudiantes que expliquen sus respuestas.

S1C2 Construcción de hexágonos regulares

Aprendizaje esperado: Identifica características de un hexágono regular para construirlo.

Materiales: Transportador, regla y compás.

P: Analiza la construcción del hexágono.

- Pida que lean el inciso a) del problema y pregunte:

  ¿Cuál es el PO? R: 360 ÷ 6

  ¿Cuál es la medida de cada ángulo? R: 60°.
- Pida que lean el proceso para construir el hexágono regular.

  ¿Qué instrumentos se usan para la construcción?

S: Construye el hexágono regular.

- Oriente a los estudiantes que dibujen la figura en su cuaderno paso a paso.
- Solicite que midan los lados y comprueben que miden lo mismo, usando compás.

C: Resume lo aprendido.

- Explique la conclusión del LT.

Ej: Profundiza en lo aprendido.

- Pida a los estudiantes que comprueben con un compás que las longitudes de O a los vértices es la misma.
- Pregunte:

  ¿Por qué los triángulos son equiláteros?

E: Practica lo aprendido.

- Pida a los estudiantes que expliquen sus respuestas.

Contenido 2: Construcción de hexágonos regulares

Problema

a) Si en el centro de un círculo se forman 6 ángulos con la misma medida, ¿cuántos grados mide cada uno?

b) Dibuja un hexágono regular de lado 5 cm, siguiendo las instrucciones:

(1) Dibuja un círculo de radio 5 cm, usando compás.

(2) Dibuja en el centro 6 ángulos de la misma medida usando regla y transportador.

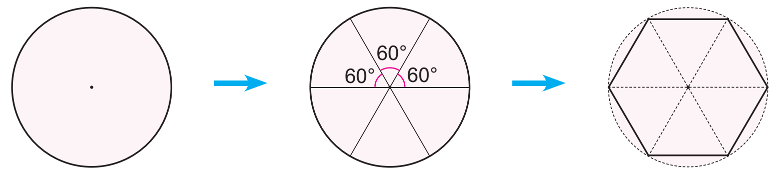
(3) Conecta las intersecciones de los lados de los ángulos con la circunferencia usando regla.

Solución

a) 360° ÷ 6 = 60

Cada ángulo mide 60°.

b) Siguiendo las instrucciones se tiene:



Paso 1 Paso 2 Paso 3

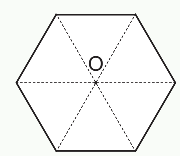
Conclusión

Un hexágono regular se construye formando 6 ángulos con igual medida alrededor del centro de un círculo. Los puntos donde las líneas interceptan a la circunferencia son los vértices del hexágono regular.

Ejemplo

Explora las propiedades del hexágono regular de la derecha.

La longitud de O a cada vértice es igual a la longitud de los lados del hexágono. Esto significa que los triángulos que se observan, son equiláteros.



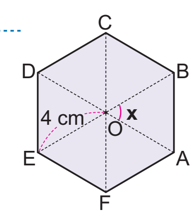
Ejercicios

Dado el hexágono regular de la derecha:

a) Encuentra las longitudes AB y DE.
4 cm

b) ¿Cuánto mide el ángulo **x**?
60°

c) Dibuja el hexágono regular de lado 4 cm.
Se omite la respuesta.



página 14

Secuencia didáctica:

En esta sesión, los estudiantes explorarán las propiedades del hexágono regular y su relación con el círculo. A través de una lectura guiada del procedimiento propuesto en el Libro de Texto, identificarán que un hexágono regular puede construirse dividiendo el círculo en seis ángulos de igual medida desde su centro, lo que permite ubicar con precisión sus vértices sobre la circunferencia.

En el ejemplo, se presenta un hexágono regular, y mediante la medición, los estudiantes podrán observar que todos sus vértices se encuentran a la misma distancia de un punto O. Esto les permitirá concluir que los triángulos que se forman son equiláteros.

S1C3 Construcción de pentágonos regulares

Contenido 3: Construcción de pentágonos regulares

Problema

a) Si en el centro de un círculo se forman 5 ángulos con la misma medida, ¿cuántos grados mide cada uno?

b) Dibuja un pentágono regular, siguiendo las instrucciones:

(1) Dibuja un círculo de radio 5 cm usando compás.

(2) Dibuja en el centro 5 ángulos de la misma medida usando regla y transportador.

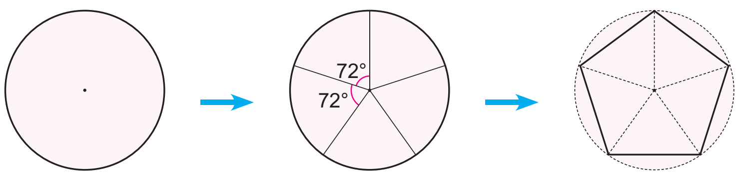
(3) Conecta las intersecciones de los lados de los ángulos con la circunferencia usando regla.

Solución

a) 360°÷ 5 = 72

Cada ángulo mide 72°.

b) Siguiendo las instrucciones se tiene:



Paso 1 Paso 2 Paso 3

Conclusión

Un pentágono regular se construye formando 5 ángulos con igual medida alrededor del centro de un círculo. Los puntos donde las líneas interceptan a la circunferencia son los vértices del pentágono regular.

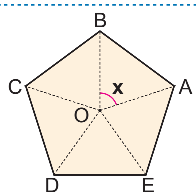
Ejercicios

Explora las propiedades del pentágono regular de la derecha.

a) Compara las longitudes de O a los vértices. **Son iguales.**

b) ¿Cuánto mide el ángulo **x**? **72°**

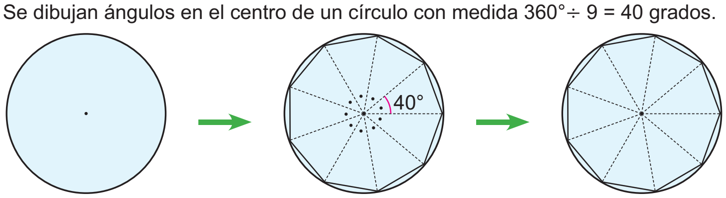
c) ¿Qué tipo de triángulo es el OAE? **Triángulo isósceles.**



Más información

Construir un nonágono regular

Se dibujan ángulos en el centro de un círculo con medida 360°÷ 9 = 40 grados.



página 15

Aprendizaje esperado:

Identifica características de un pentágono regular para construirlo.

Materiales: Transportador, regla y compás.

P: Analiza la construcción del pentágono.

- Pida que lean el inciso a) del problema y pregunte:

  ¿Cuál es el PO? R: 360 ÷ 5

  ¿Cuál es la medida de cada ángulo? R: 72°

- Pida que lean el proceso para construir el pentágono regular.

  ¿Qué instrumentos se usan para la construcción?

S: Construye el pentágono regular.

- Indique que comprueben su respuesta usando la figura del anexo P. 163 del LT (GM P. 234).
- Pida a los estudiantes que dibujen la figura en su cuaderno.
- Solicite que midan los lados y comprueben que miden lo mismo.

C: Resume lo aprendido.

- Explique la conclusión del LT.

E: Practica lo aprendido.

- Pida a los estudiantes que expliquen sus respuestas.

Secuencia didáctica:

En esta sesión, los estudiantes construirán un pentágono regular aplicando el método aprendido en la clase anterior. Descubrirán que es posible trazar un pentágono regular dividiendo el círculo en cinco ángulos de igual medida desde su centro, lo que permite ubicar con precisión sus vértices sobre la circunferencia.

Este método de construcción también se puede utilizar para el nonágono regular en **Más información**.

Más información

Mencione que un nonágono es un polígono de nueve lados.

Explique el proceso de construcción del nonágono regular.

Aprendizaje esperado: Identifica figuras simétricas señalando el eje de simetría.

Materiales: Lámina y recortes con las figuras del problema.

Abrir el LT en la Solución.

P: Explora la idea de superposición.

- Coloque en la pizarra la lámina. Pregunte ***¿Qué pasa si doblamos estas figuras por la mitad?***
  R: Se parte en dos, una parte tapa a la otra, etc.
- Mencione que hay figuras que, al doblarlas, las partes se superponen exactamente. Pregunte ***¿Cuáles se superponen exactamente al doblarlas?***
  R: El triángulo, el cuadrado, ...

S: Comprueba su respuesta.

- Pida que comprueben su respuesta en el LT.
- Pregunte ***¿Por dónde se doblan las figuras que se superponen exactamente?***
  - El triángulo isósceles por la línea que va desde el vértice de arriba hasta la mitad de la base.
  - El cuadrado por la mitad o en diagonal.
  - El círculo por el diámetro.
  - El hexágono por la línea que conecta dos vértices opuestos.

C: Resume lo aprendido.

- Explique la conclusión del LT.
- Mencione que el círculo tiene infinitos diámetros, así tiene infinitos ejes de simetría.

E: Practica lo aprendido.

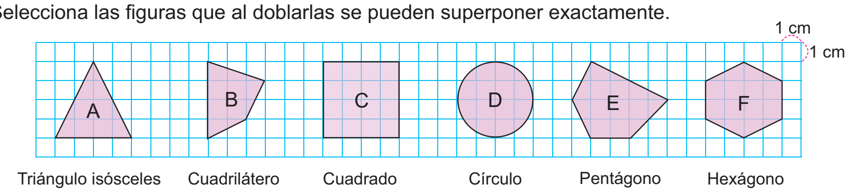
- Pida que expliquen sus respuestas.

Sección 2: Simetría lineal

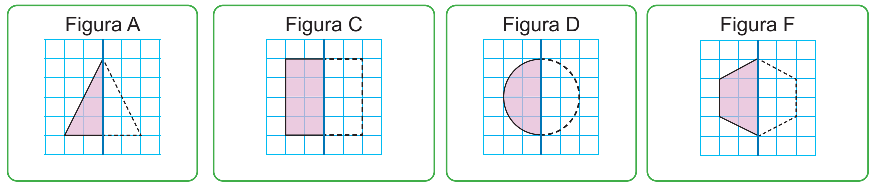
Contenido 1: Concepto de figuras con simetría lineal

Problema

Selecciona las figuras que al doblarlas se pueden superponer exactamente.



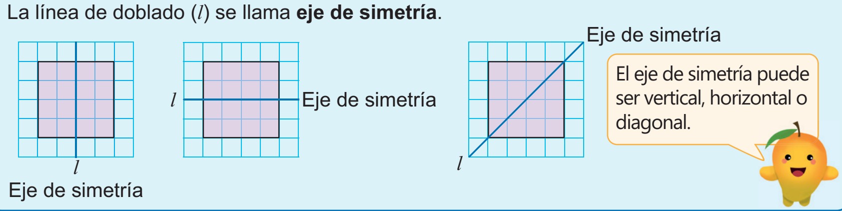
Solución



Conclusión

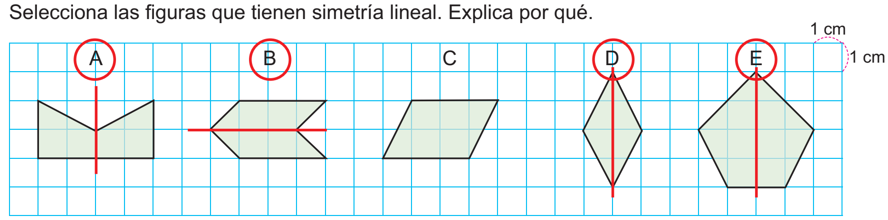
Una figura que, al doblarse por una línea recta, ambos lados se superponen exactamente se dice que tiene **simetría lineal**.

La línea de doblado (l) se llama **eje de simetría**.



Ejercicios

Selecciona las figuras que tienen simetría lineal. Explica por qué.



A, B, D, E, ya que tienen eje de simetría.

página 16

Secuencia didáctica:

En esta sesión, los estudiantes conocerán el concepto de figuras con simetría lineal. Previo a esto, en segundo grado, los estudiantes doblaron figuras como los triángulos isósceles, con los que observaron la igualdad entre los ángulos de la base; los rectángulos, donde exploraron la igualdad de los lados opuestos al doblarlos; y los cuadrados, que al ser doblados permitieron formar triángulos rectángulos, trabajando así la idea de mitades iguales. En quinto grado, identificaron que la semicircunferencia representa la mitad de una circunferencia, lo cual introdujo la noción de división en partes iguales mediante una línea recta. Estos conocimientos se retoman como una base intuitiva para que los estudiantes reconozcan que una figura es simétrica cuando sus mitades coinciden exactamente al doblarla.

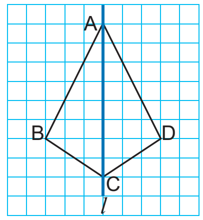
S2C2 Características de las figuras simétricas (1)

Contenido 2: Características de las figuras simétricas (1)

Problema

Si se dobla el cuadrilátero de la derecha por su eje de simetría l :

a) ¿Qué punto se superpone con el punto B?
b) ¿Qué ángulo se superpone con el ángulo D?
c) ¿Qué lados se superponen con los lados AB y BC?



Solución

a) El punto D.
b) El ángulo B.
c) Al lado AB se superpone el lado AD.
Al lado BC se superpone el lado DC.

Conclusión

Los lados, ángulos y vértices superpuestos se llaman lados correspondientes, ángulos correspondientes y vértices correspondientes, respectivamente.

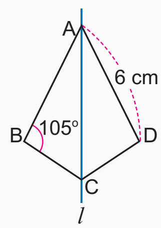
Las longitudes de los lados correspondientes son iguales. Las medidas de los ángulos correspondientes son iguales.

En la figura del problema:
- Los vértices B y D son correspondientes.
- Los ángulos B y D son correspondientes.
- Los lados AB y AD son correspondientes.

¿Qué otros lados son correspondientes?

Ejemplo

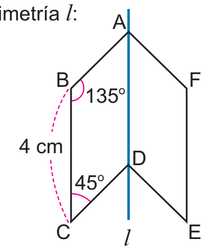
La figura de la derecha es simétrica respecto al eje de simetría l.
Como AB es correspondiente a AD, entonces AB = 6 cm. Así mismo el ángulo D es correspondiente al ángulo B, así que D = 105°.



Ejercicios

El polígono de la derecha tiene simetría lineal. Si se dobla por su eje de simetría l:

a) ¿Con qué puntos coinciden B y C?
B - F , C - E
b) ¿Con qué lados coinciden los lados AB, BC y CD?
AB - AF, BC - FE , CD - ED
c) ¿Con qué ángulos coinciden los ángulos B y C?
B - F , C - E
d) ¿Cuánto mide el lado EF?
4 cm
e) ¿Cuánto miden los ángulos E y F?
Ángulo E = 45° **Ángulo F = 135°**



página 17

Aprendizaje esperado: Identifica características de los lados y ángulos de las figuras simétricas.

Materiales: Lámina con la figura del problema.

Abrir el LT en la solución.

P: Explora las características.
- Escriba en la pizarra el problema. Pregunte:
  ¿Qué pasa si doblamos esta figura por la línea azul? R: Las partes se superponen exactamente.
  ¿Cómo son las medidas AB y AD? R: Son iguales.
  ¿Cómo son las medidas BC y DC? R: Son iguales.

S: Comprueba sus respuestas.
- Pida que comprueben sus respuestas en el LT y las copien en su cuaderno.
- Explique la solución en la pizarra. Haga notar que el ángulo B tiene la misma medida que el ángulo D.

C: Resume lo aprendido.
- Mencione que:
  - Los lados correspondientes son los que se superponen, así que tienen la misma medida.
  - Los ángulos correspondientes son los que se superponen, así que tienen la misma medida.

Ej: Aplica lo aprendido.
- Solicite que lean el ejemplo.

E: Practica lo aprendido.
- Indique que se pueden apoyar de lo descrito en la conclusión.
- Pida a los estudiantes que expliquen sus respuestas.

Secuencia didáctica:
En esta sesión, los estudiantes explorarán y reconocerán las principales características de las figuras simétricas. Comprenderán cómo se reflejan los elementos respecto a un eje de simetría, identificando que los lados correspondientes tienen la misma longitud y los ángulos correspondientes tienen la misma medida.
Este conocimiento será fundamental cuando los estudiantes tengan que completar figuras simétricas a partir de una mitad dada. Para lograrlo, aplicarán lo aprendido al trazar líneas rectas de igual longitud que sus correspondientes en la figura original.

Aprendizaje esperado:
Identifica características de las líneas que unen dos puntos correspondientes.

Materiales: Lámina con la figura del problema, cartabón y compás.

P: Explora las características.

- Escriba en la pizarra el problema. Pregunte:

  ¿Qué pasa si doblamos esta figura por la línea azul? R: Las partes se superponen exactamente.

  ¿Qué relación guarda la línea BF con la línea l? R: Son perpendiculares.

  ¿Cómo son las medidas BH y HF? R: Son iguales.

S: Comprueba sus respuestas.

- Pida que comprueben sus respuestas en el LT y la copien en su cuaderno.
- Explique la solución en la pizarra. Haga notar que lo mismo ocurre al trazar la línea CE.

C: Resume lo aprendido.

- Mencione que:
  - La línea que une dos puntos correspondientes es perpendicular al eje de simetría.
  - La distancia de dos puntos correspondientes al eje de simetría es la misma.

E: Practica lo aprendido.

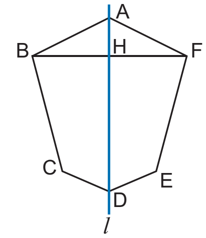
- Indique que se pueden apoyar de lo descrito en la conclusión.
- Pida a los estudiantes que expliquen sus respuestas.

Contenido 3: Características de las figuras simétricas (2)

Problema

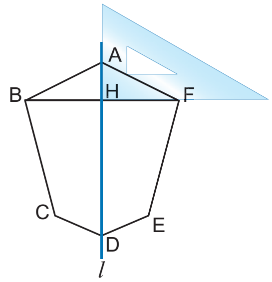
La línea l de color azul en la figura de la derecha es el eje de simetría del hexágono ABCDEF.

a) ¿Qué relación tiene BF con l?
b) Compara las longitudes BH y FH.

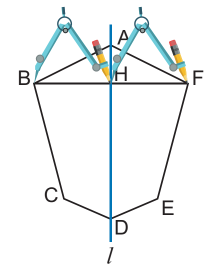


Solución

a) Con la escuadra se verifica que BF es perpendicular a l.



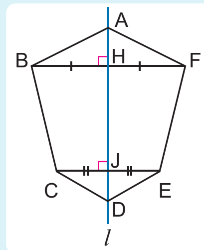
b) Con un compás se verifica que BH = FH



Conclusión

En una figura con simetría lineal se cumple que:

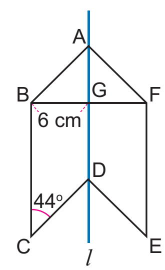
1) La línea recta que une dos puntos correspondientes es perpendicular al eje de simetría.
2) La distancia de dos puntos correspondientes al eje de simetría es la misma.



Ejercicios

La figura de la derecha tiene simetría lineal:

a) ¿Qué relación guarda la línea BF con el eje de simetría l?
Es perpendicular.
b) ¿Cuánto mide el ángulo E?
44°
c) ¿Cuánto mide la longitud de BF?
12 cm



página 18

Secuencia didáctica:
En esta sesión, los estudiantes exploran y reconocen las principales características de las figuras simétricas. Comprenden cómo se reflejan los elementos respecto a un eje de simetría, identificando que los puntos correspondientes están a igual distancia del eje y la línea que los conecta es perpendicular a este.

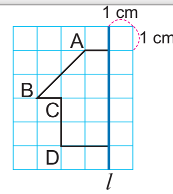
Este conocimiento será fundamental para el siguiente contenido, en el cual los estudiantes deberán completar figuras simétricas a partir de una mitad dada. Para lograrlo, aplicarán lo aprendido al trazar líneas rectas de igual longitud que sus correspondientes en la figura original, así como líneas perpendiculares al eje de simetría que les permitan mantener la simetría en el diseño.

Sugerencia para la solución:
Indique que en su casa, copien en su cuaderno la figura del problema de la siguiente clase.

Contenido 4: Construcción de figuras simétricas

Problema

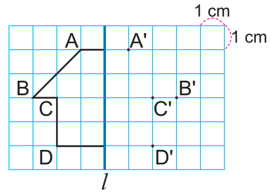
Completa la figura para que sea simétrica respecto a la línea l.



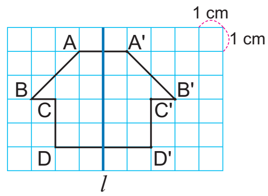
Solución

Primero se cuenta la distancia de los vértices dados al eje de simetría y luego se construyen los puntos correspondientes.

- A está 1 cm a la izquierda, así su correspondiente A' está a 1 cm a la derecha.
- B está 3 cm a la izquierda, así su correspondiente B' está a 3 cm a la derecha.
- C está 2 cm a la izquierda, así su correspondiente C' está a 2 cm a la derecha.
- D está 2 cm a la izquierda, así su correspondiente D' está a 2 cm a la derecha.



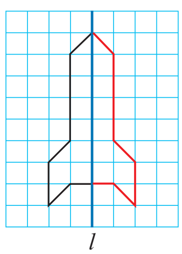
Se trazan las líneas que conectan los vértices.



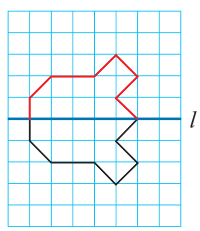
Ejercicios

1. Completa la figura para que sea simétrica respecto a la línea l.

a)

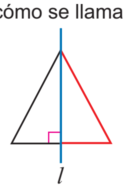


b)



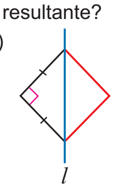
2. Si dibujas las figuras a partir de la mitad dada, de modo que la línea l sea el eje de simetría, ¿cómo se llama la figura resultante?

a)



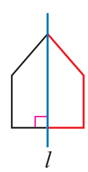
Triángulo isósceles

b)



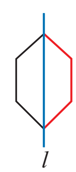
Cuadrado

c)



Pentágono

d)



Hexágono

página 19

Aprendizaje esperado:
Utiliza las características de las figuras simétricas para completar figuras simétricas a partir de una mitad dada.

Materiales: Lámina como la del anexo P. 235 de la GM.

P: Piensa cómo completar la figura.

- Escriba en la pizarra el problema y pegue la lámina.
- Pregunte:

  ¿Cómo saber dónde va cada punto del otro lado para completar la otra mitad? R: Contando cuántos cuadros hay hasta el eje y repetirlo al otro lado.

  Si A está 1 cm a la izquierda del eje, ¿dónde está su correspondiente? R: 1 cm a la derecha…

  ¿Cómo deben ser las longitudes de los lados correspondientes?
  R: Iguales.

S: Completa la figura.

- Pida a los estudiantes que completen con la otra mitad:
  - Colocan el correspondiente a los vértices A, B, C y D.
  - Une los puntos consecutivos.
- Explique la solución en la pizarra.

E: Practica lo aprendido.

- E1. Pida que copien la mitad en su cuaderno y luego completen la figura.
- E2. Pida que basado en el número de lados de la figura resultante y la igualdad de las longitudes de los lados y ángulos correspondientes den el nombre.

Secuencia didáctica:
En esta sesión, los estudiantes desarrollarán la habilidad de completar figuras simétricas a partir de una mitad previamente dada. Para lograrlo, pondrán en práctica los conocimientos adquiridos en la clase anterior sobre las características de las figuras simétricas. Utilizarán el eje de simetría como referencia para identificar y ubicar los puntos correspondientes, trazando líneas rectas de la misma longitud y en la misma orientación que sus pares en la figura original. Además, construirán líneas perpendiculares al eje de simetría cuando sea necesario, con el fin de garantizar que el diseño resultante conserve una simetría precisa.

Unidad 2

Practiquemos lo aprendido

1. Dibuja un hexágono regular de lado 5 cm.

   Se omite la respuesta.

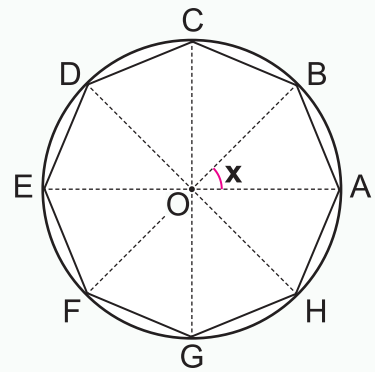
2. Dado el octágono regular de la derecha.

   a) ¿Qué tipo de triángulo es el OAB? ¿y los otros?

   Triángulos isósceles

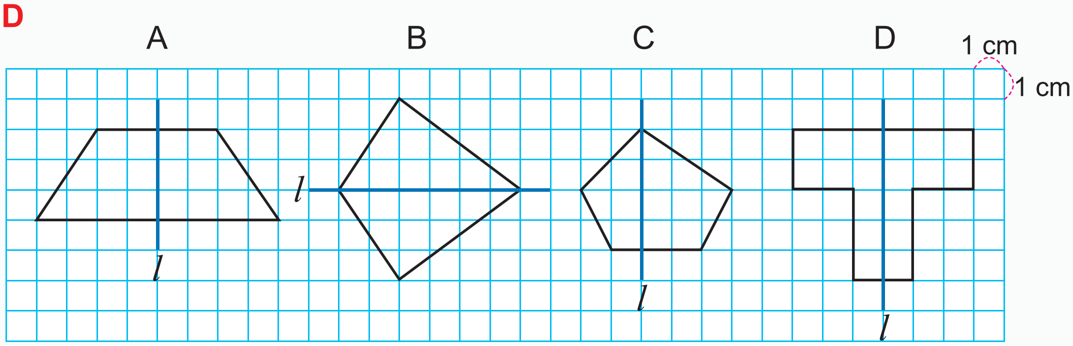
   b) ¿Cuánto mide el ángulo **x**?

   PO: 360 ÷ 8 R: 45°



3. Selecciona las figuras que tienen simetría lineal respecto a la línea l.

   A, B, D



4. El polígono de la derecha tiene simetría lineal, siendo l su eje de simetría.

   a) ¿Qué puntos son correspondientes a B y C?

   B → E, C → D

   b) ¿Qué lado es correspondiente a AB?

   AE

   c) ¿Cuánto mide el lado FE?

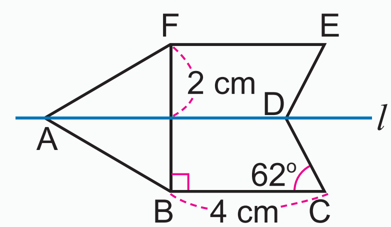
   4 cm

   d) ¿Cuánto miden los ángulos E y EFB?

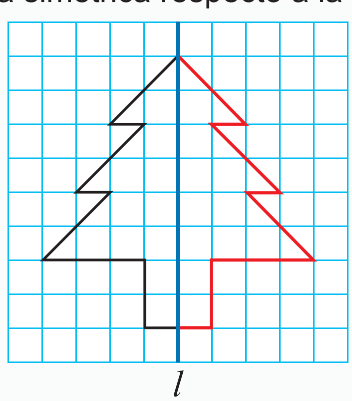
   Ángulo D = 62° **Ángulo DEB = 90°**

   e) ¿Cuánto mide la longitud de BF?

   4 cm



5. Completa la figura para que sea simétrica respecto a la línea l.



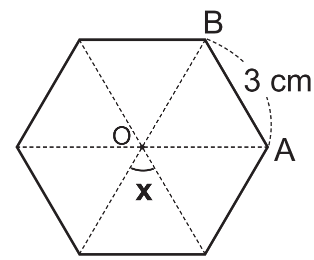
Prueba de Unidad 2: Polígonos y simetría lineal (25 min)

/10

Fecha:____________

Nombre: ____ **Sección:**__________

1. Dado el hexágono regular de la derecha:

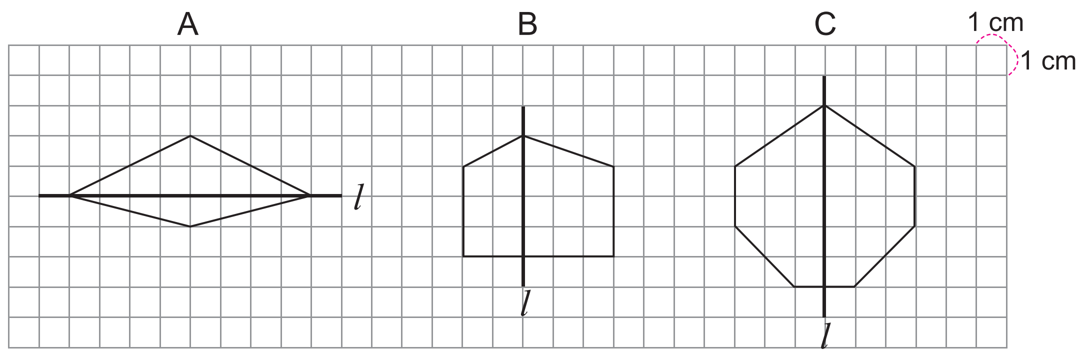


   a) ¿Cuánto mide el ángulo **x**?

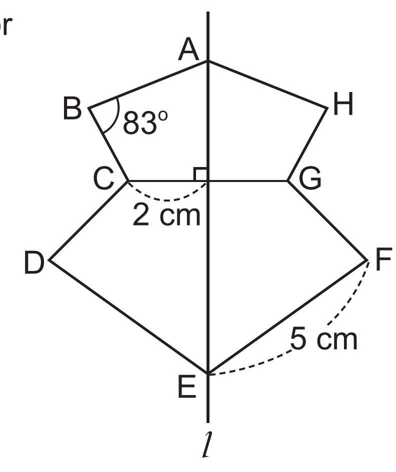
   b) ¿Qué tipo de triángulo es OAB?

   c) ¿Cuánto mide la longitud de OA?

2. Selecciona la figura que tiene simetría lineal respecto a la línea l:



3. El polígono de la derecha tiene simetría lineal. Si se dobla por su eje de simetría l:



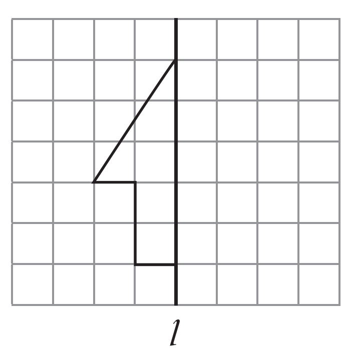
   a) ¿Qué lado es correspondiente a AB?

   b) ¿Cuánto mide el lado DE?

   c) ¿Cuánto mide el ángulo H?

   d) ¿Cuánto mide la longitud de CG?

4. Completa la figura para que sea simétrica respecto a la línea l.



División de números decimales (10 horas)

1. Competencia

- Aplica el concepto de factorización prima, la multiplicación y división de números decimales y fracciones en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

2. Secuencia de Aprendizaje

Quinto grado

U1: Multiplicación de números decimales

- Multiplicación de números decimales hasta décima/centésima con números naturales
  - Forma horizontal y vertical

U3: División de números decimales

- División de números decimales del tipo décimas entre números naturales de una, dos y tres cifras (con y sin residuo)

Sexto grado

U1: Multiplicación de números decimales

- Multiplicaciones de números decimales hasta las décimas/centésimas
  - Forma horizontal y vertical
- Propiedades de la multiplicación de decimales

U3: División de números decimales

- Divisiones de números decimales en forma horizontal y vertical (con y sin residuo)
- Redondeo del cociente en la división de números decimales

Séptimo grado (secundaria)

U1: Operaciones con números naturales, fracciones y decimales

U2: Números positivos y negativos

Octavo grado (secundaria)

U4: Radicales

3. Puntos Esenciales

Introducción

En esta unidad, los estudiantes comprenderán y aplicarán el procedimiento para dividir números decimales, basándose en los conocimientos previos sobre el desplazamiento de la coma decimal al multiplicar por 10 y en la división de un número decimal entre un número natural.

Conocimientos previos

Presentados en el "Recordemos" de manera análoga a los de la unidad de multiplicación, repasando el efecto que sufre la coma decimal en la multiplicación por 10:

Ejemplos:

a) $0{,}2 \times 10 = 2$

b) $4{,}5 \times 10 = 45$

c) $1{,}42 \times 10 = 14{,}2$

Además, se espera que ejerciten la aplicación del algoritmo de la división al dividir un número decimal entre un natural.

Ejemplos:

Divide hasta obtener residuo 0:

a) $1{,}8 \div 6$

$$\begin{array}{r|l} 1{,}8 & \underline{\;6\;\;\;} \\ -\;1\;8 & 0{,}3 \\ \hline 0 & \end{array}$$

b) $4 \div 5$

$$\begin{array}{r|l} 4{,}0 & \underline{\;5\;\;\;} \\ -\;0\;\; & 0{,}8 \\ \hline 4\;0 & \\ -\;4\;0 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Es pertinente resaltar que, la situación del inciso b), permite ejemplificar casos en los que es necesario agregar ceros, ya sea en el dividendo o en las unidades del cociente, para completar el cálculo.

División de números decimales

La división de números decimales es introducida a partir de casos en los que un número natural se divide entre un decimal. Se parte del caso sencillo: $90 \div 1{,}5$, representado en la recta numérica.

Para resolver esta operación, los estudiantes deben identificar que al convertir el número decimal en número natural —multiplicando 1,5 por 10 para obtener 15— el cociente representa unidades, por lo que, para expresarlo como un total de décimas se debe multiplicar por 10. Es decir:

$$\begin{array}{rcl} 90 \div 1{,}5 & = & 60 \\ \downarrow \times 10 & & \uparrow \times 10 \\ 90 \div 15 & = & 6 \end{array}$$

Este procedimiento permite comprender que, al transformar el divisor, que es un número decimal, en número natural, se debe aplicar la misma transformación al cociente obtenido para determinar acertadamente el cociente de la división original.

Esta estrategia se articula con la propiedad, según la cual el cociente de una división no varía cuando se multiplican o dividen ambos términos —dividendo y divisor— por el mismo número distinto de cero, para dividir números decimales. Por ejemplo:

$$\begin{array}{ccccc} 6{,}76 & \div & 5{,}2 & = & 1{,}3 \\ \downarrow \times 10 & & \downarrow \times 10 & & \\ 67{,}6 & \div & 52 & = & 1{,}3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 6\;7{,}6 & \underline{\;5\;2\;\;} \\ -\;5\;2\;\;\; & 1{,}3 \\ \hline 1\;5\;6 & \\ -\;1\;5\;6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Al igual que en la multiplicación de números decimales, estos cálculos suelen presentarse en forma horizontal para facilitar la comprensión del procedimiento y visualizar las transformaciones aplicadas. Sin embargo, también se utiliza la disposición vertical al dividir un número decimal entre un número natural, ya que esta organización favorece la claridad operativa y permite aplicar el algoritmo convencional con mayor precisión.

A partir de esta lógica, se establecen los siguientes pasos para el cálculo de divisiones de números decimales en forma vertical:

1. Se mueve la coma decimal del divisor hasta que sea número natural.

2) Se mueve la coma decimal del dividendo hacia la derecha tantos espacios como se movió en el divisor.

3) Se divide como un número decimal entre un número natural.

En su presentación visual, los pasos 1 y 2 se representan mediante el tachado de las comas decimales en su posición original, lo que facilita la comprensión del desplazamiento. Por ejemplo:

```
   6,7,6 |5,2
 – 5 2    1,3
   1 5 6
 – 1 5 6
       0
```

Estos pasos son empleados al abordar casos en los que se requiere agregar cero:

- en el cociente, por ejemplo

```
   1,6,8 |5,6
 –   0    0,3
   1 6 8
 – 1 6 8
       0          Cociente: 0,3
```

- en el dividendo, por ejemplo:

```
   9,8,0 |3,5
 – 7 0    2,8
   2 8 0
 – 2 8 0
       0          Cociente: 2,8
```

Finalmente, se establece la comparación entre el cociente y dividendo, al dividir entre un número decimal mayor o menor que 1. A partir de los casos: a) 50 ÷ 2,5 y b) 50 ÷ 0,8 se establece que:

- el cociente es menor que el dividendo, si se divide entre un número decimal mayor que 1.
- el cociente es mayor que el dividendo, si se divide entre un número decimal menor que 1.

El residuo y la estimación del cociente en una división de números decimales

La presentación de estos contenidos generaliza las situaciones estudiadas en quinto grado:

1) el cociente representa una cantidad entera, implicando que la cantidad sobrante se exprese como un número decimal.

Ejemplo:

```
   2,3 |0,5
 – 2 0   4
   0,3
```

Aquí es importante resaltar la disposición alineada de las comas decimales en el dividendo y residuo.

2) la necesidad de estimar o redondear el cociente para obtener una representación más práctica del resultado.

Ejemplo:

```
   1,7,0 0 0 |0,3
 – 1 5        5,6 6 6 ...
     2 0
   – 1 8
       2 0
     – 1 8
         2 0
       – 1 8
           2
```

U	d	c	m
5,	6	6	6

6 > 5

Redondeado a las centésimas **5,67**.

Abordar la división de números decimales mediante este enfoque permite a los estudiantes construir una comprensión profunda, flexible y fundamentada del algoritmo. Más allá de facilitar la ejecución técnica del procedimiento, este tratamiento promueve el desarrollo del pensamiento proporcional, la interpretación contextual del cociente y la capacidad de estimar, contrastar y validar resultados. Al integrar propiedades matemáticas previamente estudiadas con recursos visuales, se favorece una transición gradual entre la intuición operativa y la formalización del cálculo, lo que fortalece tanto la autonomía como la argumentación matemática de los estudiantes.

4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

Sección 1, Contenido 3: División de números decimales en forma vertical

__/__

U3: División de números decimales
S1C3: División de números decimales en forma vertical (p. 25)

P 6,76 ÷ 5,2 = 1,3

¿Cómo convertirlo en forma vertical?

S

```
  6,7,6 |5,2
– 5 2    1,3
  1 5 6
– 1 5 6
      0
```

1) Tacha la coma del divisor para convertirlo en número natural.
2) Tacha la coma del dividendo y muévela tantas posiciones decimales tenga el divisor.
3) Divide como decimal entre natural.

C Se pueden dividir números decimales en forma vertical aplicando los 3 pasos anteriores.

Ej

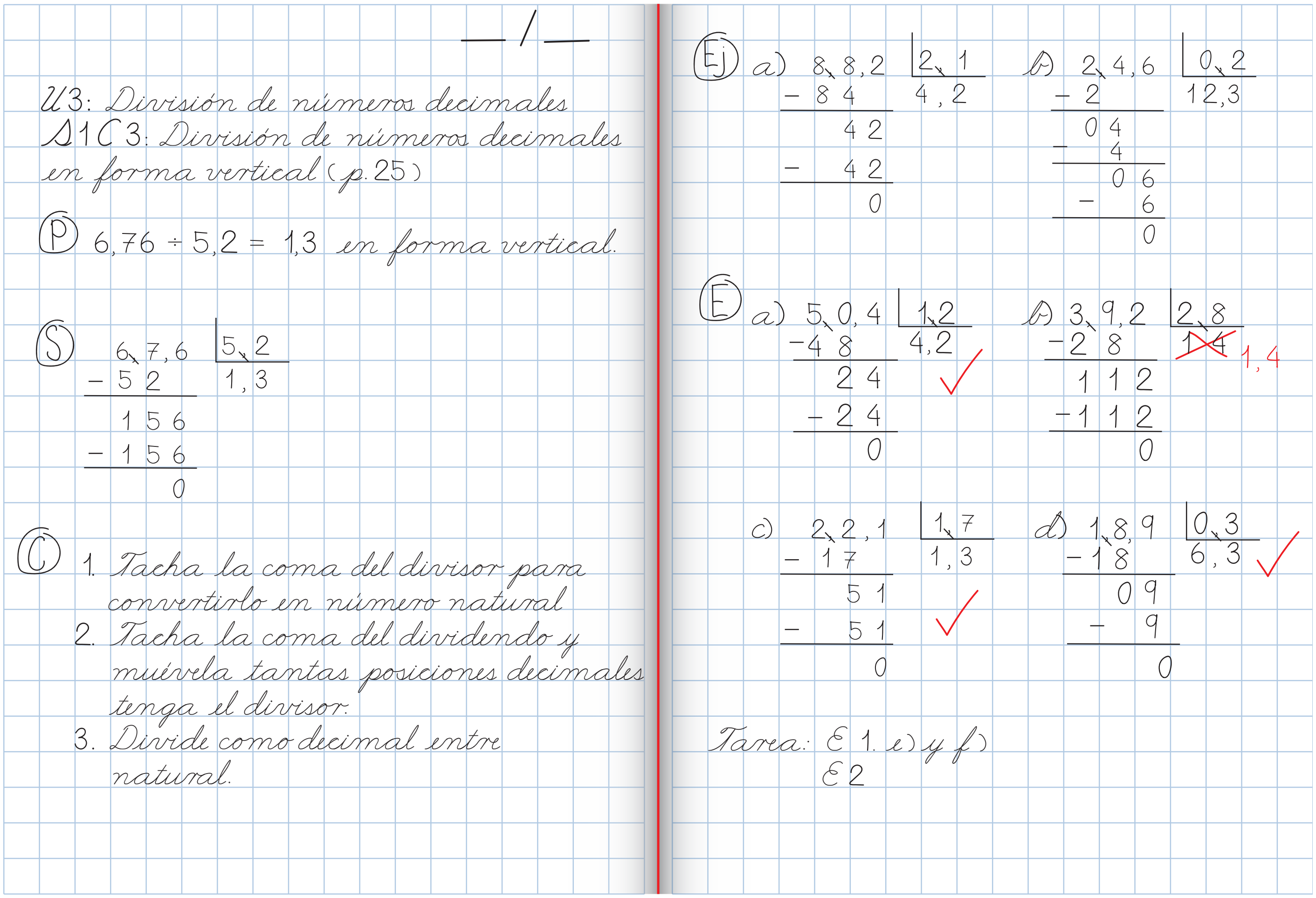
```
a)  8,8,2 |2,1        b)  2,4,6 |0,2
  – 8 4    4,2          – 2      1 2,3
    4 2                   0 4
  – 4 2                 –   4
      0                     0 6
                        –     6
                              0
```

E

```
a)  5,0,4 |1,2          b)  3,9,2 |2,8
  – 4 8    ~~4 2~~ 4,2    – 2 8    1,4
    2 4                     1 1 2
  – 2 4                   – 1 1 2
      0                         0

c)  2,2,1 |1,7          d)  1,8,9 |0,3
  – 1 7    1,3            – 1 8    6,3
    5 1                     0 9
  – 5 1                   –   9
      0                       0
```

Tarea: E 1. e) y f)
E2.



Unidad 3

Aprendizaje esperado:
Recuerda el procedimiento para realizar cálculos de multiplicaciones por 10 y la división con cociente decimal.

Ej1: Multipliquemos por 10.

- Explique cada cálculo indicando que, al multiplicar por 10 la coma decimal se desplaza 1 posición a la derecha.

E: Multiplica.

- Solicíteles que completen cada inciso escribiendo el producto correspondiente, únicamente ajustando la coma decimal.

Ej2: Dividamos de forma vertical.

- Recuerde los pasos que se siguen al dividir en forma vertical.
- Enfatice:
  - En a), la coma decimal se escribe en el cociente después de dividir las unidades.
  - En b), como 4 < 5, se escribe 0 en las unidades del cociente.

E: Divide hasta obtener residuo 0.

- Asegúrese de que todos los cálculos los realicen en forma vertical hasta obtener residuo 0 y posicionen correctamente la coma decimal en el cociente.

Unidad 3

Unidad 3 División de números decimales

Recordemos

Ejemplo 1

Calcula:

a) 0,2 × 10 = 2 b) 4,5 × 10 = 45 c) 1,42 × 10 = 14,2

Ejercicios

Calcula:

a) 0,6 × 10 **= 6** b) 2,4 × 10 **= 24** c) 1,8 × 10 **= 18**

d) 0,3 × 10 **= 3** e) 8,23 × 10 **= 82,3** f) 12,3 × 10 **= 123**

Ejemplo 2

Divide hasta obtener residuo 0:

a) 1,8 ÷ 6

```
 1,8 |6
-1 8  0,3
   0
```

b) 4 ÷ 5

```
 4,0 |5
-0    0,8
 4 0
-4 0
   0
```

Recuerda que cuando el dividendo es menor que el divisor, se escribe 0 en el cociente.

Ejercicios

Divide hasta obtener residuo 0:

Ver el proceso del cálculo en Anexos, página 227.

a) 1,5 ÷ 3 **Cociente: 0,5** b) 2,4 ÷ 6 **Cociente: 0,4** c) 4,2 ÷ 7 **Cociente: 0,6**

d) 3,6 ÷ 2 **Cociente: 1,8** e) 8,4 ÷ 4 **Cociente: 2,1** f) 2 ÷ 5 **Cociente: 0,4**

g) 9 ÷ 2 **Cociente: 4,5** h) 67,6 ÷ 52 **Cociente: 1,3** i) 88,2 ÷ 21 **Cociente: 4,2**

página 22

Secuencia didáctica:

En quinto grado, los estudiantes desarrollaron habilidades para dividir números decimales entre números naturales. En esta unidad, profundizarán en la división entre números decimales, aplicando el mismo algoritmo aprendido y prestando especial atención a la correcta ubicación de la coma decimal en el cociente.

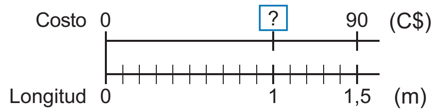
Por ello, los estudiantes deben repasar dos nociones claves: el desplazamiento de la coma al multiplicar por 10 y el algoritmo de la división cuando el cociente es un número decimal. Estos saberes les permitirán ajustar el procedimiento del cálculo de divisiones de números decimales y enfrentar con seguridad situaciones más complejas.

Sección 1: División de números decimales

Contenido 1: División de número natural entre número decimal

Problema

Ana compra una cinta de 1,5 m en 90 córdobas, ¿cuánto cuesta 1 m de esta cinta?



El cociente será menor que 90.

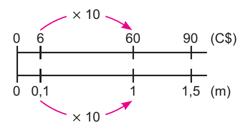
Solución

PO: 90 ÷ 1,5

$$\begin{array}{ccccc} 90 & \div & 1{,}5 & = & 60 \\ & & \downarrow \times 10 & & \uparrow \times 10 \\ 90 & \div & 15 & = & 6 \end{array}$$

R: 60 córdobas.

Como 1,5 m es 15 partes 0,1 m
0,1 m cuesta 6 córdobas.
Así que, 1 m cuesta 60 córdobas.



Conclusión

La división de un número natural entre un número decimal se calcula expresando el número decimal en décimas para dividir como si fuesen naturales. Luego, se expresa el cociente en décimas.

Ejemplo

a) $$\begin{array}{ccccc} 48 & \div & 2{,}4 & = & 20 \\ & & \downarrow \times 10 & & \uparrow \times 10 \\ 48 & \div & 24 & = & 2 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{ccccc} 6 & \div & 0{,}2 & = & 30 \\ & & \downarrow \times 10 & & \uparrow \times 10 \\ 6 & \div & 2 & = & 3 \end{array}$$

Ejercicios

1. Divide:

a) 24 ÷ 1,2 **Cociente: 20**
b) 52 ÷ 1,3 **Cociente: 40**
c) 69 ÷ 2,3 **Cociente: 30**
d) 9 ÷ 0,3 **Cociente: 30**
e) 7 ÷ 1,4 **Cociente: 5**
f) 8 ÷ 0,8 **Cociente: 10**

2. Escribe el PO y responde:
Una manguera de 1,5 m pesa 180 g, ¿cuántos gramos pesa 1 m de esta manguera?
PO: 180 ÷ 1,5 **R: 120 g.**

Aprendizaje esperado:
Realiza divisiones de un número natural entre un número decimal aplicando la multiplicación por 10.

P: Plantea un PO.

- Represente la situación utilizando la recta numérica.
- Indique que escriban el PO para saber el costo de 1 m de cinta.

S: Calcula.

¿Cuántas décimas es 1,5?
R: 15.
- Explique que este se obtiene al multiplicar 1,5 × 10.

¿Cuánto es 90 ÷ 15?
R: 6.

Si la longitud se multiplica por 10, ¿qué costo se obtiene?
- El de 0,1 m de cinta.

¿Cuál es el costo de 1 m?
R: 60.
- Explique que este se obtiene al multiplicar 6 × 10.

C: Concluye.

- Exprese que, para dividir un número natural entre un decimal, se multiplica el decimal por 10 (para realizar división como naturales), lo que implica que también el cociente debe multiplicarse por 10.

Ej: Analiza.

- Solicite que intenten realizar los cálculos aplicando la conclusión.

E: Ejercita.

- Monitoree que logren calcular aplicando la conclusión.

Secuencia didáctica:

En el contenido anterior, los estudiantes revisaron cómo se desplaza la coma decimal al multiplicar por 10. Este conocimiento constituye el punto de partida para introducir la división de un número natural entre un número decimal. Aproveche esta conexión para que los estudiantes comprendan que, al multiplicar el divisor, que es un número decimal, por 10 con el fin de transformar la operación en una división entre números naturales, también es necesario multiplicar el cociente por 10 para obtener el resultado correcto.

Al igual que en la unidad 1, las flechas se emplean como recurso visual para representar esta relación de manera clara y accesible, facilitando la comprensión del ajuste proporcional entre los elementos de la operación.

Aprendizaje esperado:
Realiza divisiones de números decimales aplicando la multiplicación por 10.

P: Plantea un PO.

- Represente la situación utilizando la recta numérica.
- Indique que escriban el PO para saber el peso de 1 m del tubo.

¿Cómo dividir dos números decimales?

S: Calcula.

¿Cuántas décimas es 5,2?

R: 52.

¿Cuántas décimas es 6,76?

R: 67,6.

- Explique que estos se obtienen al multiplicar cada número decimal por 10. Así que, si el peso y la longitud se multiplican por 10, el cociente será el mismo.

¿Cuánto es 67,6 ÷ 52? Puedes calcularlo en forma vertical

R: 1,3.

C: Concluye.

- Exprese que, al multiplicar cada decimal por 10 (para realizar la división como decimal entre número natural), el cociente no cambia.

Ej: Analiza.

- Explique el cálculo realizado apoyándose de la división del nuevo decimal entre el número natural en forma vertical.

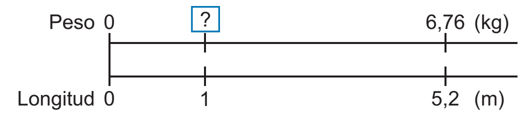
E: Ejercita.

- Monitoree que logren calcular aplicando la conclusión.

Contenido 2: División de números decimales

Problema

Un tubo de hierro de 5,2 m de longitud pesa 6,76 kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este tubo?



Al multiplicar el dividendo y el divisor de una división por un mismo número, el cociente es el mismo.

$6 \div 2 = 3$

$\downarrow\times 10 \quad \downarrow\times 10$

$60 \div 20 = 3$

Solución

PO: 6,76 ÷ 5,2

$6{,}76 \div 5{,}2 = 1{,}3$

$\downarrow\times 10 \quad \downarrow\times 10$

$67{,}6 \div 52 = 1{,}3$

$$\begin{array}{r|l} 67{,}6 & 52 \\ \hline -52 & 1{,}3 \\ \hline 15\,6 & \\ -15\,6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

R: 1,3 kg.

Conclusión

Al multiplicar el dividendo y el divisor de una división por un mismo número, el cociente no cambia.

Ejemplo

$3{,}78 \div 1{,}8 = 2{,}1$

$\downarrow\times 10 \quad \downarrow\times 10$

$37{,}8 \div 18 = 2{,}1$

$$\begin{array}{r|l} 37{,}8 & 18 \\ \hline -36 & 2{,}1 \\ \hline 1\,8 & \\ -1\,8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ejercicios

1. Divide: ***Ver el proceso del cálculo en Anexos, página 227.***

a) 2,76 ÷ 2,3 **Cociente: 1,2**	b) 3,75 ÷ 1,5 **Cociente: 2,5**	c) 5,46 ÷ 4,2 **Cociente: 1,3**
d) 7,14 ÷ 1,7 **Cociente: 4,2**	e) 5,07 ÷ 3,9 **Cociente: 1,3**	f) 5,44 ÷ 1,6 **Cociente: 3,4**

2. Escribe el PO y responde:

Un alambre de 2,1 m pesa 7,56 g, ¿cuántos gramos pesa 1 m de este alambre?

PO: 7,56 ÷ 2,1 **R: 3,6 g.**

página 24

Secuencia didáctica:

En el contenido previo, los estudiantes aprendieron a dividir un número natural entre un número decimal. Además, en quinto grado abordaron la propiedad que establece que el cociente de una división no cambia cuando se multiplican o dividen simultáneamente el dividendo y el divisor por un mismo número. En esta ocasión, aplicarán dicha propiedad para calcular divisiones entre dos números decimales, multiplicando ambos por 10. Tenga presente que, al aplicar esta estrategia, las operaciones se transforman en divisiones de un número decimal entre un número natural. Por ello, se recomienda en estos casos utilizar el cálculo vertical como apoyo para organizar los pasos y facilitar la comprensión del procedimiento.

Contenido 3: División de números decimales en forma vertical

Problema

Del contenido anterior, 6,76 ÷ 5,2 = 1,3. ¿Cómo escribir este cálculo en forma vertical?

Solución

PO: 6,76 ÷ 5,2

① Se mueve la coma decimal del divisor hasta que sea natural:

```
6,7 6 |5,2
```

② Se mueve la coma decimal del dividendo hacia la derecha tantos espacios como se movió en el divisor:

```
6,7,6 |5,2
```

③ Se divide como un número decimal entre un número natural:

```
  6,7,6 |5,2
– 5 2    1,3
  1 5 6
– 1 5 6
      0
```

Cociente: 1,3

```
6,7 6 |5,2
  ↓ × 10   ↓ × 10
6,7, 6 |5,2
```

Conclusión

Para dividir dos números decimales se siguen los siguientes pasos:

① Se mueve la coma decimal del divisor hasta que sea natural.

② Se mueve la coma decimal del dividendo hacia la derecha tantos espacios como se movió en el divisor.

③ Se divide como un número decimal entre un número natural.

Ejemplo

a) 8,82 ÷ 2,1

```
  8,8,2 |2,1
– 8 4    4,2
    4 2
  – 4 2
      0
```

b) 2,46 ÷ 0,2

```
  2,4,6 |0,2
– 2      1 2,3
  0 4
–   4
    0 6
  –   6
      0
```

Ejercicios

Ver el proceso del cálculo en Anexos, página 228.

1. Divide en forma vertical:

a) 5,04 |1,2 — **Cociente: 4,2**

b) 3,92 |2,8 — **Cociente: 1,4**

c) 2,21 |1,7 — **Cociente: 1,3**

d) 1,89 ÷ 0,3 — **Cociente: 6,3**

e) 5,46 ÷ 3,9 — **Cociente: 1,4**

f) 8,68 ÷ 0,4 — **Cociente: 21,7**

2. Escribe el PO y responde:

Un tubo de 1,4 m de longitud pesa 3,36 kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este tubo?

PO: 3,36 ÷ 1,4 **R: 2,4 kg.**

página 25

Secuencia didáctica:

En el contenido anterior, los estudiantes aprendieron a dividir dos números decimales mediante la multiplicación por 10.

En esta sesión, retoman esos aprendizajes de la siguiente manera:

- La multiplicación de los números decimales por 10 equivale a desplazar la coma decimal una posición hacia la derecha (pasos ① y ②). Este desplazamiento se indica tachando la coma en su ubicación inicial.
- La operación se efectúa como una división de un número decimal entre un número natural (paso ③), consolidando el procedimiento trabajado previamente en quinto grado.

De este modo, se establece el cálculo de divisiones de números decimales en forma vertical, favoreciendo la claridad en los pasos y la comprensión gradual del algoritmo.

Aprendizaje esperado:

Realiza divisiones de números decimales en forma vertical.

P: ¿Cómo calcular en forma vertical?

- Plantee el PO: 6,76 ÷ 5,2.
- Indique que hagan el cálculo en forma vertical.

S: Calcula.

- Guíe los pasos de esta manera:

1. Escriba la división con el signo en forma vertical y mueva la coma del divisor hasta convertirlo en número natural.
2. Desplace la coma decimal del dividendo hacia la derecha tantas posiciones como en el divisor.

   Indique que estos movimientos se mostrarán tachando las comas decimales en ambos números.
3. Divida 67,6 ÷ 52, como un decimal entre un natural.

- Resalte que los primeros dos pasos son equivalentes a multiplicar tanto el divisor como el dividendo por 10, así el cociente no cambia.

C: Concluye.

- Resuma los pasos a seguir para dividir números decimales en forma vertical apoyándose del LT.

Ej: Analiza.

- Explique los cálculos utilizando el tachado de las comas decimales para representar los movimientos.

E: Ejercita.

- Monitoree que logren calcular aplicando la conclusión.

Unidad 3

Aprendizaje esperado:
Realiza divisiones de números decimales agregando cero en el cociente o en el dividendo.

P1: Divide en forma vertical.

- Plantee el PO: 1,68 ÷ 5,6 y solicíteles que hagan el cálculo hasta tener residuo 0.

S: Calcula.

- Recuerde los pasos para realizar la división de decimales en forma vertical.
- Explique el cálculo enfatizando en el hecho que como el dividendo es menor que el divisor, se escribe 0 en las unidades del cociente.

P2: Divide en forma vertical.

- Plantee el PO: 9,8 ÷ 3,5 y solicíteles que hagan el cálculo hasta tener residuo 0.

S: Calcula.

- Monitoree el avance de los estudiantes y explique el cálculo resaltando que el procedimiento no cambia incluso si se debe agregar 0 al dividendo para poder obtener residuo 0.

C: Concluye.

- Establezca la conclusión a partir de P1 y P2.

Ej: Analiza.

- Haga hincapié que en estos casos se combinan las dos situaciones anteriores.

E: Ejercita.

- Monitoree que realicen los cálculos agregando los ceros necesarios.

Contenido 4: División de números decimales agregando cero

Problema 1

Divide 1,68 ÷ 5,6 en forma vertical.

Solución

```
   1,6,8 |5,6
 –   0    0,3
   1 6 8
 – 1 6 8
       0
```

Cociente: 0,3

Problema 2

Divide 9,8 ÷ 3,5 en forma vertical.

Solución

```
   9,8,0 |3,5
 – 7 0    2,8
   2 8 0
 – 2 8 0
       0
```

Cociente: 2,8

Conclusión

En una división de decimales, se agrega 0 en:
- Las unidades del cociente, si el dividendo es menor que el divisor.
- En el dividendo hasta obtener residuo 0.

Ejemplo

a) 0,4 ÷ 0,5

```
   0,4,0 |0,5
 –   0    0,8
     4 0
   – 4 0
       0
```

b) 8 ÷ 3,2

```
   8,0 0 |3,2
 – 6 4    2,5
   1 6 0
 – 1 6 0
       0
```

Ejercicios

Ver el proceso del cálculo en Anexos, página 228.

1. Divide:

a) 1,28 ⌊3,2 **Cociente: 0,4**
b) 3,44 ⌊4,3 **Cociente: 0,8**
c) 2,3 ⌊9,2 **Cociente: 0,25**
d) 4,65 ÷ 6,2 **Cociente: 0,75**

2. Divide:

a) 5,4 ÷ 4,5 **Cociente: 1,2**
b) 3,9 ÷ 1,5 **Cociente: 2,6**
c) 0,2 ÷ 0,5 **Cociente: 0,4**
d) 6 ÷ 2,4 **Cociente: 2,5**

página 26

Secuencia didáctica:

En el contenido anterior, los estudiantes aprendieron a resolver divisiones entre números decimales utilizando el formato vertical. En esta sesión, continúan trabajando con ese mismo procedimiento, enfrentando casos que requieren escribir ceros en el cociente o agregarlos al dividendo para alcanzar un residuo 0.

A través de estas situaciones, se busca que los estudiantes:

- Identifiquen cuándo y por qué deben incluir ceros en el cociente o el dividendo.
- Comprendan que el algoritmo puede extenderse sin alterar el valor del número, respetando la notación decimal.

División entre un número decimal mayor o menor que 1

Contenido 5: División entre un número decimal mayor o menor que 1

Problema

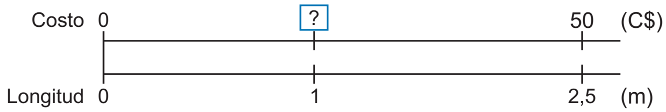
Julia compró 2,5 m de cinta roja por 50 córdobas y 0,8 m de cinta azul también por 50 córdobas.

a) ¿Cuánto cuesta 1 m de cinta roja? ¿Es mayor o menor que 50 córdobas?

b) ¿Cuánto cuesta 1 m de cinta azul? ¿Es mayor o menor que 50 córdobas?

Solución

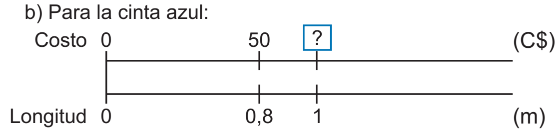
a) Para la cinta roja:




```
  5 0,0 |2,5
– 5 0    2 0
    0
```

PO: 50 ÷ 2,5
R: 20 córdobas, es **menor** que 50 córdobas.

b) Para la cinta azul:




```
  5 0,0,0 |0,8
– 4 8      6 2,5
    2 0
  – 1 6
      4 0
    – 4 0
        0
```

PO: 50 ÷ 0,8
R: 62,5 córdobas, es **mayor** que 50 córdobas.

Conclusión

El cociente es menor, si se divide entre un número decimal mayor que 1, y es mayor si se divide entre un número decimal menor que 1.

Ejemplo

Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que 1,8:

a) 1,8 ÷ 1,2 b) 1,8 ÷ 0,6 c) 1,8 ÷ 2,4 d) 1,8 ÷ 0,2 e) 1,8 ÷ 1

R: b) y d), porque se divide por números decimales menores que 1.

Ejercicios

1. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente menor que 6: **b) y d)**

a) 6 ÷ 0,2 b) 6 ÷ 1,5 c) 6 ÷ 0,3 d) 6 ÷ 1,2

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que 2,4:

a) 2,4 ÷ 0,1 b) 2,4 ÷ 1,2 c) 2,4 ÷ 4,8 d) 2,4 ÷ 0,5

a) y d)

Aprendizaje esperado:
Compara el cociente con el dividendo en divisiones entre un número decimal mayor, menor o igual a 1.

P: Describe la situación.

- Indique que escriban el PO y que respondan a cada inciso.

¿En qué caso el cociente es mayor o menor que 50?

S: Calcula.

- Solicite realicen los cálculos en forma vertical y haga ver que en:
  a) 2,5 es mayor que 1.
  b) 0,8 es menor que 1.
- Discuta las respuestas obtenidas y enfatice que el cociente en:
  a) 20 es menor que 50.
  b) 62,5 es mayor que 50.

C: Concluye.

- Exprese que, al dividir una cantidad entre un número decimal mayor que 1, el cociente será menor que la cantidad original. En cambio, si se divide entre un número decimal menor que 1, el cociente será mayor.

Ej: Analiza.

- Resalte el número decimal entre el que se divide 1,8 y compárelo con 1, luego aplique la conclusión.

E: Ejercita.

- Monitoree que respondan acertadamente aplicando la conclusión (sin necesidad de efectuar los cálculos).

Secuencia didáctica:

En contenidos anteriores, los estudiantes aprendieron a dividir números decimales. En esta sesión, comparan el cociente de una división con divisor, comprendiendo que, al dividir entre un número decimal mayor que 1, el cociente será menor que la cantidad original. Por el contrario, si se divide entre un número decimal menor que 1, el cociente será mayor.

Lo esencial es que los estudiantes apliquen esta propiedad de forma directa, sin necesidad de realizar cálculos, y que comprendan cómo estas situaciones difieren de los casos de multiplicación con números mayores o menores que la unidad, favoreciendo así una comprensión más profunda de las relaciones entre ambas operaciones.

S2C1 El residuo en una división con números decimales

Aprendizaje esperado:
Calcula el residuo de una división de números decimales y lo utiliza para comprobar dicho cálculo.

P: Plantea un PO.

- Indique que encuentren la cantidad de picheles que se llenan completamente escribiendo el PO.

S: Calcula.

- Indique que realicen el cálculo de manera vertical, comenzando por dividir únicamente las unidades, ya que la cantidad de picheles que se pueden llenar completamente debe ser un número natural.
- Explique que al bajar las décimas (3), estas son las sobrantes, y se escribe 0,3. Por tanto, se tiene cociente: 4 y residuo: 0,3.

C: Concluye.

- Explique la conclusión apoyándose del LT.

Ej: Analiza.

- Explique el cálculo con cociente natural, especificando cociente: 3 y residuo 2,6. Así como, su comprobación.

E: Ejercita.

- Monitoree que realicen correctamente los cálculos con cociente natural en forma vertical, especificando el cociente y el residuo como un número decimal en cada caso.

Sección 2: El residuo en una división con números decimales

Contenido 1: El residuo en una división con números decimales

Problema

Hay 2,3 L de jugo. Si se reparten equitativamente en picheles de 0,5 L, ¿cuántos picheles se llenan completamente? ¿Cuántos litros sobran?

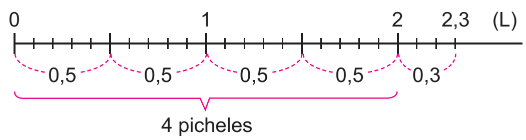
Escribe el PO y calcula en forma vertical.

Solución

PO: 2,3 ÷ 0,5

```
  2,3 |0,5
– 2 0   4
  0,3
```

Cociente: 4
Residuo: 0,3



R: 4 picheles y sobran 0,3 L.

Conclusión

Al dividir números decimales, la coma decimal del residuo debe alinearse con la coma decimal del dividendo y su comprobación puede hacerse utilizando la expresión:

cociente × divisor + residuo = dividendo

Ejemplo:

```
  2,3 |0,5
– 2 0   4
  0,3
```

Comprobación:
4 × 0,5 + 0,3 = 2,3
cociente × divisor + residuo = dividendo

Ejemplo

Divide 14,9 ÷ 4,1 con cociente entero y comprueba:

```
  1 4,9 |4,1
– 1 2 3   3
    2,6
```

Cociente: 3
Residuo: 2,6

Comprobación: 3 × 4,1 + 2,6 = 14,9

Ejercicios *Ver el proceso del cálculo en Anexos, página 228.*

1. Divide con cociente entero y comprueba:
   a) 2,5 |0,7 **Cociente: 3 Residuo: 0,4**
   b) 9,7 |4,2 **Cociente: 2 Residuo: 1,3**
   c) 15,6 |3,1 **Cociente: 5 Residuo: 0,1**
   d) 4,9 ÷ 2,3 **Cociente: 2 Residuo: 0,3**
   e) 36,1 ÷ 6,8 **Cociente: 5 Residuo: 2,1**
   f) 51,2 ÷ 8,9 **Cociente: 5 Residuo: 6,7**
2. Escribe el PO y responde:
   Hay 18,2 m de cinta. Si se dan 4,5 m a cada estudiante, ¿a cuántos estudiantes se les pueden repartir? ¿Cuántos metros de cinta sobran?
   PO: 18,2 ÷ 4,5 **R: 4 estudiantes y sobran 0,2 m.**

página 28

Secuencia didáctica:
En la sección anterior, los estudiantes trabajaron en cálculos de división de números decimales sin residuo. Ahora, aplicando la misma estructura y los procedimientos aprendidos en quinto grado, se abordan cálculos de división de números decimales que incluyen un residuo decimal, acompañados de la comprobación correspondiente.

Comprobación del ejercicio 1:

a) 3 × 0,7 + 0,4 = 2,5 b) 2 × 4,2 + 1,3 = 9,7
c) 5 × 3,1 + 0,1 = 15,6 d) 2 × 2,3 + 0,3 = 4,9
e) 5 × 6,8 + 2,1 = 36,1 f) 5 × 8,9 + 6,7 = 51,2

Contenido 2: División de números decimales redondeando el cociente

Problema

a) Comprueba que al dividir 1,2 ÷ 0,9 no se puede obtener residuo 0.
b) Redondea el cociente a las décimas.

Solución

a)

```
  1,2,0 0 |0,9
−   9      1,3 3 ...
    3 0
  − 2 7
      3 0
    − 2 7
        3
```

Si se continúa dividiendo, siempre se tendrá 3 en alguna posición decimal.

b) Para redondear a las décimas se considera el cociente hasta las centésimas, así:

U	d	c
1 ,	3	3

3 < 5

Redondeado a las décimas **1,3**.

Conclusión

Si las cifras decimales del cociente se repiten, el cociente se puede redondear a la posición que se indique.

Ejemplo

Divide 1,7 ÷ 0,3 y redondea el cociente a las centésimas:

```
  1,7,0 0 0 |0,3
− 1 5        5,6 6 6 ...
    2 0
  − 1 8
      2 0
    − 1 8
        2 0
      − 1 8
          2
```

U	d	c	m
5 ,	6	6	6

6 > 5

Redondeado a las centésimas **5,67**.

Ejercicios

Ver el proceso del cálculo en Anexos, página 228.

1. Divide y redondea el cociente a las décimas:

a) 2,5 ⌊1,5 **Cociente: 1,7**

b) 1,4 ⌊0,6 **Cociente: 2,3**

c) 1,3 ÷ 0,3 **Cociente: 4,3**

2. Divide y redondea el cociente a las centésimas:

a) 2,31 ⌊0,9 **Cociente: 2,57**

b) 7,3 ⌊4,5 **Cociente: 1,62**

c) 5,1 ÷ 2,7 **Cociente: 1,89**

página 29

Aprendizaje esperado: Expresa el cociente de números decimales como un número decimal aproximado.

Secuencia didáctica:

En la clase anterior, los estudiantes realizaron divisiones de números decimales con cociente entero, lo que permitió expresar el residuo como un número decimal.

En esta sesión, y siguiendo la propuesta de presentación trabajada en quinto grado, se abordan divisiones entre números decimales en las que no es posible obtener un residuo igual a cero, y en consecuencia, el cociente debe ser estimado.

P: Escribe el PO.

- Indique que:

a) Realicen la división 1,2 ÷ 0,9 y observen qué pasa con las cifras decimales del cociente.
b) El cociente debe expresarse como un decimal redondeado.

S: Calcula y redondea.

Para a):

- Explique el procedimiento y señale que el residuo se repite indefinidamente, por lo que nunca será 0 y por eso, se tiene la misma cifra en cada posición decimal del cociente.

Para b):

- Recuerde las reglas del redondeo y exprese que, el cociente redondeado a las décimas es 1,3.

C: Concluye.

- Establezca que, si las cifras decimales del cociente se repiten, el cociente se puede redondear a la posición que se indique.

Ej: Analiza.

- Explique con detalle el cálculo aplicando la conclusión.

E: Ejercita.

- Monitoree que realicen correctamente los cálculos aplicando la conclusión.

Practiquemos lo aprendido

1. Divide hasta obtener residuo 0:

a) 2 4,0 | 1,2
− 2 4   2 0
0

b) 0,3,0 | 0,5
− 3 0   0,6
0

c) 6,0 | 1,5
− 6 0   4
0

d) 5,8,8 | 2,8
− 5 6   2,1
2 8
− 2 8
0

e) 9,3,0 | 6,2
− 6 2   1,5
3 1 0
− 3 1 0
0

f) 2,9,2 | 7,3
− 2 9 2   0,4
0

g) 4,9 ÷ 1,4
4,9,0 | 1,4
− 4 2   3,5
7 0
− 7 0
0

h) 8,5 ÷ 6,8
8,5,0 0 | 6,8
− 6 8   1,2 5
1 7 0
− 1 3 6
3 4 0
− 3 4 0
0

i) 7 ÷ 2,5
7,0,0 | 2,5
− 5 0   2,8
2 0 0
− 2 0 0
0

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente menor que 3,6: **a), e), f)**

a) 3,6 ÷ 2,4   b) 3,6 ÷ 0,9   c) 3,6 ÷ 1

d) 3,6 ÷ 0,12   e) 3,6 ÷ 3,6   f) 3,6 ÷ 1,8

3. Divide y redondea el cociente:

a) 2,8 ÷ 1,8 a las décimas
2,8,0 0 | 1,8
− 1 8   1,5 5...
1 0 0
− 9 0
1 0 0
− 9 0
1 0

Redondeo: 1,6

b) 4,25 ÷ 1,5 a las centésimas
4,2,5 0 0 | 1,5
− 3 0   2,8 3 3...
1 2 5
− 1 2 0
5 0
− 4 5
5 0
− 4 5
5

Redondeo: 2,83

4. Escribe el PO y responde:

a) Ana dispone de 7,2 L de jugo y quiere repartirlos equitativamente en vasos de 0,9 L. ¿Cuántos vasos se necesitan?
PO: 7,2 ÷ 0,9   **R: 8 vasos.**

b) Un tubo de hierro de 3,2 m de longitud pesa 4,8 kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este tubo?
PO: 4,8 ÷ 3,2   **R: 1,5 kg.**

c) Hay 12,3 m de cinta. Si se dan 2,4 m a cada estudiante, ¿a cuántos estudiantes se les pueden repartir? ¿Cuántos metros de cinta sobran?
PO: 12,3 ÷ 2,4   **R: 5 estudiantes y sobran 0,3 m.**

Prueba de Unidad 3: División de números decimales (25 min) /10

Fecha: ____________

Nombre: ____ **Sección:** __________

1. Divide hasta obtener residuo 0:

a) 39 | 1,3

b) 0,9 | 0,5

c) 4,8 | 3,2

d) 7,82 | 2,3

e) 1,74 ÷ 2,9

f) 1,2 ÷ 4,8

2. Divide y redondea el cociente:

a) 1,4 ÷ 0,3 a las décimas

b) 1,74 ÷ 0,9 a las centésimas

3. Escribe el PO y responde:

Un tubo de 1,6 m de longitud pesa 3,84 kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este tubo?

Poliedros y cuerpos que ruedan (6 horas)

1. Competencia

- Analiza las características de las figuras y cuerpos geométricos, para clasificarlos, dibujarlos y modelarlos empleando instrumentos geométricos, la cuadrícula y desarrollos planos.

2. Secuencia de Aprendizaje

Quinto grado

U11: Prismas y cilindros
- Características y clasificación de prismas y cilindros
- Desarrollo plano y perspectiva de una prisma y un cilindro

→

Sexto grado

U4: Poliedros y cuerpos que ruedan
- Clasificación y características de cuerpos geométricos (Poliedros y cuerpos que ruedan)
- Desarrollo plano y perspectiva de una pirámide y un cono

→

Séptimo grado (secundaria)

U7: Medidas de figuras geométricas

Octavo grado (secundaria)

U8: Sólidos

3. Puntos Esenciales

Introducción

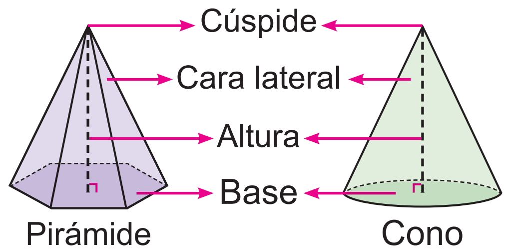
En esta unidad, se espera que los estudiantes observen los elementos que componen a poliedros y cuerpos que ruedan (como polígonos y círculos), comprendan sus características y propiedades. Asimismo, se propone que estudien los desarrollos planos de pirámides y conos rectos. Las primeras son aquellas pirámides cuya base es un polígono regular, cuya altura coincide con la línea recta que conecta al centro del polígono con su cúspide. Asimismo, un cono recto es aquel cuya altura coincide con la línea recta que conecta el centro de la base con la cúspide de este.

Para lograr este propósito, es fundamental que los estudiantes observen, manipulen, armen y desplieguen cuerpos geométricos reales. A través de estas experiencias, los estudiantes profundizan su comprensión sobre las características de las pirámides y los conos, como la forma de sus caras, la relación espacial entre ellas, la cantidad de vértices y de aristas.

Los contenidos que se estudian son:
- Pirámides y conos
- Poliedros y cuerpos que ruedan
- Desarrollo plano de pirámides rectas y conos rectos

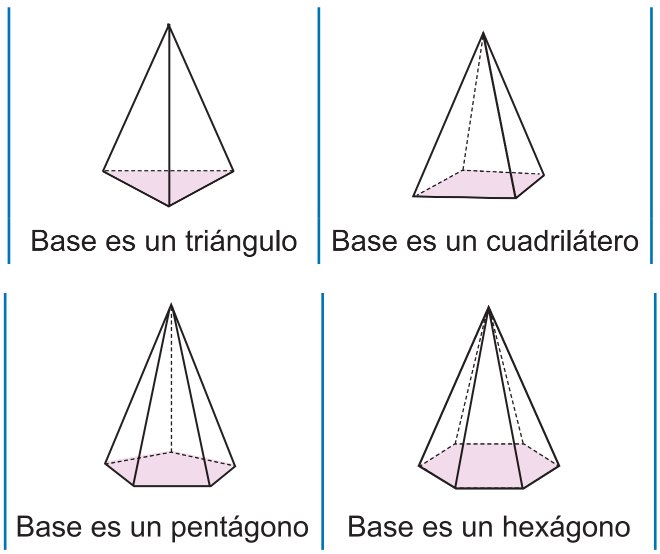
Pirámides y conos

En este contenido, los estudiantes analizarán cuerpos geométricos que tienen una sola base, como lo son la pirámide y el cono.



Pirámide y cono

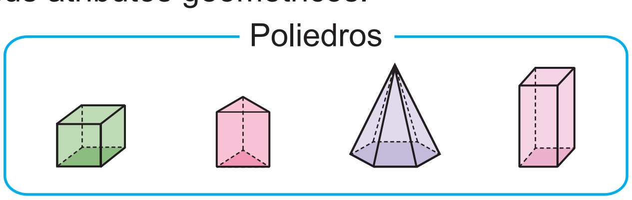
En las pirámides, se hace énfasis en que las caras laterales son triángulos y la base un polígono, lo que permite clasificarlas según la forma de sus bases: triangulares, cuadrangulares, pentagonales, etc.



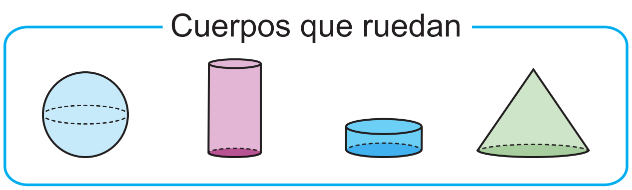
Algunas pirámides

Poliedros y cuerpos que ruedan

Mediante la observación directa de estos modelos, los estudiantes describen sus características (todas sus caras son planas o polígonos, no ruedan, tienen una cara curva, ruedan) para clasificar las figuras a partir de sus atributos geométricos.



Algunos poliedros



Algunos cuerpos que ruedan

	Pirámide triangular	Prisma triangular	Prisma rectangular
Número de bases	1	2	2
Forma de la(s) base(s)	Triángulo	Triángulo	Rectángulo
Forma de caras laterales	Triángulo	Rectángulo	Rectángulo
Número de vértices	4	6	8
Número de caras laterales	3	3	4

Tabla de exploración de algunos poliedros

Mediante una tabla como la de arriba se resume el número y la forma de las bases, el número y la forma de las caras laterales, y el número de vértices de algunos poliedros.

Desarrollo plano de pirámides rectas y conos rectos

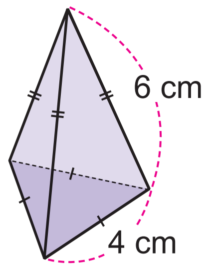
Los estudiantes continúan desarrollando su capacidad de representar desarrollos planos, es decir, la forma en que un cuerpo tridimensional puede "abrirse" para desplegar todas sus caras en una superficie plana.

Para poder dibujar correctamente el desarrollo plano, es necesario comprender bien cuántas caras, aristas y vértices tiene el cuerpo geométrico. Debido a la complejidad que requiere el trazo del desarrollo plano de un cono, solamente dibujarán desarrollos planos de pirámides rectas.

En el caso de los conos, se trabajará con conos rectos y el trabajo del estudiante consistirá en explorar qué formas tienen las partes curvas y planas al abrirlo y colocarlo sobre una superficie plana.

Para la construcción de una pirámide recta, se establecen los siguientes pasos:

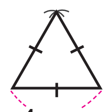
1. Dibujar la base, que es un polígono regular.
2. Luego, dibujar sobre estos lados los triángulos isósceles que representan a las caras laterales.



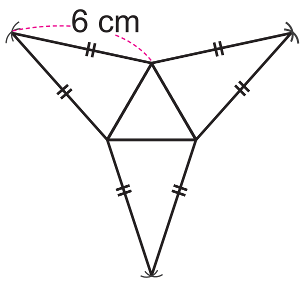
Pirámide triangular

Para el caso específico de la pirámide triangular de arriba, se tiene que:

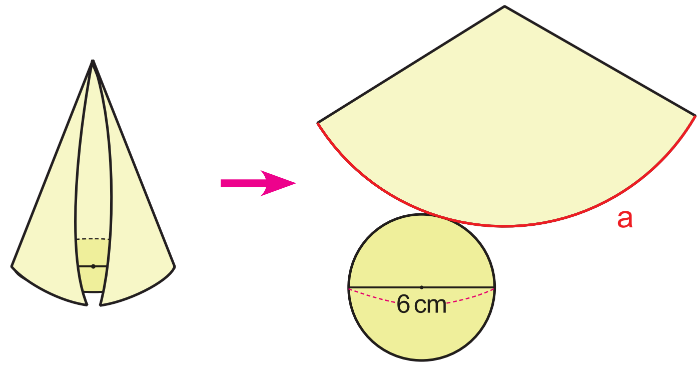
1. Dibuja la base con regla y compás.



2. Dibuja las caras laterales.



En el cono se destaca que su superficie lateral se transforma en un sector circular, cuyo arco tiene la longitud de la circunferencia de la base.



Desarrollo plano de un cono

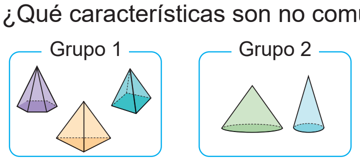
4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

Sección 1, Contenido 1: Pirámide y cono

U4: Poliedros y cuerpos que ruedan
S1C1: Pirámide y cono (p. 32)

__ / __

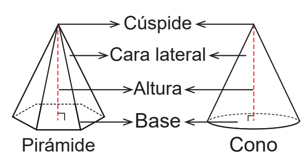
P a) ¿Qué características son comunes en ambos grupos?
b) ¿Qué características son no comunes?



S a) Tienen una sola base y una cúspide.
b)

	Grupo 1	Grupo 2
Número de caras laterales	3 o más (3, 4, 6)	1
Forma de caras laterales	Plana (Triángulos)	Curva
Forma de bases	Polígonos	Círculo

C Los sólidos del Grupo 1 son pirámides y del Grupo 2 son conos.



E 1. Clasifica los sólidos y escribe su nombre.
Poliedros: a), c), e)
Conos: b), d)
a) Pirámide triangular
b) Cono
c) Pirámide cuadrado
d) Cono
e) Pirámide pentagonal

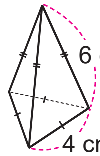
Tarea: 2.

Sección 2, Contenido 1: Desarrollo plano de una pirámide

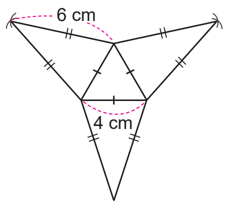
U4: Poliedros y cuerpos que ruedan
S2C1: Desarrollo plano de una pirámide (p. 34)

__ / __

P Dibuja el desarrollo plano de la pirámide.

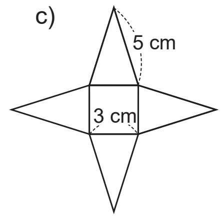


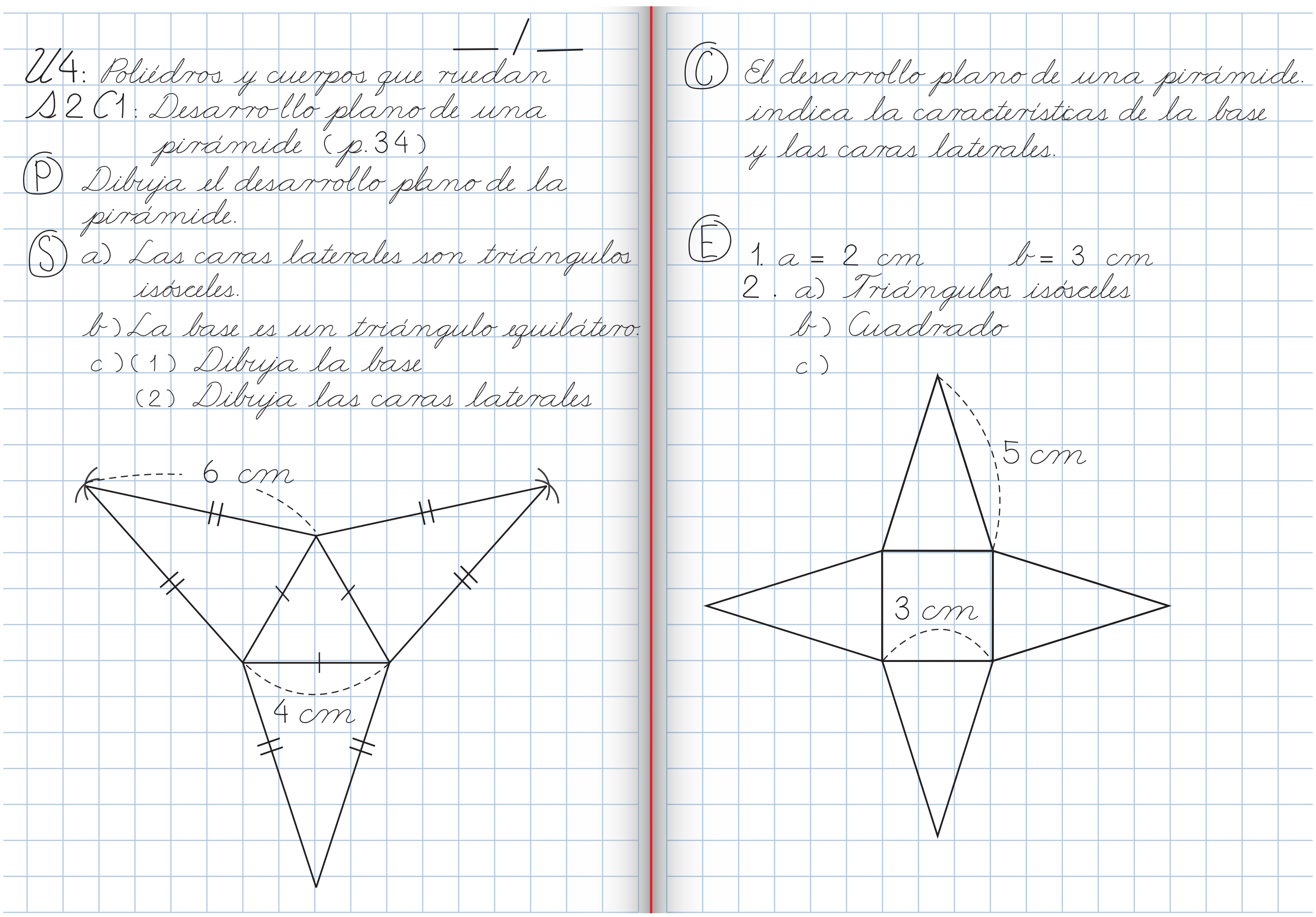
S
a) Las caras laterales son triángulos isósceles.
b) La base es un triángulo equilátero.
c) (1) Dibuja la base (2) Dibuja las caras laterales



C El desarrollo plano de una pirámide indica las características de la base y las caras laterales.

E
1. a = 2 cm b = 3 cm
2. a) Triángulos isósceles
   b) Cuadrado
   c)




U4: Poliedros y cuerpos que ruedan
S2C1: Desarrollo plano de una pirámide (p.34)
P Dibuja el desarrollo plano de la pirámide.
S a) Las caras laterales son triángulos isósceles.
b) La base es un triángulo equilátero.
c) (1) Dibuja la base
(2) Dibuja las caras laterales

C El desarrollo plano de una pirámide indica la características de la base y las caras laterales.
E 1. a = 2 cm b = 3 cm
2. a) Triángulos isósceles
b) Cuadrado
c)

Aprendizaje esperado:
Clasifica cuerpos sólidos en pirámides y conos.

Materiales: Lámina con la figura del problema, modelos de pirámide y cono.

P: Explora las características.

- Pegue la lámina en la pizarra. Pregunte:

  ¿Qué características son comunes a los cuerpos de ambos grupos? R: Tienen solo una base.

  ¿Qué características son no comunes? R: Grupo 1 no ruedan, Grupo 2 sí ruedan.

S: Identifica características comunes y no comunes.

- Los estudiantes identifican:
  - Ambos grupos tienen una sola base y tienen una cúspide.
  - Los sólidos del Grupo 1 tienen 3 o más caras laterales, mientras que los del Grupo 2 tienen 1 cara.
  - Los sólidos del Grupo 1 tienen sus caras laterales planas, mientras que los del Grupo 2 tienen su cara lateral curva.

C: Profundiza su aprendizaje sobre sólidos.

- Explique la conclusión.
  - Haga notar que la pirámide y el cono tienen una cúspide.
  - Explique que el nombre de una pirámide está dado por la forma de su base.
  - Señale que las caras laterales de la pirámide son triángulos.

E: Practica lo aprendido.

- E1. Pida que expliquen las razones de su elección.

Unidad 4

Unidad 4 — **Poliedros y cuerpos que ruedan**

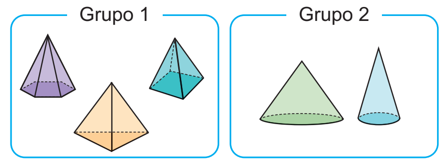
Sección 1: Clasificación de cuerpos geométricos

Contenido 1: Pirámide y cono

Problema

Natalia clasificó los sólidos en dos grupos:

a) ¿Qué características son comunes a los cuerpos de ambos grupos?
b) ¿Qué características son no comunes?



Solución

a) Tienen una sola base.
Tienen una cúspide.

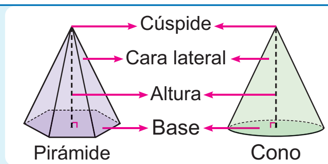
b)

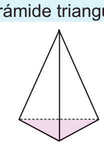
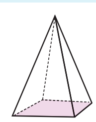
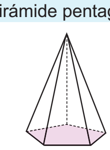
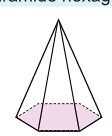
	Grupo 1	Grupo 2
Número de caras laterales	3 o más	1
Forma de caras laterales: Plano o curva	Plana	Curva

Las bases en el Grupo 1 son polígonos. Las bases en el Grupo 2 son círculos.

Conclusión

Los sólidos como los del Grupo 1 se llaman **pirámides** y sus caras laterales son triángulos.
Los sólidos como los del Grupo 2 se llaman **conos**.
Una pirámide se nombra de acuerdo con la forma de su base:

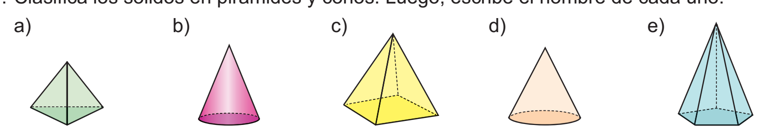


Pirámide triangular	Pirámide cuadrangular	Pirámide pentagonal	Pirámide hexagonal
			
Base es un triángulo	Base es un cuadrilátero	Base es un pentágono	Base es un hexágono

Ejercicios

Pirámides: a), c), e) Conos: b), d) Ver respuesta abajo.

1. Clasifica los sólidos en pirámides y conos. Luego, escribe el nombre de cada uno.



2. Busca objetos de tu entorno que tengan forma de conos y formas de pirámides.
Se omite la respuesta.

página 32

Secuencia didáctica:

En esta clase, se clasificarán cuerpos sólidos en pirámides y conos, de forma análoga a como clasificaron prismas y cilindros en quinto grado. Hay que dirigir la atención a que los estudiantes observen la forma de las caras: planas o curvas. Asimismo, los estudiantes pueden hacerlo mencionando que ruedan o no ruedan, como en primer grado, pero debe de guiarse a que vean que ruedan porque tienen una cara curva o no ruedan porque todas sus caras son planas. Prepare los modelos de cono y pirámide con los anexos P.164 del LT (GM P. 236 y 237).

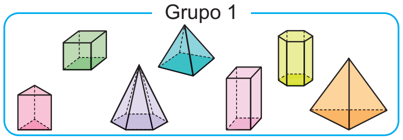
Respuestas del ejercicio 1:

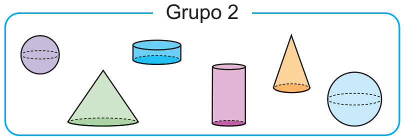
a) Pirámide triangular — b) Cono
c) Pirámide cuadrangular — d) Cono
e) Pirámide pentagonal

Contenido 2: Clasificación de cuerpos geométricos

Problema

Natalia clasificó los sólidos en dos grupos:





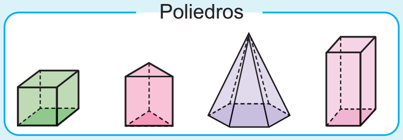
¿Qué características consideró para hacer esa clasificación?

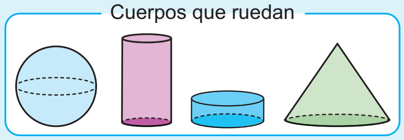
Solución

Grupo 1	Todas sus caras son planas.
Grupo 2	Tienen caras curvas.

Conclusión

Los sólidos rodeados por caras planas se llaman **poliedros**. Los sólidos rodeados por caras curvas o caras curvas y planas se llaman **cuerpos que ruedan**.

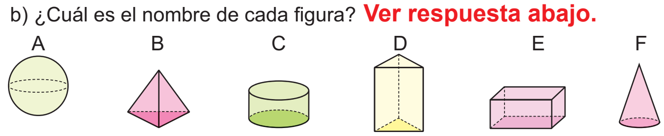




Los prismas y pirámides son ejemplos de poliedros. La esfera, el cilindro y el cono son ejemplos de cuerpos que ruedan.

Ejercicios

1. Dados los cuerpos geométricos, responde: **a) Poliedros: B, D, E** **Cuerpos que ruedan: A, C, F**
   a) ¿Cuáles son poliedros y cuáles son los cuerpos que ruedan?
   b) ¿Cuál es el nombre de cada figura? **Ver respuesta abajo.**



2. Completa la tabla considerando las figuras B, D y E del ejercicio 1.

	Figura B	Figura D	Figura E
Número de bases	1	2	2
Forma de la(s) base(s)	Triángulo	Triángulo	Rectángulo
Forma de caras laterales	Triángulo	Rectángulo	Rectángulo
Número de vértices	4	6	8
Número de caras laterales	3	3	4

Aprendizaje esperado:
Clasifica cuerpos sólidos en poliedros y cuerpos que ruedan.

Materiales: Lámina con la figura del problema.

P: Piensa la característica de clasificación.

- Pegue la lámina en la pizarra. Pregunte:

  ¿Qué característica tienen en común los sólidos del Grupo 1? R: Todas sus caras son planas.

  ¿Qué característica tienen en común los sólidos del Grupo 2? R: Ruedan.

S: Identifica características de clasificación.

- Los estudiantes centran su atención en sí las caras son planas o curvas.
- Mencionan que en el Grupo 1, todas las caras son polígonos y planas; mientras que en el Grupo 2, los sólidos tienes caras curvas.

C: Profundiza su aprendizaje sobre sólidos.

- Explique la conclusión del LT.
- Haga notar que los prismas y pirámides son ejemplos de poliedros. La esfera, el cilindro y el cono son ejemplos de cuerpos que ruedan.

E: Practica lo aprendido.

- E1. Pida que expliquen las razones de su elección.
- E2. Pida a los estudiantes que copien la tabla en su cuaderno y la completen.

Secuencia didáctica:
En esta clase, los estudiantes clasificarán cuerpos sólidos en poliedros y cuerpos que ruedan, retomando lo aprendido sobre prismas, cilindros, esferas, pirámides y conos. Hay que dirigir la atención a que los estudiantes observen la forma de las caras: planas o curvas. Los estudiantes pueden hacerlo mencionando que ruedan o no ruedan, pero debe de guiarse a que vean que ruedan porque tienen una cara curva o no ruedan porque todas sus caras son planas.

Respuestas del ejercicio 1 b):

A: Esfera	B: Pirámide triangular
C: Cilindro	D: Prisma triangular
E: Prisma rectangular	F: Cono

Aprendizaje esperado: Explora las características de una pirámide utilizando su desarrollo plano.

Materiales: Modelo de pirámide, regla y compás.

P: Analiza cómo se construye el desarrollo plano.

- Muestre el prisma triangular preparado.
- Pregunte:

  ¿Qué forma tiene la base?
  R: triángulo equilátero.

  ¿Qué forma tienen las caras laterales?
  R: triángulos isósceles.

S: Dibuja el desarrollo plano.

- Explique en la pizarra el proceso descrito en el LT.
  - Primero se dibuja con regla y compás un triángulo equilátero de lado 4 cm.
  - Luego, se dibujan sobre los lados del triángulo dibujado, triángulos isósceles con lados de medida 6 cm.

C: Resume lo aprendido.

- Explique la conclusión del LT.

E: Practica lo aprendido.

E1: Pida a los estudiantes que expliquen sus respuestas.

E2: Para el inciso c) explique que:

- Primero se dibuja usando regla y cartabón un cuadrado de lado 3 cm.
- Luego, se dibujan sobre los lados del cuadrado dibujado, triángulos isósceles con lados de medida 5 cm.

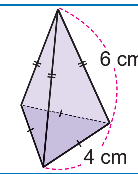
Sección 2: Desarrollo plano

Contenido 1: Desarrollo plano de una pirámide

Problema

Dada la perspectiva de la pirámide triangular:

a) ¿Qué forma tienen las caras laterales?
b) ¿Qué forma tiene la base?
c) Dibuja un desarrollo plano de este.

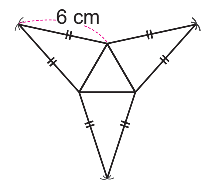


Solución

a) Triángulos isósceles con base de 4 cm y lados de 6 cm.
b) Triángulo equilátero.
c) Con un compás se dibuja el triángulo equilátero que corresponde a la base. Luego sobre cada lado, se dibuja un triángulo isósceles que corresponde a las caras laterales.

(1) Dibuja la base con regla y compás

(2) Dibuja las caras laterales

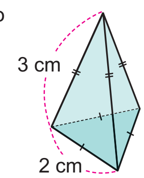


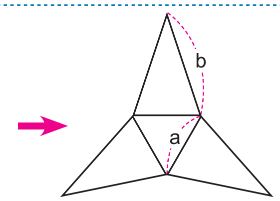
Conclusión

El desarrollo plano de una pirámide indica las características de la base y las caras laterales.

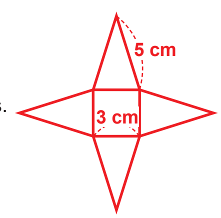
Ejercicios

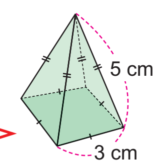
1. Dada la perspectiva y desarrollo plano de la pirámide, escribe los valores de a y b para el desarrollo plano que se muestra.
   a = 2 cm
   b = 3 cm





2. Dada la perspectiva de la pirámide con base cuadrada:
   a) ¿Qué forma tienen las caras laterales?
   Triángulo isósceles
   b) ¿Qué forma tiene la base?
   Cuadrado
   c) Dibuja un desarrollo plano con regla y compás.





página 34

Secuencia didáctica:
En esta clase, los estudiantes representarán en el plano pirámides cuya base es un polígono regular y sus caras laterales son triángulos isósceles, con el objetivo de identificar cómo se distribuyen sus caras en una sola superficie. Use la pirámide triangular que pueden formar con el desarrollo plano del anexo P. 237 de la GM, para guiar a los estudiantes a reflexionar sobre las figuras que componen el cuerpo. A través de preguntas orientadoras, reconocerán que las partes laterales son triángulos isósceles y la base, triángulo equilátero o cuadrado, según sea el caso.

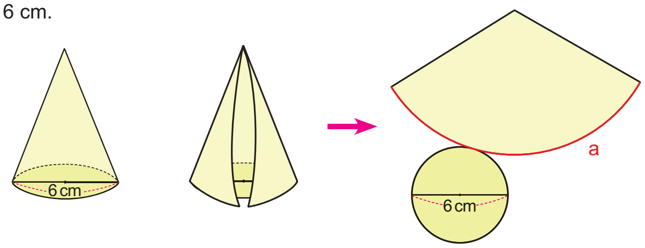
S2C2 Desarrollo plano de un cono

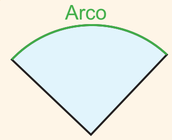
No. 4/6

Contenido 2: Desarrollo plano de un cono

Problema

En la figura se muestra la perspectiva y el desarrollo plano de un cono cuya base tiene un diámetro de 6 cm.





Arco: Porción de una circunferencia.

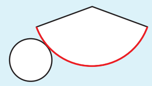
a) ¿Cuál es la forma de la cara lateral si se abre el cono?
b) ¿Con quién coincide la longitud del arco a?
c) ¿Cuál es el valor de a?

Solución

a) Un sector circular.
b) Con la longitud de la circunferencia de la base.
c) a = 3,14 × 6 = 18,84 (cm).

Conclusión

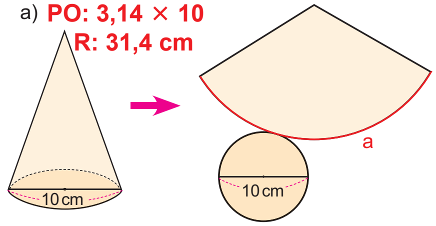
En el desarrollo plano de un cono, la cara lateral es un sector circular cuya longitud del arco que lo limita es la longitud de la circunferencia de la base.



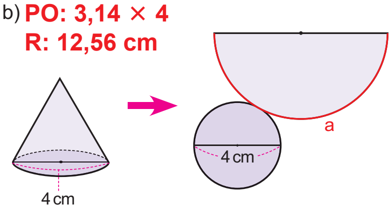
Ejercicios

Dada la perspectiva y el desarrollo plano de un cono, escribe la longitud de a.

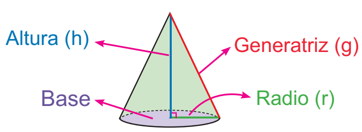
a) **PO: 3,14 × 10**
R: 31,4 cm



b) **PO: 3,14 × 4**
R: 12,56 cm



Más información



La **generatriz** es una línea recta que une la cúspide con un punto de la circunferencia de la base.

página 35

Secuencia didáctica:
En esta sesión, los estudiantes explorarán cómo se representa un cono recto en un desarrollo plano. Un cono recto es aquel cuya línea recta que une el centro de la base con la cúspide, coincide con la altura del cono.
Use el cono recto que pueden formar con el desarrollo plano del anexo P. 238 de la GM para invitar a los estudiantes a reflexionar sobre la transformación de la superficie curva en una figura plana. El docente conducirá una discusión para destacar que la cara lateral se convierte en un sector circular cuyo arco tiene la longitud de la circunferencia de la base. Posteriormente, se modelarán los cálculos.

Aprendizaje esperado:
Explora las características de un cono, utilizando su desarrollo plano.

Materiales: Modelo de cono.

P: Analiza el desarrollo plano.
- Pida que lean en el LT el problema y su solución.
- Pregunte:

  ¿Qué tipos de caras tiene el cono? R: Curvas y planas.

  ¿Qué forma tiene la parte curva al extenderse en un plano? R: Un sector circular.

  ¿Cómo son la longitud del arco de este con la circunferencia del círculo base? R: Iguales.

  ¿Cómo se calcula la longitud de la circunferencia?
  R: 3,14 × diámetro.

S: Calcula la longitud del arco del sector circular.
- Pregunte ***¿Cuál es el PO que permite calcular la longitud del arco?***

  R: Ellos plantean PO: 3,14 × 6
  Hacen el cálculo.

C: Resume lo aprendido.
- Explique la conclusión del LT.
- Haga notar que la forma de la cara lateral es un sector circular, cuyo arco tiene la longitud de la circunferencia de la base.

E: Practica lo aprendido.
- Pida a los estudiantes que expliquen sus respuestas.

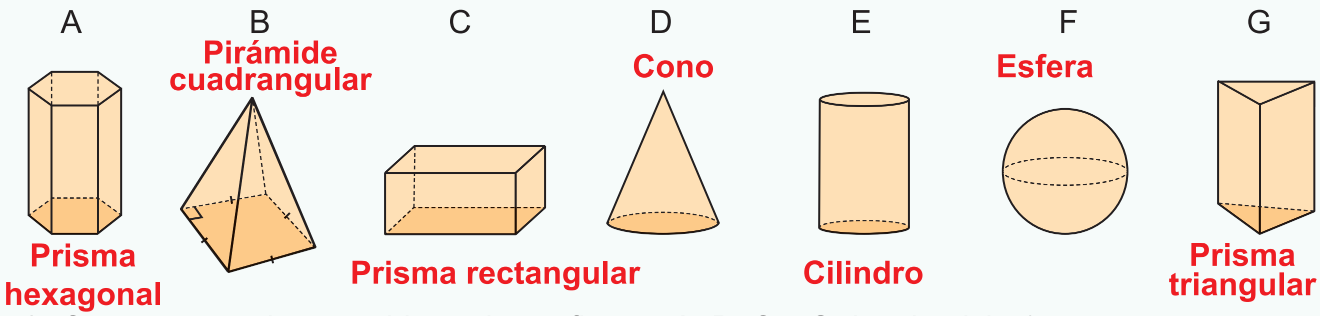
Más información
- Mencione que el cono es recto y resalte que la generatriz es una línea recta que conecta la cúspide con un punto de la circunferencia de la base.

Unidad 4

Practiquemos lo aprendido

1. Dados los cuerpos geométricos, responde:
   a) ¿Cuáles son poliedros y cuáles son cuerpos que ruedan?
   b) ¿Cuál es el nombre de cada figura?

a) Poliedros: A, B, C, G
Cuerpos que ruedan: D, E, F

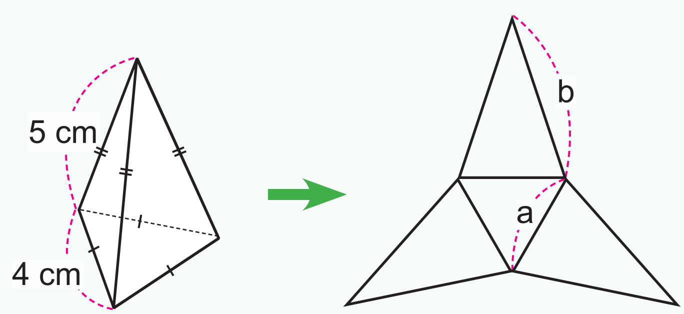


2. Completa la tabla considerando las figuras A, B, C y G del ejercicio 1.

	Figura A	Figura B	Figura C	Figura G
Número de bases	**2**	**1**	**2**	**2**
Forma de la(s) base(s)	**Hexágono**	**Cuadrado**	**Rectángulo**	**Triángulo**
Forma de caras laterales	**Rectángulo**	**Triángulo**	**Rectángulo**	**Rectángulo**
Número de vértices	**12**	**5**	**8**	**6**
Número de caras laterales	**6**	**4**	**4**	**3**

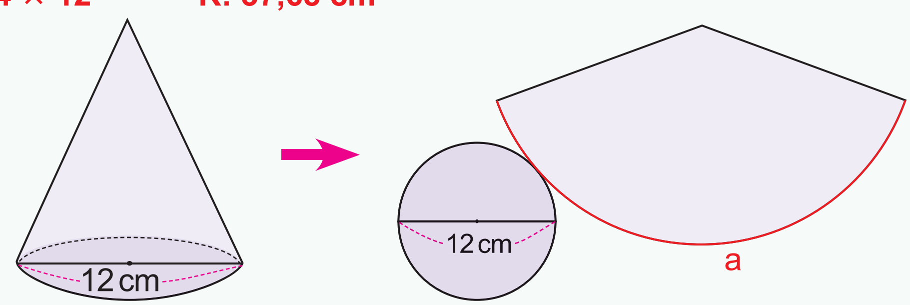
3. Dada la perspectiva y desarrollo plano de la pirámide, escribe los valores de a y b para el desarrollo plano que se muestra.

a = 4 cm
b = 5 cm



4. Dada la perspectiva y el desarrollo plano de un cono, escribe la longitud de a.

PO: 3,14 × 12 **R: 37,68 cm**

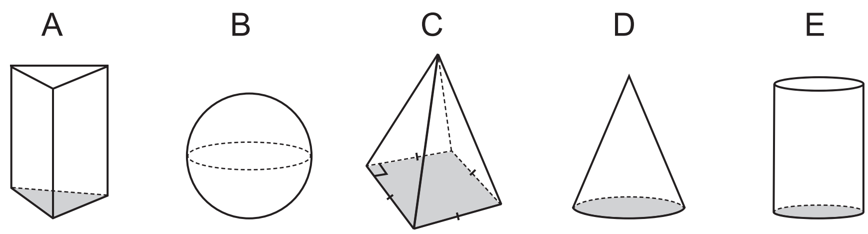


Prueba de Unidad 4: Poliedros y cuerpos que ruedan (25 min) /10

Fecha:____________

Nombre: ____ **Sección:**__________

1. Dados los cuerpos geométricos ¿cuáles son poliedros y cuáles son cuerpos que ruedan?



Poliedros:

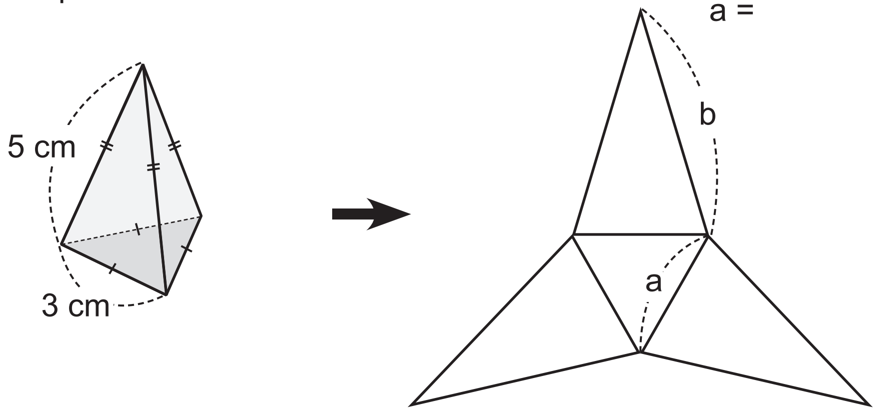
Cuerpos que ruedan:

2. Complete la tabla considerando las figuras C y D del ejercicio 1.

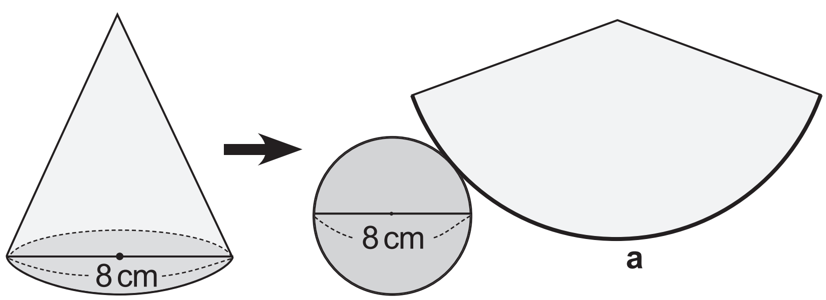
	Figura C	Figura D
Número de bases		
Forma de la(s) base(s)		

3. Dada la perspectiva y desarrollo plano de la pirámide, escribe los valores de a y b para el desarrollo plano que se muestra.

a = b =



4. Dada la perspectiva y desarrollo plano del cono, escribe el proceso de cálculo y responde la longitud de a.



Unidad 5

Área (15 horas)

1. Competencia

- Aplica el cálculo de área de trapecios, rombos y figuras circulares, y de volumen de cubos y prismas rectangulares en situaciones de la vida cotidiana.

2. Secuencia de Aprendizaje

Quinto grado

U5: Área
- Área de paralelogramos
- Área de triángulos

→

Sexto grado

U5: Área
- Área de cuadriláteros (trapecios, rombos y figuras compuestas)
- Estimación de áreas
- Área del círculo y sectores circulares

→

Séptimo grado (secundaria)

U7: Medidas de figuras geométricas

Octavo grado (secundaria)

U8: Sólidos

3. Puntos Esenciales

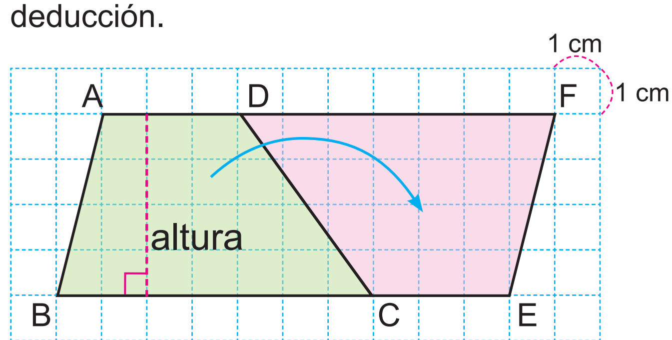
Introducción

En grados anteriores, los estudiantes aprendieron el concepto de área, y calcularon el área de cuadrados, rectángulos, triángulos y paralelogramos. En este grado aprenden a calcular el área de trapecios, rombos, y figuras circulares (círculo, sectores circulares).

El área de trapecios y rombos se aborda con cierta similitud al de triángulos y paralelogramos: cálculo mediante transformación a figuras conocidas, y deducción de la fórmula respectiva. Para el área del círculo, se hace necesario abordar previamente el cálculo de área aproximada; así como también el cálculo cuidadoso de la multiplicación con decimales.

Área de trapecios

El cálculo del área del trapecio se enseña en relación con los conocimientos previos sobre el área del paralelogramo. Por ello, se inicia con una actividad que transforma un trapecio en un paralelogramo. A partir de ahí, se deduce la fórmula correspondiente. El objetivo es que los estudiantes comprendan su significado y puedan utilizarla, al participar en el proceso de deducción.

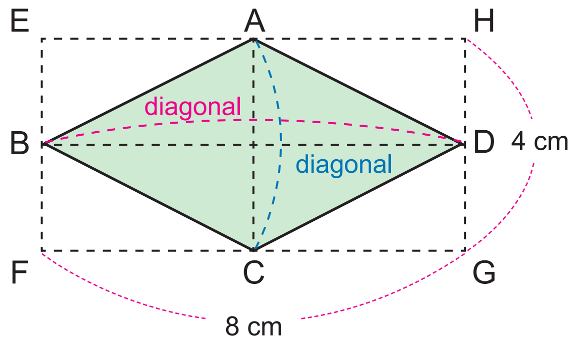


A partir de esto se obtiene la fórmula

Área = (base mayor + base menor) × altura ÷ 2

Área de rombos

Para establecer la fórmula del área de rombos se aborda la transformación a un rectángulo; esta transformación es una que permite al estudiante aplicar la fórmula aprendida para el este cuadrilátero, percibiendo que el rombo es la mitad del rectángulo formado:



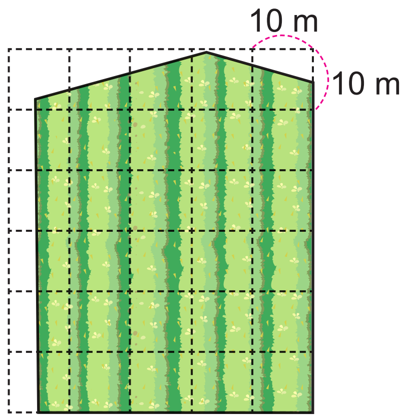
Mediante este aprendizaje, los estudiantes adquieren la fórmula del área del rombo:

Área = diagonal × diagonal ÷ 2

Estimación de área

Un elemento importante para aproximar el área del círculo es la de estimación de área mediante la división en cuadrados, como en la situación siguiente:

Un terreno con forma irregular está dividido en cuadrados, de manera que algunos de estos están completos en el interior, mientras que otros están ubicados en el borde (pero parte de ellos están fuera del terreno).

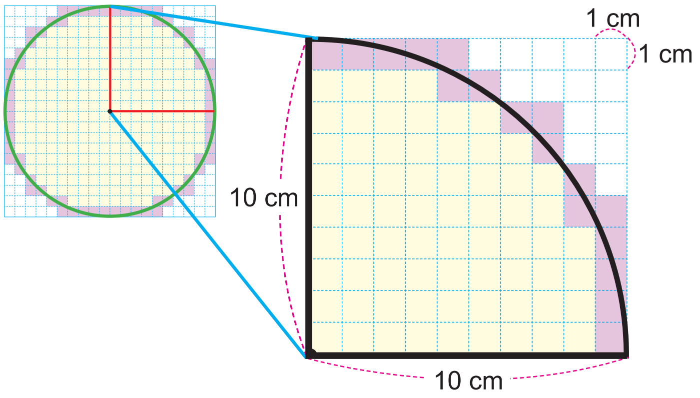


Al abordar una situación de este tipo, es necesario manejar que aquellos cuadrados localizados en el borde, y que tienen parte de ellos fuera de la figura principal, su área se tomará solamente como la mitad para el cálculo (puesto que una parte de ellos es externa).

Área del círculo

La estimación del área del círculo se aborda desde dos formas:

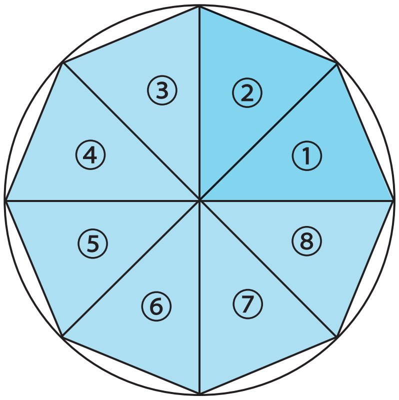
- Mediante cuadrados dentro y en el borde:

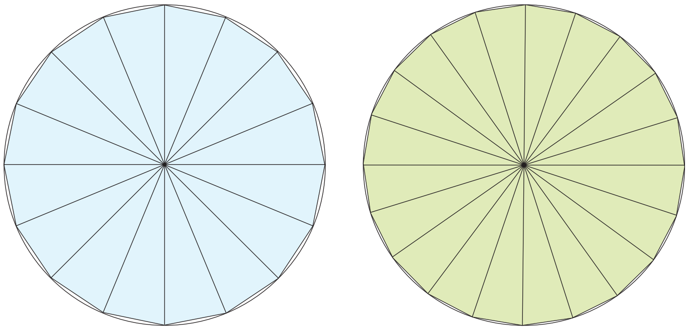


El tratamiento de esta aproximación es como la descrita anteriormente. Es importante que el estudiante localice (en la cuarta parte del círculo que se trabaja) la cantidad de cuadrados completos en el interior (69), y los localizados en el borde (19), de manera que con estos pueda aproximar el área del cuarto de círculo.

- Con polígonos regulares inscritos.

Esto se aborda comparando el área de polígonos inscritos, es decir, polígonos cuyos vértices están sobre la circunferencia:

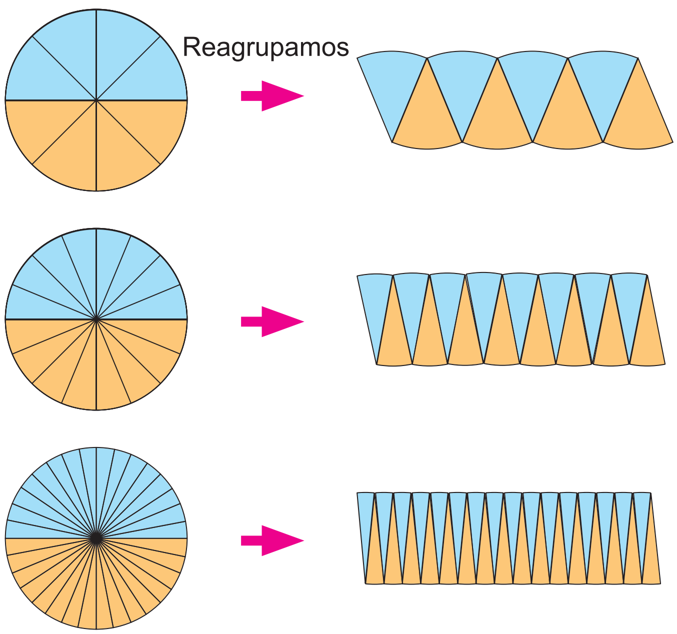




El estudiante comprobará que, a medida que el polígono regular aumenta en número de lados, su área se aproxima más a la del círculo.

Fórmula del área del círculo

Este tópico se aborda de manera práctica, por lo cual, el docente debe preparar los recursos manipulativos para usarse en la pizarra (usar los del Anexo, P. 239, 240 y 241 de la GM), en donde se reagrupan las divisiones del círculo, para dar lugar a una figura similar a un rectángulo:

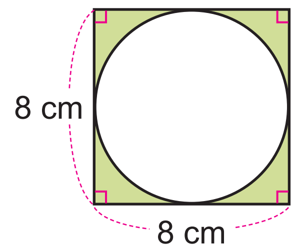


Esta actividad, con el uso de la fórmula para el área del rectángulo, permite establecer la conocida fórmula:

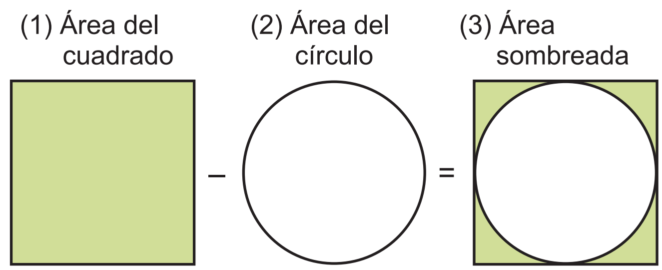
Área = 3,14 × radio × radio

Área de regiones sombreadas

Una aplicación del área del círculo está en el cálculo de área de figuras sombreadas, en las que se hace necesario la descomposición de la figura en otras conocidas, para las cuales se calcule el área respectiva. Por ejemplo, si se desea determinar el área sombreada de



Se debe asegurar la descomposición en:



El cálculo de las áreas respectivas de (1) y (2) y la resta, permite determinar el área sombreada.

4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

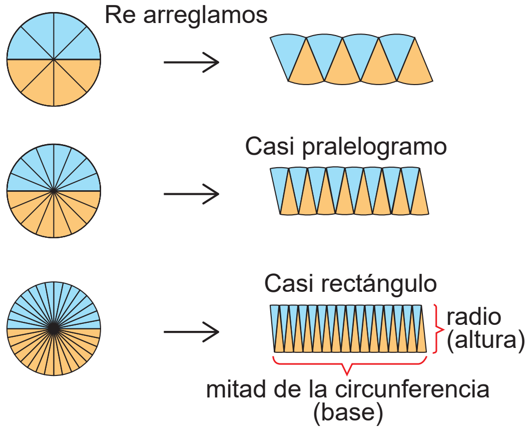
Sección 3, Contenido 3: Fórmula del área del círculo

U5: Área

S3C3: Fórmula del área del círculo (p. 51 - 52)

__ / __

Actividad: Busquemos la fórmula del área del círculo



Mitad de la circunferencia $= 3{,}14 \times$ diámetro $\div 2$

$= 3{,}14 \times$ radio $\times 2 \div 2$

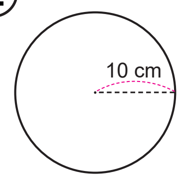
$= 3{,}14 \times$ radio

Área del círculo = $\underbrace{\text{mitad de la circunferencia}}_{\text{(base)}} \times \underbrace{\text{radio}}_{\text{(altura)}}$

$= 3{,}14 \times$ radio $\times$ radio

C Área del círculo $= 3{,}14 \times$ radio $\times$ radio

E Calcula el área del círculo



Área $= 3{,}14 \times$ radio $\times$ radio

$= 3{,}14 \times 10 \times 10$

$= 3{,}14 \times 100$

$= 314$

R: 314 cm².

__ / __

U5: Área

S3C3: Fórmula del área del círculo (p. 51-52)

C Área del círculo $= 3{,}14 \times$ radio $\times$ radio

E Área $= 3{,}14 \times$ radio $\times$ radio

$= 3{,}14 \times 10 \times 10$

$= 3{,}14 \times 100$

$= 314$

R: 314 cm².

R Recordemos

Aprendizaje esperado:
Recuerda el cálculo de área de paralelogramos y triángulos.

Ej: Calculo área.

- Recuerde las fórmulas para calcular el área de paralelogramos y triángulos, explicando la solución de los incisos a) y b) mostrados.

E: Ejercita.

- En E1, revise el cálculo correcto de cada operación, solicitándoles que señalen cuál es la base y la altura de cada paralelogramo.
- Monitoree que calculen el área usando las fórmulas, y que expresen el resultado en cm^2 y m^2.
- En E2, observe que calculen el área de cada triángulo efectuando correctamente las operaciones involucradas en la fórmula.
- También, resalte la identificación correcta de base y altura. Si es necesario, recuérdeles que la altura es perpendicular a la base, y que no necesariamente es una línea vertical.

Unidad 5

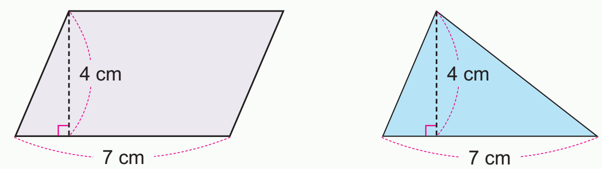
Área

Recordemos

Ejemplo

Calcula el área de las siguientes figuras:

a) paralelogramo b) triángulo



Área del paralelogramo = base × altura
= 7 × 4
= 28

R: 28 cm^2.

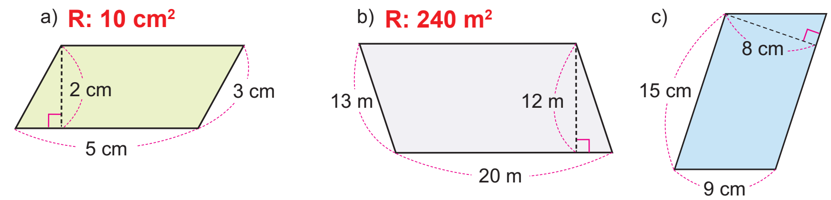
Área de triángulo = base × altura ÷ 2
= 7 × 4 ÷ 2
= 14

R: 14 cm^2.

Ejercicios

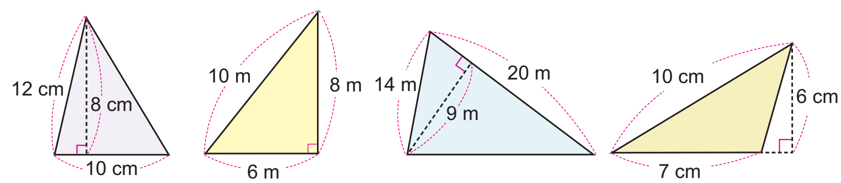
1. Calcula el área de los siguientes paralelogramos:

a) **R: 10 cm^2** b) **R: 240 m^2** c) **R: 120 cm^2**



2. Calcula el área de los siguientes triángulos:

a) **R: 40 cm^2** b) **R: 24 m^2** c) **R: 90 m^2** d) **R: 21 cm^2**



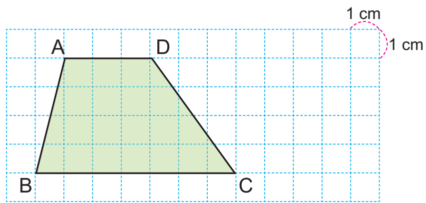
página 38

Sección 1: Área de cuadriláteros

Contenido 1: Área del trapecio

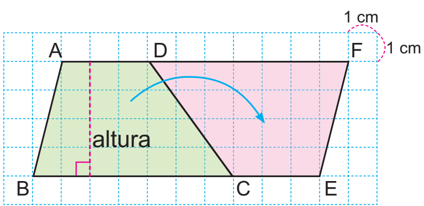
Problema

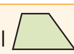
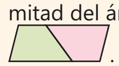
Calcula el área del trapecio ABCD:



Solución

Se puede calcular transformando en un paralelogramo:



Área del  es la mitad del área del .

Si se duplica el trapecio ABCD a como se muestra arriba, el área se calcula como:

(1) Longitud del lado BE es
BE = BC + CE = 7 + 3 = 10
10 cm.

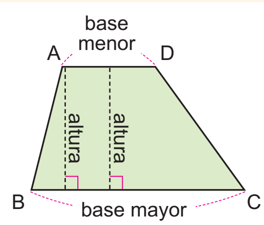
(2) Área del paralelogramo ABEF es
(7 + 3) × 4 = 40
40 cm².

(3) Como el trapecio ABCD es la mitad del paralelogramo, su área es
40 ÷ 2 = 20

R: 20 cm².

BC se denomina **base mayor** y AD **base menor** del trapecio.

La altura del trapecio ABCD es la longitud de las líneas perpendiculares trazadas entre los lados BC y AD. Estas líneas tienen siempre la misma longitud.



Aprendizaje esperado: Calcula el área de trapecios transformándolos a paralelogramos.

Materiales: Dibujo de paralelogramo con cuadrícula.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Lee el problema.

- Ubique el trapecio en la pizarra.
- Transforma el trapecio en un paralelogramo duplicándolo.

S: Transforma la figura.

- Induzca a la transformación que aparece en el LT: duplicando el trapecio y colocando de la forma adecuada se forma el paralelogramo.
- Solicite que señalen del paralelogramo: base y altura; calculen su área.

¿Cuánto es el área del trapecio respecto a la del paralelogramo?

- Si es necesario, señale que el área del trapecio es la mitad del área del paralelogramo, así que se debe dividir entre 2.
- Establece elementos del trapecio.
- Explique que, en un trapecio el lado más largo de los lados paralelos se llama base mayor y el más corto, base menor.
- Haga notar que la base del paralelogramo es la suma de las bases del trapecio.
- También explique que la altura es la longitud de las líneas perpendiculares trazadas entre las bases.

Secuencia didáctica:
En quinto grado se abordó cómo calcular el área de paralelogramos y triángulos, mediante transformación a otras figuras geométricas, y mediante la fórmula correspondiente para el área. Estos dos aspectos se combinan en este contenido, en el cual la transformación de trapecios en paralelogramos permite establecer la fórmula para su área.

Unidad 5

C: Concluye.

- Señale que en el problema se compararon la base y altura del trapecio y del paralelogramo, y además, a partir de estas se calcula el área del paralelogramo (que es el doble del área del trapecio). Esto permite establecer la fórmula para calcular el área del trapecio.

E: Ejercita.

- Explique el proceso utilizando el inciso a): Se utiliza la fórmula de la conclusión, identificando base mayor, base menor y altura:

  Área = (6 + 4) × 2 ÷ 2

  = 10) × 2 ÷ 2 = 10

  R: 10 cm².

- Monitoree que los estudiantes resuelven los ejercicios aplicando la conclusión.
- En cada inciso, observar que se identifiquen correctamente la base y altura de cada trapecio. Solicitar que justifiquen porqué descartan la otra medida que aparece en el gráfico.
- Supervisar que el área la expresan en unidades cuadradas.

Conclusión

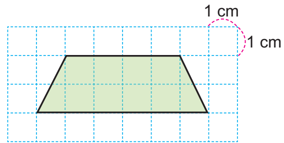
El área del trapecio se calcula con la fórmula:

Área del trapecio = (base mayor + base menor) × altura ÷ 2

Ejercicios

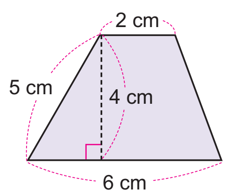
Calcula el área de cada trapecio:

a)



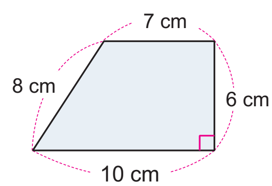
Área = (6 + 4) × 2 ÷ 2 = 10
R: 10 cm²

b)



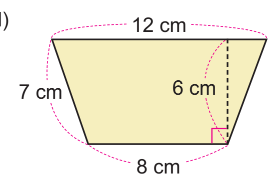
Área = (6 + 2) × 4 ÷ 2 = 16
R: 16 cm²

c)



Área = (10 + 7) × 6 ÷ 2 = 51
R: 51 cm²

d)

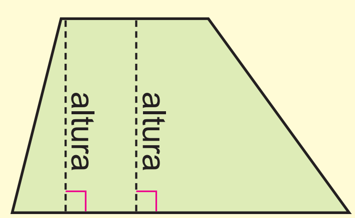


Área = (12 + 8) × 6 ÷ 2 = 60
R: 60 cm²

página 40

Altura del trapecio

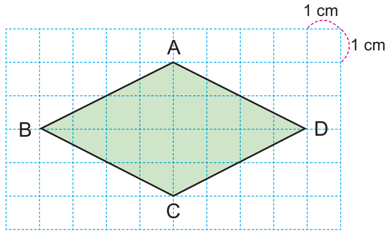
En el estudio de polígonos tales como paralelogramos y triángulos se estableció el concepto de altura y las posibilidades en las cuales esta puede ser identificada. Para el trapecio, se hace el mismo tratamiento, debiéndose enfatizar que cualquier línea trazada de forma perpendicular entre las bases mayor y menor, será altura del trapecio.



Contenido 2: Área del rombo

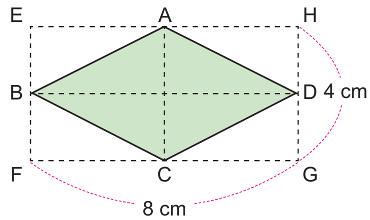
Problema

Calcula el área del rombo:

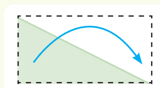


Solución

Al considerar el rombo como la mitad del rectángulo EFGH:



Los triángulos tienen la misma área:



El triángulo sombreado es la mitad del rectángulo.

(1) Área del rectángulo EFGH es

$8 \times 4 = 32$

32 cm^2

(2) Como el rombo es la mitad del rectángulo, su área es

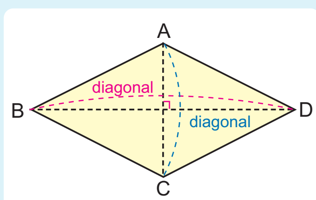
$32 \div 2 = 16$

R: 16 cm^2.

Conclusión

Se puede calcular el área de un rombo como:

Área del rombo = diagonal × diagonal ÷ 2



Aprendizaje esperado: Calcula el área de rombos usando la fórmula para su área.

Materiales: Dibujo de rombo con cuadrícula.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Lee el problema.

- Ubique el rombo en la pizarra:
- Transforma el rombo: divídelo en triángulos rectángulos, los cuales al duplicarse formarán un rectángulo.

S: Transforma la figura y calcula.

- Induzca a la transformación que aparece en el LT: divida el rombo en triángulos rectángulos, y haga notar que al duplicar cada uno de estos, se puede formar un rectángulo que duplica al rombo.
- Solicite que señalen del nuevo rectángulo: base, altura y calculen su área.

¿Cómo es el área del rombo respecto al área del rectángulo?

- Solicite que calculen el área del rombo como la mitad del área del rectángulo.

✓ **Relaciona base y altura con las diagonales.**

- Compare la base y la altura con las líneas horizontal y vertical que dividen al rombo en triángulos. A estas líneas divisorias bríndeles el nombre de diagonales del rombo.

Secuencia didáctica:
En el contenido anterior se abordó cómo calcular el área de trapecios mediante una fórmula establecida a partir de la duplicación del trapecio en un paralelogramo. En este contenido, de manera un poco similar se aborda el área del rombo: partiendo de la división del rombo en triángulos rectángulos, cada uno de los cuales se duplica para obtener un rectángulo, se calcula su área y se establece la fórmula, la cual involucra sus diagonales.

C: Concluye.

- Señale que en el problema se compararon la base y altura del rectángulo y con las diagonales del rombo, y además, a partir de estas se calcula el área del rectángulo (que es el doble del área del rombo). Esto permite establecer la fórmula para calcular el área del rombo.

E: Ejercita.

- Explique el proceso utilizando el inciso a): Se utiliza la fórmula de la conclusión, identificando las diagonales y sustituyendo:

  Área = 4 × 8 ÷ 2 = 16

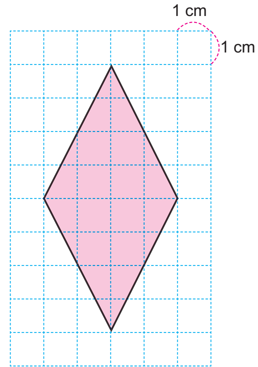
  R: 16 cm^2.

- Monitoree que los estudiantes resuelven los ejercicios aplicando la conclusión.
- En cada inciso, observar que se identifiquen correctamente los elementos a usarse en la fórmula del área, así como el cálculo correcto de las operaciones que esta involucra.
- Supervisar que el área la expresan en unidades cuadradas.

Ejercicios

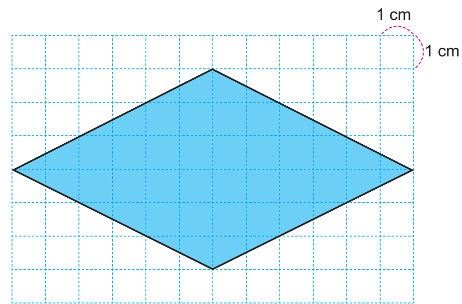
Calcula el área de cada rombo:

a)



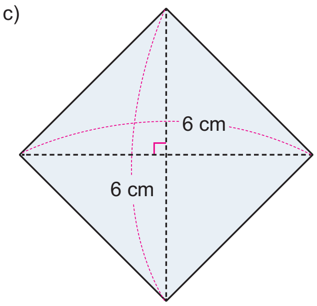
Área = 8 × 4 ÷ 2 = 16
R: 16 cm^2

b)



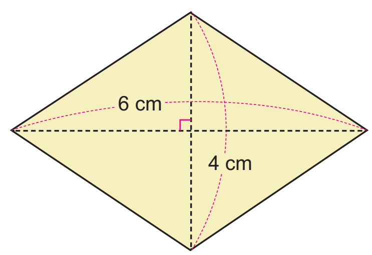
Área = 12 × 6 ÷ 2 = 36
R: 36 cm^2

c)



Área = 6 × 6 ÷ 2 = 18
R: 18 cm^2

d)



Área = 6 × 4 ÷ 2 = 12
R: 12 cm^2

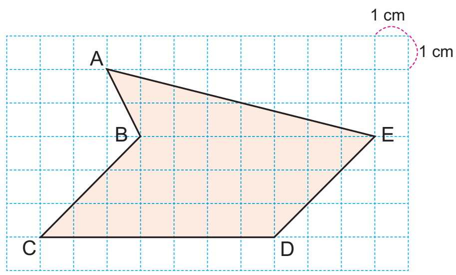
página 42

Unidad 5

Contenido 3: Área de figuras compuestas

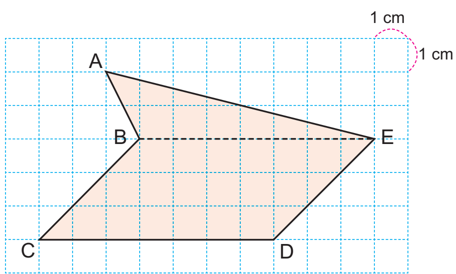
Problema

Calcula el área del polígono:



Solución

Podemos dividir en un triángulo y un paralelogramo:



Se tiene:

(1) Área del triángulo ABE = $7 \times 2 \div 2 = 7$ 7 cm^2.

(2) Área del paralelogramo BCDE = $7 \times 3 = 21$ 21 cm^2.

Así, el área a calcular es:

(3) Área del polígono ABCDE = Área de ABE + Área de BCDE

$= 7 + 21$

$= 28$

R: 28 cm^2.

Conclusión

Se puede calcular el área de un polígono usando el área de triángulos y cuadriláteros.

página 43

Secuencia didáctica:
En contenidos anteriores se calculó el área de trapecios y rombos mediante transformaciones a figuras geométricas conocidas y usando la fórmula del área correspondiente. En este contenido, se calcula el área de figuras geométricas compuestas por polígonos tales como: triángulos, cuadrados, paralelogramos y trapecios. Es de suma importancia monitorear el uso correcto de cada fórmula de área, así como también identificar si el área solicitada se puede determinar por suma o resta de áreas de figuras conocidas.

Aprendizaje esperado:
Calcula el área de figuras compuestas.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: ¿Cuál es el área de la figura?

- Ubique en la pizarra la figura que se muestra en el LT.
  ¿Cómo podemos calcular el área de la figura?

S: Calcula.

- Indique que intenten responder la pregunta, pensando en la división de esta en figuras conocidas. Controle que la división de la figura es como la que se muestra en el LT, es decir, la división es en un triángulo y un paralelogramo.
- Al obtener la división anterior, solicite que se calculen las dimensiones respectivas.
- Cuando se han calculado las dimensiones, calcule el área de cada figura.

  ¿Cómo podemos calcular el área de la figura a partir de las áreas calculadas?
- Los estudiantes identifican que la suma de las áreas calculadas da el área total.

C: Concluye.

- Establezca: Se puede calcular el área de polígonos sumando (o restando) áreas de triángulos y cuadriláteros.

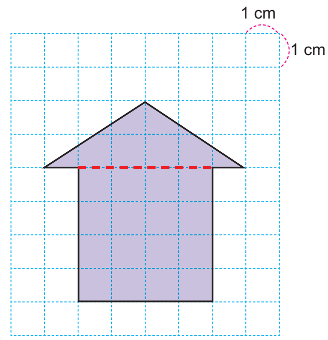
E: Ejercita.

- En a) y b) las áreas pueden obtener por suma: en a) la división en un cuadrado y un triángulo, en b) la figura se divide en dos trapecios.
- El área en d) se puede calcular también restando: al área del trapecio, restar el área del paralelogramo. Debe monitorearse que identifiquen para cada uno los elementos requeridos en cada fórmula.
- Supervisar que el área la expresan en unidades cuadradas.

Ejercicios

Calcula el área coloreada:

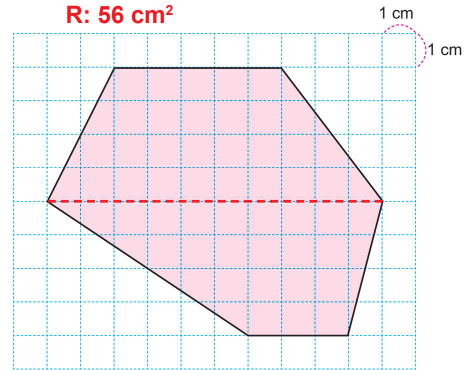
a)



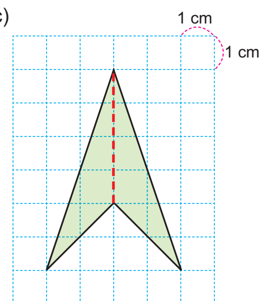
Área de triángulo = 6
Área de cuadrado = 16
Área de figura = 6 + 16 = 22
R: 22 cm²

b)

Área de trapecio 1 = 30
Área de trapecio 2 = 26
Área de figura = 30 + 26 = 56
R: 56 cm²

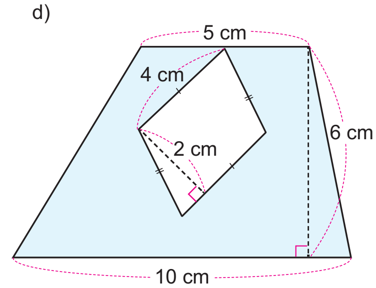


c)



Ver la solución abajo.

d)



Pista para el inciso d): Al área del trapecio restar el área del paralelogramo.

Área de trapecio = 45
Área de paralelogramo = 8
Área sombreada = 45 – 8 = 37
R: 37 cm²

página 44

Solo para visualizar en pantalla

Unidad 5

Dos formas de resolver el inciso c)

Forma 1

Mediante suma del área de dos triángulos:

Área de triángulo verde

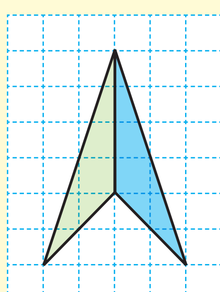
$4 \times 2 \div 2 = 4$ cm²

Área de triángulo azul

$4 \times 2 \div 2 = 4$ cm²

Área total de figura:

$4 + 4 = 8$ cm²



Sumar el área de los 2 triángulos.

Forma 2

Mediante resta del área de dos triángulos:

Área de triángulo 1

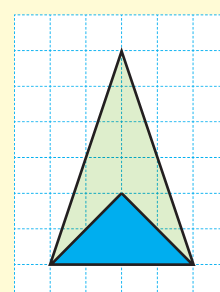
$4 \times 6 \div 2 = 12$ cm²

Área de triángulo 2

$4 \times 2 \div 2 = 4$ cm²

Área total de figura:

$12 - 4 = 8$ cm²



Al triángulo mayor, quitar el triángulo pequeño (azul)

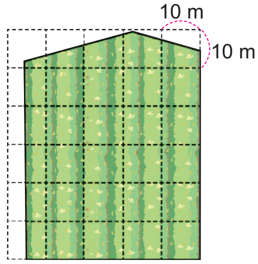
Estimación de área mediante figuras conocidas (1)

Sección 2: Estimación de área

Contenido 1: Estimación de área mediante figuras conocidas (1)

Problema

Un terreno como el de la figura se destinará para cultivo.
¿Cómo se puede calcular el área de dicho terreno?



Observa que el terreno no encaja perfectamente en las cuadrículas. ¿Qué podríamos hacer para aproximar su área?

Solución

Localice los cuadrados completos dentro del terreno (amarillo) y los incompletos en el borde (rosado).

(1) Hay 20 cuadros amarillos. Cada uno mide $10 \times 10 = 100$. Entonces el área amarilla es $20 \times 100 = 2000$.

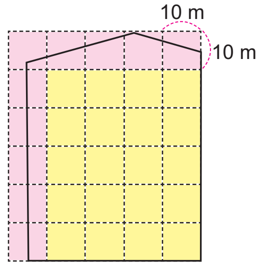
(2) Hay 10 cuadros rosados. Estimamos que cada uno representa la mitad de un cuadro completo. El área rosada es

$$10 \times 100 \div 2 = 1000 \div 2 = 500$$

(3) El área total aproximada es

$$2000 + 500 = 2500$$

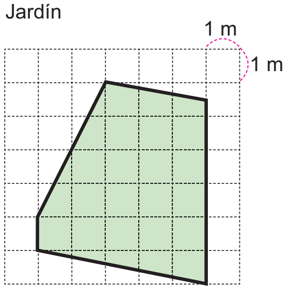
R: Aproximadamente 2500 m^2.



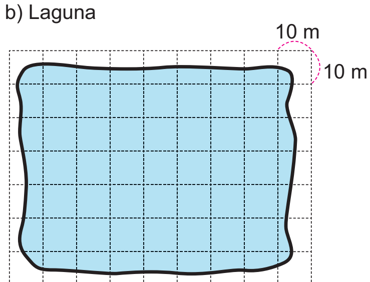
Ejercicios

Aproxima el área de cada figura: **Ver respuesta abajo.**

a) Jardín



b) Laguna



página 45

Aprendizaje esperado:
Aproxima el área de figuras irregulares usando la cuadrícula.

P: Lee el problema.

- Lee el problema y reflexiona: ***Podemos contar los cuadrados completos de la cuadrícula en el terreno, ¿cómo calcular el área de los cuadrados incompletos?***

S: Calcula.

- Solicite que cuenten los cuadrados completos en el terreno y que calculen el área que ocupan.
- Explique que, en el caso de los cuadrados incompletos (rosado), como solo están ocupados en partes, se estima que cada uno representa la mitad de un cuadro completo. Algunos son más grandes que la mitad del cuadrado amarillo, otros son más pequeños, pero en promedio es aproximadamente la mitad.
- Solicite que calculen el área sombreada en rosado. Monitoree que dividan entre 2.
- Señale que el área total del terreno se calcula sumando las áreas anteriores.

E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes cuenten correctamente los cuadrados completos dentro de cada figura, así como los incompletos.
- Observe que el área de las figuras las calculen como la suma de las áreas indicadas anteriormente.

Secuencia didáctica:
En quinto grado y en la sección anterior se estableció la fórmula para el área de: triángulos, cuadrados, rectángulos, paralelogramos, trapecios y rombos. En este contenido, el área a determinar es la de figuras irregulares cuya área puede ser aproximada considerando la división de esta en cuadrados completos y cuadrados incompletos (en el borde de la figura). La noción de aproximación de área en esta forma se usará en la sección correspondiente al área de círculos.

Respuestas al ejercicio:

a) Cuadrados completos: 16 Cuadrados incompletos: 12
PO: $16 + 12 \div 2$ R: 22 m^2

b) Cuadrados completos: 35 Cuadrados incompletos: 28
PO: $35 \times 100 + 28 \times 100 \div 2$ R: 4900 m^2

Aprendizaje esperado:
Aproxima el área de figuras irregulares mediante figuras geométricas conocidas.

P: Lee el problema.

- Lee el problema y reflexiona: ***¿se parece la figura del terreno a un rectángulo?***

S: Calcula.

- Solicite que calculen el área del rectángulo.
- Explique que, el área del rectángulo es cercana al área del terreno (pero no iguales). Compare con la aproximación hecha en el contenido anterior.

C: Concluye.

- Establezca que, se puede aproximar el área de una superficie, considerando figuras geométricas conocidas.

Ej: Aplica.

- Indique que lean el ejemplo.

¿Porqué se usa la fórmula del área de un triángulo?

- Solicite que identifiquen en la figura la base y altura del triángulo; calculan su área.

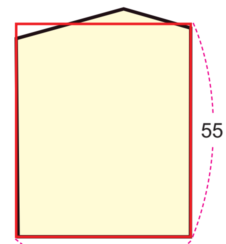
E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes apliquen correctamente las fórmulas para el área del rectángulo y cuadrado.
- Indique que en la respuesta escriban "aproximadamente", ya que el área calculada no es exactamente la de la figura.

Contenido 2: Estimación de área mediante figuras conocidas (2)

Problema

Si el terreno del problema en el contenido anterior se considera como un rectángulo, ¿cuál es su área aproximada?



¿El rectángulo se aproxima a la forma del terreno?

Solución

Se calcula el área del rectángulo:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \text{base} \times \text{altura} \\ &= 45 \times 55 \\ &= 2475 \end{aligned}$$

R: Aproximadamente 2475 m^2.

Conclusión

Se puede aproximar el área de una superficie, considerando figuras geométricas conocidas.

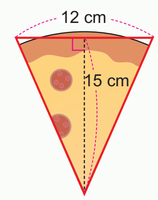
Ejemplo

¿Cuál es el área aproximada del trozo de pizza?

La figura se parece a un triángulo cuya base mide 12 cm y su altura 15 cm. Entonces, su área se calcula como

$$\text{Área} = 12 \times 15 \div 2 = 90$$

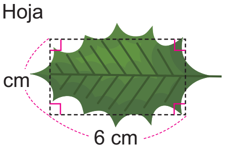
R: Aproximadamente 90 cm^2.



Ejercicios

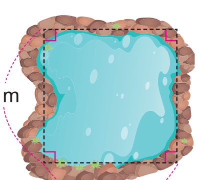
Aproxima el área de cada figura:

a) Hoja



Área = 6 × 3 = 18
R: Aproximadamente 18 cm^2

b) Laguna



Área = 9 × 9 = 81
R: Aproximadamente 81 m^2

página 46

Secuencia didáctica:

En el contenido anterior se aproximó el área de figuras irregulares mediante la división de estas en cuadrados dentro de la figura y en el borde de esta. En este contenido se aproxima también el área, pero asociando la forma de la figura a una figura geométrica conocida. Es de relevancia recordar de manera constante las fórmulas de áreas para las figuras geométricas involucradas: área de rectángulos, triángulos y cuadrados.

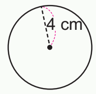
Sección 3: Área del círculo

Contenido 1: Elementos de la circunferencia

Ejemplo

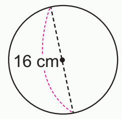
Encuentra lo siguiente:

a) El diámetro de un círculo que tiene radio 4 cm.



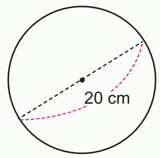
Se tiene que 2 × 4 = 8, así que el diámetro mide 8 cm.

b) El radio de un círculo que tiene diámetro 16 cm.



Se tiene que 16 ÷ 2 = 8, así el radio es 8 cm.

c) La longitud de la circunferencia de un círculo que tiene diámetro 20 cm.

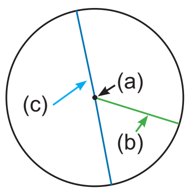


Se tiene que
3,14 × 20 = 62,8
Así la circunferencia es 62,8 cm.

La longitud de la circunferencia es:
Longitud = 3,14 × diámetro

Ejercicios

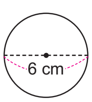
1. Escribe el nombre del elemento señalado:



(a): centro
(b): radio
(c): diámetro

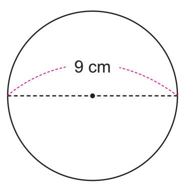
2. Calcula el diámetro de cada círculo que tiene radio de longitud:
   a) 5 cm **10 cm** b) 8 cm **16 cm**
3. Calcula el radio de cada círculo que tiene diámetro:
   a) 10 cm **5 cm** b) 14 cm **7 cm**
4. Calcula la longitud de cada circunferencia:

a)



PO: 3,14 × 6
R: 18,84 cm

b)



PO: 3,14 × 9
R: 28,26 cm

página 47

Aprendizaje esperado:
Determina elementos del círculo en la resolución de ejercicios.

Ej: Recuerda.

- Dibuje en la pizarra las 3 circunferencias asociadas a los incisos a) - c), e inicie recordando los conceptos de radio, diámetro y longitud de la circunferencia.
- Recuerde la relación del diámetro y radio en un círculo, explicando la solución de los incisos a) y b): el diámetro mide el doble del radio, y por ende, el radio mide la mitad del diámetro.
- Recuerde la fórmula para calcular la longitud de la circunferencia. A partir de esto, solicite que por su cuenta calculen la longitud de la circunferencia de diámetro 20 cm.
- Observe cómo efectúan la multiplicación con decimales hasta las centésimas.

E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes identifiquen los elementos involucrados: centro, diámetro, radio, longitud de circunferencia.
- Brinde realimentación en el cálculo de la multiplicación por decimales.

Secuencia didáctica:
En las secciones anteriores se aplicó el cálculo de área de polígonos conocidos. En esta sección se determinará también el área, pero esta vez para figuras circulares. Es por ello por lo que esta sesión parte de recordar conocimientos vinculados, tales como: centro, radio, diámetro, longitud de circunferencia, los cuales serán puestos en práctica a lo largo de la sección. También se hace necesario monitorear constantemente la multiplicación con decimales.

S3C2 Estimación del área del círculo (1)

Aprendizaje esperado:
Aproxima el área de regiones circulares.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Aproximaremos el área del círculo.

- Lee en el LT la indicación: se va a aproximar el área del círculo de radio 10 cm.
- Señale que se focalizarán en la región ubicada en la parte superior derecha del círculo (a como se muestra en el libro).
- Haga notar que esta región corresponde a la cuarta parte del círculo.

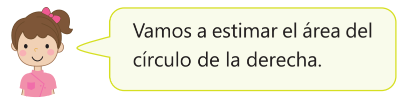
¿Cómo podemos calcular el área de la región señalada?

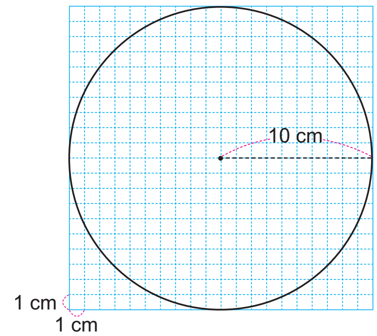
S: Calcula.

- Los estudiantes observan que se puede aplicar lo aprendido en el contenido 1 de la sección anterior, ya que la figura tiene cuadrados en el interior y también cuadrados en el borde.
- Induzca para que los estudiantes recuerden que se puede contar los cuadrados completos en el interior y los incompletos que están en el borde.
- Solicite que cuenten los cuadrados amarillos que están dentro del cuarto de círculo y que anoten este dato en su cuaderno (pág. 49 del LT).

Contenido 2: Estimación del área del círculo (1)

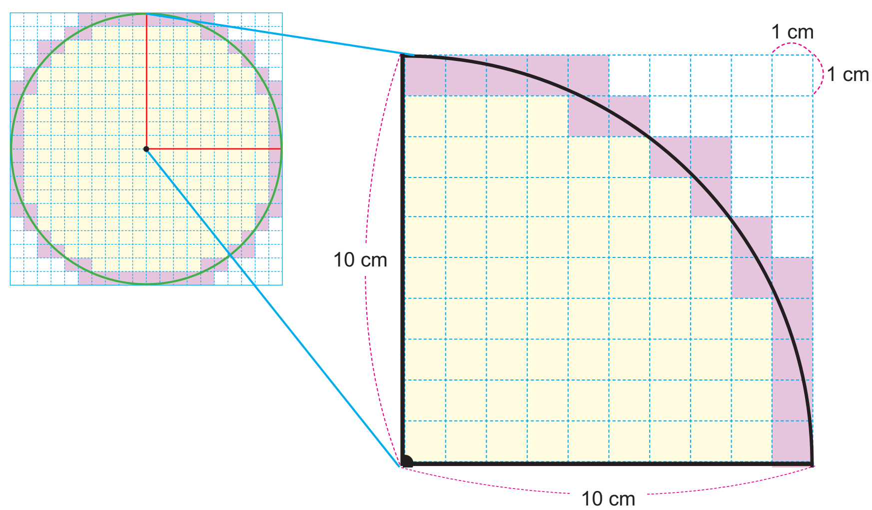
Estimación del área del círculo





Problema

Calculemos el área aproximada de un cuarto del círculo.

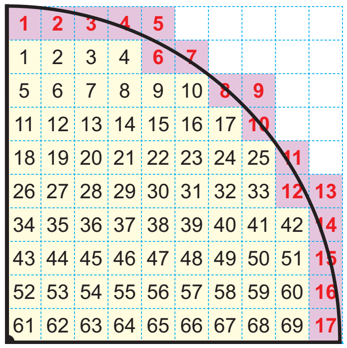


Secuencia didáctica:
En contenidos anteriores se calculó el área de figuras irregulares usando cuadrados, los cuales se ubicaron dentro y en el borde de la figura. Esta técnica se emplea en esta sesión para aproximar el área de un círculo, iniciando con el cálculo aproximado para un cuarto de este. En el contenido siguiente se continuará con la aproximación del área de círculo, pero utilizando polígonos regulares inscritos.

Solución

Contemos los cuadrados en amarillo, y los que están en el borde:

El área de un ⬚ de lado 1 cm, es 1 cm^2.



El número de cuadrados ⬚ es 69, lo que da un área de 69.

El número de cuadrados ⬚ es 17, contamos cada uno de estos como la mitad de un cuadrado, lo que da un área de 17 ÷ 2 = 8,5.

El área del cuarto de círculo se calcula con la suma

$$69 + 8{,}5 = 77{,}5$$

Entonces, su área es 77,5 cm^2.

Conclusión

Se puede aproximar el área de un círculo utilizando cuadrados de lado 1 cm.

Ejercicios

Usando la información obtenida en el problema, ¿cuál es el área aproximada del círculo?

Área = 4 × 77,5 = 310
R: Aproximadamente 310 cm^2

página 49

- Solicite que cuenten los cuadrados de color rosado que están sobre el borde del cuarto de círculo y que anoten este dato en su cuaderno.
- Indique que calculen el área correspondiente a los 69 cuadrados amarillos (completos). Deben explicar porqué el área total es 69 cm^2. ***¿cuál es el área aproximada de los cuadrados rosados (incompletos) que se considerará para el círculo?***
- Si es necesario, recuérdeles que debe considerarse la mitad de cada cuadrado, y no completos, porque hay partes de estos que están fuera del círculo.
- Cuando se hayan calculado las áreas solicitadas, indique que deben sumar, para tener el área aproximada.

C: Concluye.

- Establezca que, se ha aproximado el área de la cuarta parte de un círculo usando cuadrados de área 1 cm^2. Y, a partir de esta se puede aproximar el área completa del círculo.

E: Ejercita.

- Monitoree que aproximen el área del círculo al multiplicar por 4 el área encontrada en la solución del problema.

S3C3 Estimación del área del círculo (2)

Aprendizaje esperado:
Aproxima el área de un círculo mediante el área de polígonos regulares.

P: Lee el problema.

- Lee el problema y reflexiona:

  ¿podemos calcular el área del triángulo OAB? ¿por qué?

- Si se calcula el área de uno de los triángulos, ***¿podría calcularse el área del octágono regular?***

S: Calcula.

- Explique el cálculo del área del triángulo OAB con los datos en la figura.
- Solicite que multipliquen por 8 el área encontrada. Observe cómo efectúan la multiplicación con decimales.
- Compare el área del octágono con la del círculo. Haga notar que las partes que sobran en el círculo indican que este tiene mayor área que la del octágono.

C: Concluye.

- Establezca que, se puede aproximar el área del círculo utilizando el área de polígonos regulares.

E: Ejercita.

- Indique que deben comparar en el círculo, cuál de los polígonos regulares lo cubre más. Solicite que justifiquen su respuesta.

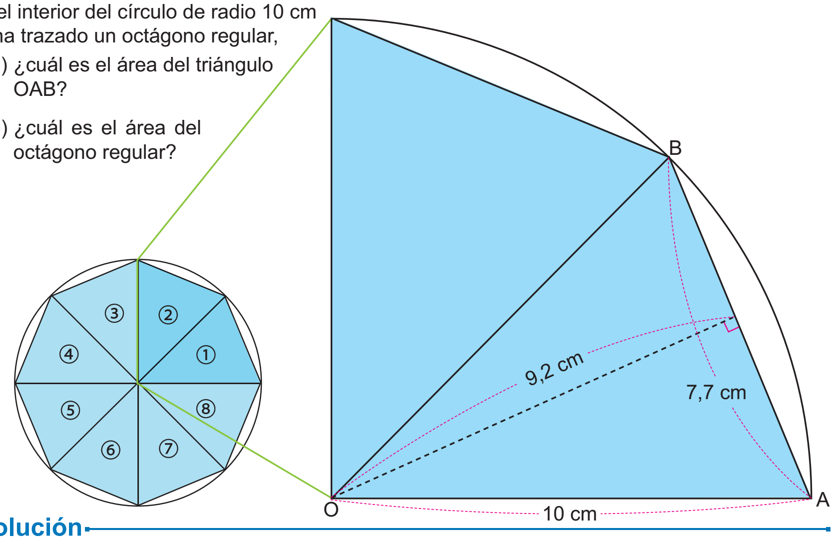
Contenido 3: Estimación del área del círculo (2)

Problema

En el interior del círculo de radio 10 cm se ha trazado un octágono regular,

a) ¿cuál es el área del triángulo OAB?

b) ¿cuál es el área del octágono regular?



Solución

a) Para el área del triángulo OAB:

$$\text{Área} = 7{,}7 \times 9{,}2 \div 2 = 35{,}42$$

R: 35,42 cm^2.

b) En el octágono hay 8 triángulos de igual área que la del triángulo OAB, entonces

$$\text{Área} = 8 \times 35{,}42 = 283{,}36$$

R: 283,36 cm^2

El octágono regular no cubre todo el círculo, hay pequeñas partes que sobran, así que el área del círculo es mayor a la del octágono regular (es mayor a 283,36 cm^2).

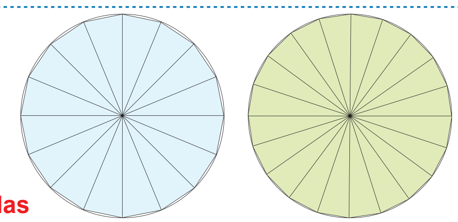
Conclusión

Se puede aproximar el área del círculo utilizando el área de polígonos regulares.

Ejercicios

En los círculos de radio 10 cm de la derecha se han trazado polígonos de 16 lados y de 20 lados,

¿Cuál de los polígonos tiene un área más próxima a la del círculo: el de 8, el de 16 o el de 20 lados? ¿Por qué?



El polígono de 20 lados, ya que las partes que sobran son más pequeñas que en el caso de los otros polígonos.

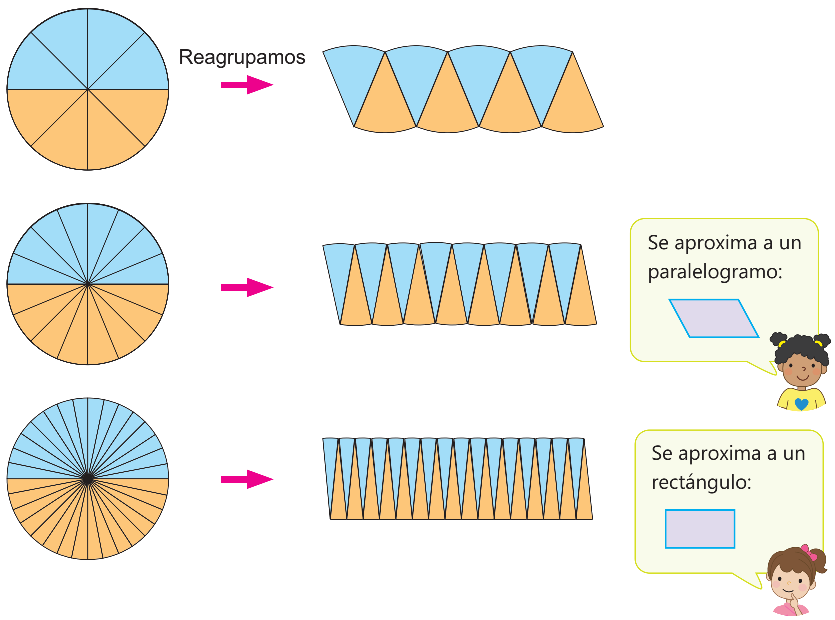
Secuencia didáctica:
En el contenido anterior se aproximó el área de del círculo mediante cuadrados ubicados en el interior y en el borde del mismo. En esta sesión se aproxima el área mediante polígonos regulares inscritos. Para ello, debe hacerse notar que en el círculo hay partes que sobran respecto a los polígonos regulares, y que por ello el círculo tiene mayor área, y que, además, si el número de lados del polígono regular aumenta, su área se aproxima más a la del círculo.

Contenido 4: Fórmula del área del círculo

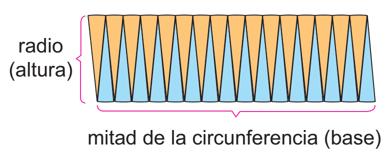
Actividad

Observa los diagramas siguientes y piensa en la fórmula para calcular el área de un círculo.

Si se considera dividir el círculo en piezas cada vez más pequeñas, y luego reagruparlas, estas tienden a conformar una figura conocida:



La figura se parece cada vez más a un rectángulo, cuya altura es el radio de la circunferencia y y la base es la mitad de la circunferencia:



Aprendizaje esperado:

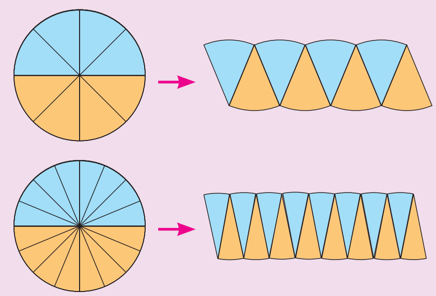
Determina la fórmula del área del círculo.

Materiales: Figuras como las del LT, el círculo dividido en 8, 16 y 32 partes y los reordenamientos (GM Anexos P. 239 - 241).

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

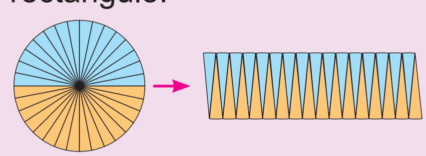
Actividad: Deducción de la fórmula.

- Ubique en la pizarra las divisiones del círculo de forma ascendente, y los respectivos reagrupamientos.

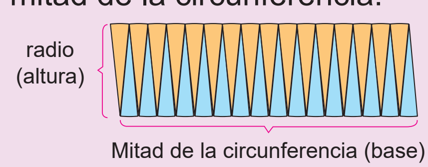


¿se va pareciendo a algún polígono conocido?

- Haga notar el parecido a un paralelogramo.
- Haga notar que el de 32 divisiones se parece a un rectángulo:



- Señale los elementos del rectángulo (base y altura), los cuales corresponden a radio y mitad de la circunferencia:



Secuencia didáctica:

En la presente sesión se establece la fórmula para el área del círculo. Para ello, es necesario tener en cuenta:

- Explicación detallada de las transformaciones del círculo en figuras que se aproximan a paralelogramos y rectángulos.
- Cuanto mayor sea la división del círculo, el reagrupamiento será más próximo a un rectángulo.
- Identificación de elementos del rectángulo con elementos del círculo.
- Cálculo correcto de multiplicación con decimales.

- Recuerde la fórmula para calcular la longitud de la circunferencia.

  ¿cómo se obtiene la mitad de la circunferencia?

- Explique paso a paso cómo se obtiene la expresión para la mitad de la circunferencia.
- Sustituya lo encontrado en la aproximación del área del círculo como el área del rectángulo.

C: Concluye.

- Establezca que, el área del círculo se calcula con la fórmula:

  Área = 3,14 × radio × radio

E: Ejercita.

- Explique el enunciado del ejercicio haciendo notar que en este se conoce el valor del radio y que deben reemplazar este valor en la fórmula establecida para luego multiplicar.
- Monitoree la multiplicación por decimales, particularmente el producto 3,14 × 100. Este cálculo se puede efectuar de manera horizontal, ya que es producto por centenas.

Se tiene:

Mitad de la circunferencia = 3,14 × diámetro ÷ 2,
= 3,14 × radio × 2 ÷ 2
= 3,14 × radio

Así que,

Área del círculo = mitad de la circunferencia (base) × radio (altura)
= 3,14 × radio × radio

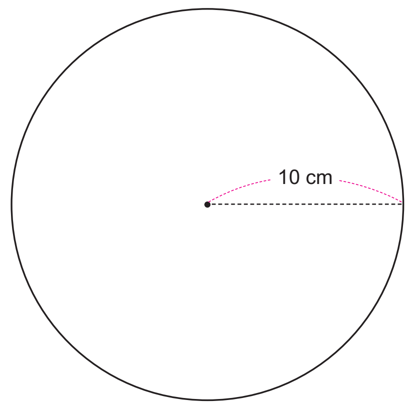
Conclusión

Fórmula del área del círculo

Área = 3,14 × radio × radio

Ejercicios

Calcula el área del círculo de radio 10 cm usando la fórmula anterior.



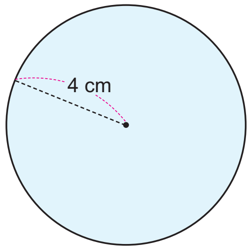
Área = 3,14 × 10 × 10 = 314
R: 314 cm²

página 52

Contenido 5: Área del círculo

Problema

El siguiente círculo tiene radio 4 cm. ¿Cuál es su área?



Solución

El radio del círculo es 4 cm. El área del círculo se calcula con la fórmula:

$$\text{Área} = 3{,}14 \times \text{radio} \times \text{radio}$$

Entonces,

$$\begin{aligned}\text{Área} &= 3{,}14 \times 4 \times 4\\ &= 3{,}14 \times 16\\ &= 50{,}24\end{aligned}$$

R: 50,24 cm^2.

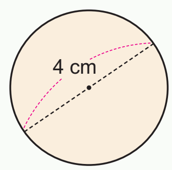
Ejemplo

¿Cuál es el área del círculo?

Como el diámetro es 4 cm, el radio es 2 cm, así que

$$\begin{aligned}\text{Área} &= 3{,}14 \times 2 \times 2\\ &= 3{,}14 \times 4\\ &= 12{,}56\end{aligned}$$

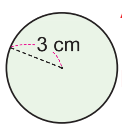
R: 12,56 cm^2.



Ejercicios

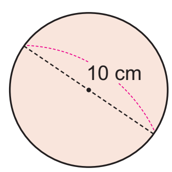
1. Encuentra el área de cada figura:

a)



Área = 3,14 × 3 × 3
= 28,26
R: 28,26 cm^2

b)



Área = 3,14 × 5 × 5
= 78,5
R: 78,5 cm^2

2. Calcula el área del círculo en cada caso:

a) Su radio mide 6 cm.

Área = 3,14 × 6 × 6 = 113,04
R: 113,04 cm^2

b) Su diámetro mide 14 cm.

Área = 3,14 × 7 × 7 = 153,86
R: 153,86 cm^2

página 53

Aprendizaje esperado:
Calcula el área de círculos utilizando la fórmula.

P: Lee el problema.

- Lee el problema y reflexiona: ***¿cómo se puede calcular el área?***

S: Calcula.

- Los estudiantes identifican la longitud del radio y proceden a utilizar la fórmula del área.
- Monitoree el uso correcto de la fórmula y la multiplicación correcta con decimales.

Ej: Calcula conociendo el diámetro.

- Plantee el enunciado del ejemplo y recuerde:

  ¿cuánto mide el radio, si el diámetro mide 4 cm?
- Los estudiantes recuerdan que el radio mide la mitad del diámetro.

E: Ejercita.

- Indique que calculen usando la fórmula del área del círculo.
- Monitoree el uso correcto de la fórmula y la multiplicación correcta con decimales.
- En los casos en los que se da el diámetro, si es necesario, recuérdeles nuevamente la relación entre diámetro y radio.

Secuencia didáctica:
En el contenido anterior se estableció la fórmula para el área del círculo. Esta se utilizará para calcular área de círculos (en este contenido), así como el área de sectores circulares y regiones sombreadas (siguientes contenidos). Se hace necesario recordar la relación entre radio y diámetro, así como también, monitorear el cálculo correcto de la multiplicación con decimales hasta las centésimas.

Aprendizaje esperado:
Calcula el área de sectores circulares.

P: Lee el problema.

- Lee el problema y reflexiona:

  ¿cuánto de un círculo es la figura dada?

  ¿cómo se puede calcular el área?

S: Calcula el área de la mitad del círculo.

- Los estudiantes identifican que la figura corresponde a la mitad de un círculo.
- Se debe monitorear que, al usar la fórmula del área, se divida entre 2, puesto que corresponde a la mitad del círculo.
- Monitoree el uso correcto de la fórmula y la multiplicación correcta con decimales.

Ej: Calcula el área de la cuarta parte.

- Plantee el enunciado del ejemplo:

  ¿la figura corresponde a qué parte de un círculo?

- Los estudiantes calculan el área dividiendo entre 4.

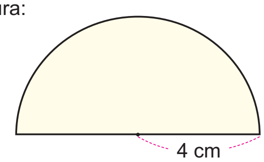
E: Ejercita.

- Indique que calculen identificando en cada caso si la figura corresponde a la mitad o a la cuarta parte de un círculo.
- Monitoree el uso correcto de la fórmula y la multiplicación correcta con decimales.

Contenido 6: Área de sectores circulares

Problema

Calcula el área de la siguiente figura:



Solución

La figura es la mitad de un círculo, así que se divide entre 2:

Área $= 3{,}14 \times 4 \times 4 \div 2$

$= 3{,}14 \times 8$

$= 25{,}12$

R: 25,12 cm².

Conclusión

Se puede calcular el área de sectores circulares dividiendo el área de un círculo completo.

Ejemplo

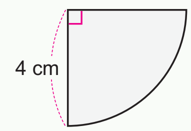
¿Cuál es el área de la siguiente figura?

La figura es un cuarto de círculo, así que se divide entre 4:

Área $= 3{,}14 \times 4 \times 4 \div 4$

$= 3{,}14 \times 4$

$= 12{,}56$

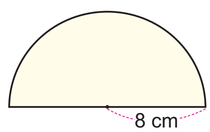


R: 12,56 cm².

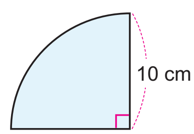
Ejercicios

Encuentra el área coloreada en cada figura:

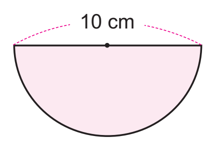
a)



b)



c)



a) Área $= 3{,}14 \times 8 \times 8 \div 2 = 100{,}48$ R: 100,48 cm²

b) Área $= 3{,}14 \times 10 \times 10 \div 4 = 78{,}5$ R: 78,5 cm²

c) Área $= 3{,}14 \times 5 \times 5 \div 2 = 39{,}25$ R: 39,25 cm²

página 54

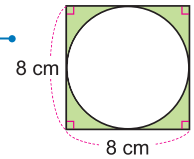
Secuencia didáctica:

En esta sesión se calcula el área de sectores circulares; para esto se requiere determinar en cada caso el radio, por lo cual, se hace necesario recordar la relación entre radio y diámetro, así como también, monitorear el cálculo correcto de la multiplicación con decimales hasta las centésimas. Los sectores circulares presentados en esta página corresponden a partes del círculo tales como la mitad y la cuarta parte, es por ello que se debe atender a las operaciones respectivas: dividir entre 2 (mitad), dividir entre 4 (cuarta parte).

Contenido 7: Área de regiones sombreadas

Problema

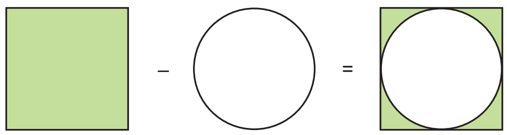
Calcula el área de la región sombreada en la siguiente figura:



Solución

La región sombreada resulta de quitar al cuadrado el círculo que está dentro, es decir:

(1) Área del cuadrado (2) Área del círculo (3) Área sombreada



(1) Área del cuadrado
$8 \times 8 = 64$
64 cm²

(2) Área del círculo
$3{,}14 \times 4 \times 4 = 50{,}24$
50,24 cm²

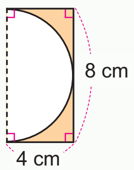
(3) Área sombreada
$64 - 50{,}24 = 13{,}76$

R: 13,76 cm².

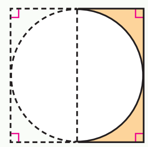
Conclusión

Se puede calcular el área de una región sombreada contenida en una región grande conocida, restando al área de esta el área de la región o regiones no sombreadas.

Ejemplo



Calcula el área de la región sombreada de la izquierda:
La figura forma parte de la mitad de un cuadrado de lado 8 cm (figura de la derecha).



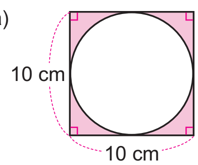
El área es la mitad de la calculada en el problema:

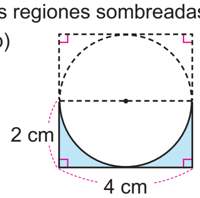
Área = $13{,}76 \div 2 = 6{,}88$

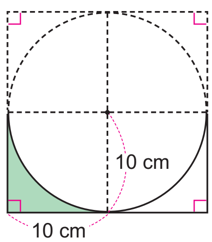
R: 6,88 cm².

Ejercicios

Encuentra el área de las siguientes regiones sombreadas:

a)


b)


c)


Ver respuestas abajo.

página 55

Aprendizaje esperado:

Calcula el área de regiones sombreadas.

P: Lee el problema.

- Observa la figura del problema:

  ¿qué figuras geométricas aparecen?

  ¿cómo puede calcularse el área sombreada?

S: Calcula.

- Los estudiantes identifican que en la figura está un cuadrado y un círculo.

  ¿cuánto mide el lado del cuadrado? ¿y el radio del círculo?

- Haga notar que el área sombreada resulta de restar al área del cuadrado el área del círculo.
- Solicite que calculen el área de las dos figuras mencionadas. Luego que efectúen la resta.

C: Concluye.

- Establezca: Se puede calcular el área sombreada restando al área de la región grande el área de las regiones no sombreadas.

Ej: Calcula.

- Haga notar que en la figura se puede completar un cuadrado como el del problema. De manera que, el área sombreada corresponde a la mitad del área calculada.

E: Ejercita.

- Indique que calculen aplicando la conclusión.

Secuencia didáctica:
En esta sesión se calcula el área de regiones sombreadas que involucran regiones circulares; para esto se requiere reconocer en cada caso la constitución de las figuras (identificación de regiones conocidas tales como cuadrados, círculos, rectángulos, etc.), cálculo de áreas respectivas y reconocimiento del área sombreada como una resta. El docente debe monitorear constantemente los cálculos, en especial aquellos que involucran decimales.

Respuesta al ejercicio:

a) Área = $10 \times 10 - 3{,}14 \times 5 \times 5 = 21{,}5$ R: 21,5 cm²

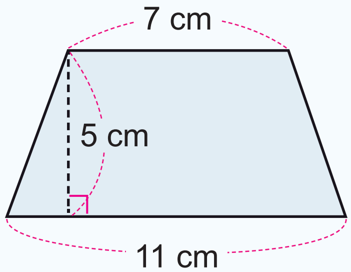
b) Área = $(4 \times 4 - 3{,}14 \times 2 \times 2) \div 2 = 1{,}72$ R: 1,72 cm²

c) Área = $(20 \times 20 - 3{,}14 \times 10 \times 10) \div 4 = 21{,}5$ R: 21,5 cm²

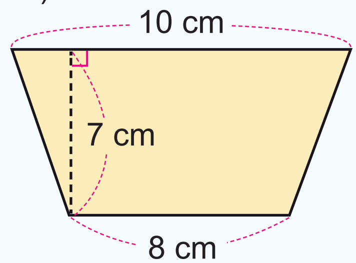
Practiquemos lo aprendido

1. Calcula el área de cada trapecio:

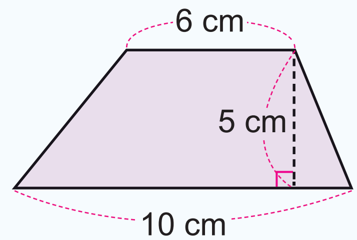
a) **R: 45 cm²**



b) **R: 63 cm²**

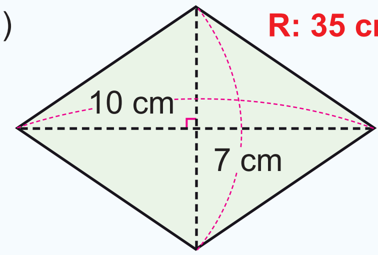


c) **R: 40 cm²**

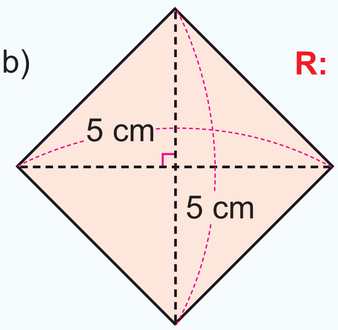


2. Calcula el área de cada rombo:

a) **R: 35 cm²**

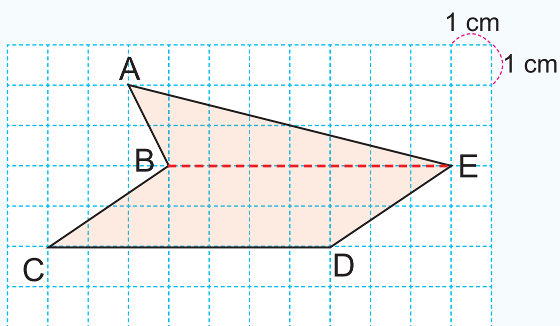


b) **R: 12,5 cm²**

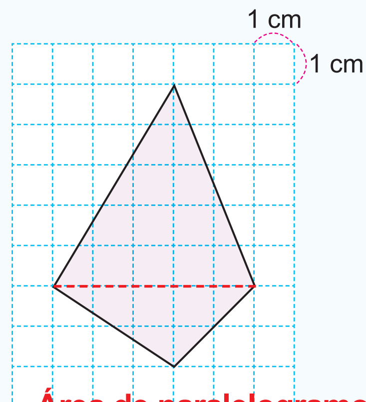


3. Calcula el área de las siguientes figuras:

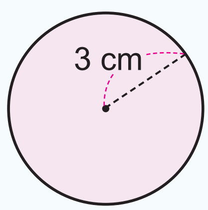
a)



b)



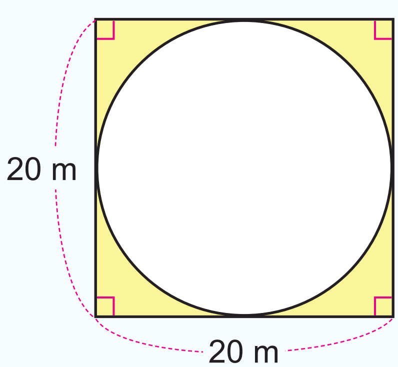
c)



a) Área de triángulo = 7 Área de paralelogramo = 14
Área = 7 + 14 = 21 R: 21 cm²
b) Área de triángulo 1 = 12,5 Área de triángulo 2 = 5
Área = 12,5 + 5 = 17,5 R: 17,5 cm² (Hay otras maneras)
c) Área = 3,14 × 3 × 3 = 28,26 R: 28,26 cm²

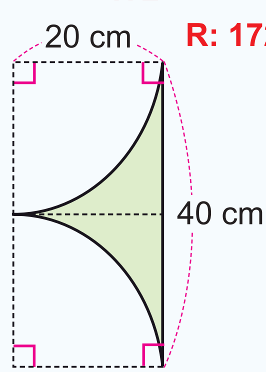
4. Calcula el área de la región sombreada:

a) **Área = 20 × 20 – 3,14 × 10 × 10 = 86**
R: 86 m²



b) **Área = 20 × 40 – 3,14 × 20 × 20 ÷ 2**
= 172

R: 172 cm²



Solo para visualizar en pantalla

/10

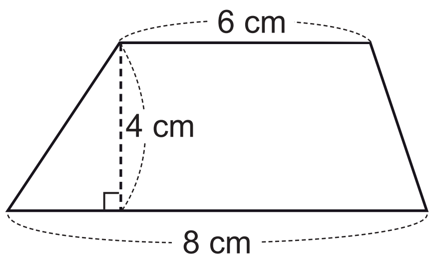
Prueba de Unidad 5: Área (25 min)

Fecha:____________

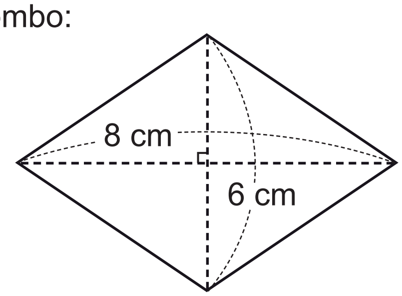
Nombre: ____ **Sección:**__________

Escribe los procesos de cálculo y responde el área de las siguientes figuras:

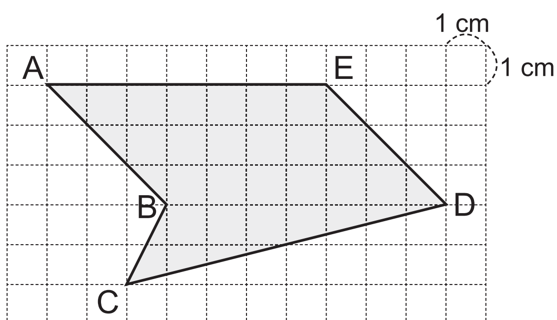
1. Trapecio:



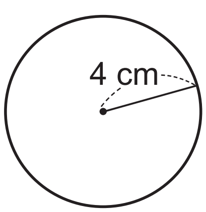
2. Rombo:



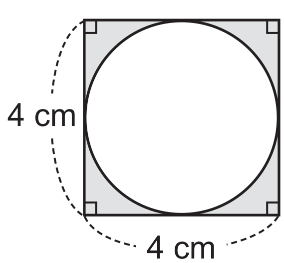
3. Polígono:



4. Círculo:



5. Región sombreada:



Introducción a la multiplicación y división de fracciones (7 horas)

1. Competencia

- Aplica el concepto de factorización prima, la multiplicación y división de números decimales y fracciones en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

2. Secuencia de Aprendizaje

Quinto grado

U1: Multiplicación de números decimales

U3: División de números decimales

U9: Fracción y números decimales
- Propiedades de las fracciones (fracciones equivalentes, simplificación, amplificación)
- Expresión de fracciones como resultado de la división
- Relaciones entre fracciones, decimales y números naturales

Sexto grado

U6: Introducción a la multiplicación y división de fracciones
- Multiplicación de fracciones por números naturales
- División de fracciones entre números naturales

U7: Multiplicación de fracciones
- Multiplicación de fracciones
- Propiedades del cálculo de la multiplicación de fracciones

U9: División de fracciones

Séptimo grado (secundaria)

U1: Operaciones con números naturales, fracciones y decimales

U2: Números positivos y negativos

Octavo grado (secundaria)

U4: Radicales

3. Puntos Esenciales

Introducción

En quinto grado, se inició el estudio de las operaciones con fracciones, comenzando con la suma y la resta cuando tienen iguales denominadores, y luego cuando tiene diferentes denominadores. Ahora, en sexto grado, se aprenderá la multiplicación y división con fracciones.

Antes de comenzar esta unidad, se propone un repaso en el "Recordemos", que ayudará a los estudiantes a fortalecer los conocimientos sobre el tamaño de una fracción y la simplificación.

En esta unidad, los estudiantes aprenderán dos temas nuevos:

1. Multiplicación de fracción por un número natural.
2. División de fracción propia entre un número natural.

Se requiere comprender la forma de los cálculos de **fracción** × **natural** y **fracción** ÷ **natural**, destacando la importancia de comprender la estructura de las fracciones (cuántas partes de una fracción unitaria)

Estos temas son la base para comprender la multiplicación de fracción por fracción y división de fracción entre fracción.

Multiplicación de fracción por un número natural

Como base para el aprendizaje de la multiplicación de fracciones, primero se trabaja con la multiplicación de un número natural por una fracción propia, tomando en cuenta la facilidad de interpretar el concepto de multiplicación, utilizando un diagrama que refleje el proceso del cálculo.

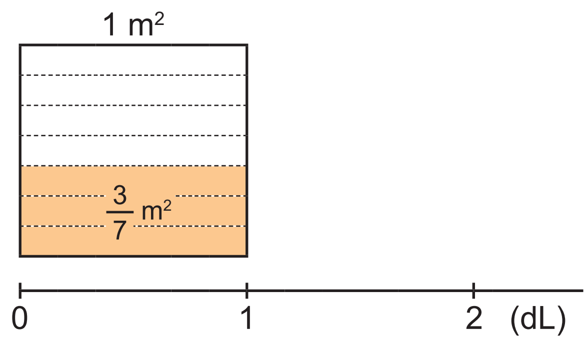
Por ejemplo, al resolver:

Con 1 dL de pintura se pintan $\frac{3}{7}$ *m²* *de una barda, ¿cuántos metros cuadrados se pintarán con 2 dL de pintura?*

1. Escribir el PO.

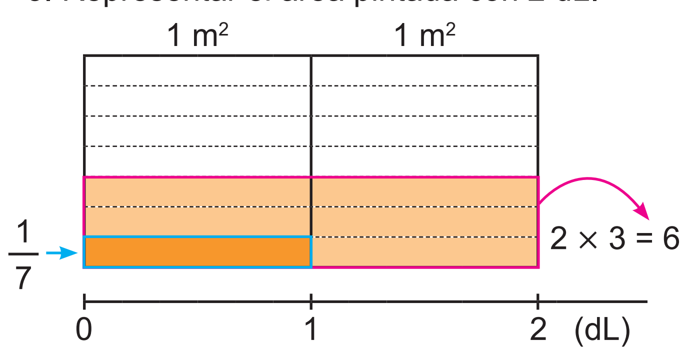
   PO: $2 \times \frac{3}{7}$

2. Representar el área pintada con 1 dL.



$\frac{3}{7}$ es 3 veces $\frac{1}{7}$

3. Representar el área pintada con 2 dL.



(2×3) veces $\frac{1}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$

4. Calcular.

$$2 \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$$

Otro cálculo que se realiza es

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$$

Para mostrar que se puede generalizar mediante la fórmula:

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$$

Observe que en la multiplicación de fracciones tenemos la cantidad por unidad, en el ejemplo, "*Con 1 dL de pintura se pintan* $\frac{3}{7}$ *m²*" y se busca el tamaño correspondiente a otra cantidad determinada, *"¿cuántos metros cuadrados se pintarán con 2 dL de pintura?"*.

Después de introducir el algoritmo, los estudiantes primero deben fijar el cálculo y posteriormente trabajar la simplificación, por ejemplo:

$$\frac{2}{9} \times 3 = \frac{2 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{2}{3}$$

División de una fracción propia entre un número natural

Al igual que en la multiplicación de fracciones, primero se trabaja con la división de una fracción propia entre un número natural.

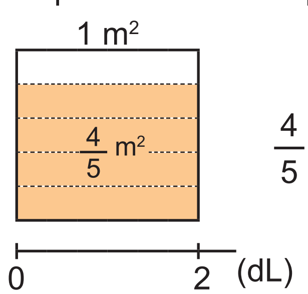
Se inicia con un problema donde **el cálculo se pueda dividir directamente el numerador entre el número natural**, ejemplo:

Si se pintan $\frac{4}{5}$ *m² de una barda con 2 dL de pintura ¿Cuántos metros cuadrados se pintarán con 1 dL de pintura?*

1. Escribir el PO.

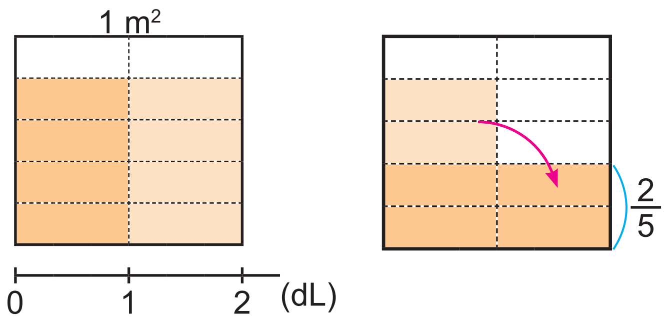
   PO: $\frac{4}{5} \div 2$

2. Representar el área pintada con 2 dL.



$\frac{4}{5}$ es 4 veces $\frac{1}{5}$

3. Representar el área pintada con 1 dL.



$\frac{4}{5} \div 2$ es $(4 \div 2)$ veces $\frac{1}{5}$, que es $\frac{2}{5}$.

4. Calcular.

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$

Llegando a esta primera fórmula:

$$\frac{a}{b} \div c = \frac{a \div c}{b}$$

Luego se resuelve un problema **en el cual no se pueda dividir directamente el numerador entre el número natural**.

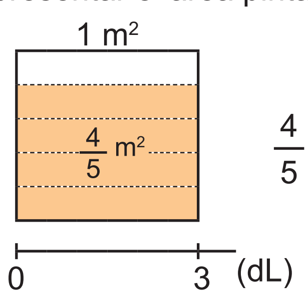
Por ejemplo:

Si se pintan $\frac{4}{5}$ *m² de una barda con 3 dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados se pintarán con 1 dL de pintura?*

1. Escribir el PO:

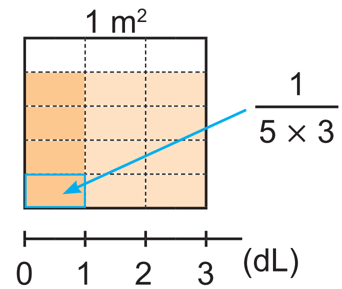
PO: $\frac{4}{5} \div 3$

2. Representar el área pintada con 3 dL.



$\frac{4}{5}$ es 4 veces $\frac{1}{5}$

3. Representar el área pintada con 1 dL.



$\frac{4}{5} \div 3$ es 4 veces $\frac{1}{5 \times 3} = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$

4. Calcular.

$$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$$

Esto se generaliza mediante la fórmula:

$$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$$

En la división de fracciones nos dan el tamaño de una cantidad, en el ejemplo, “*Si se pintan* $\frac{4}{5}$ *m² de una barda con 2 dL de pintura*” y se busca cantidad que corresponde a la unidad (cantidad por unidad), “*¿Cuántos metros cuadrados se pintarán con 1 dL de pintura?*”.

Después de introducir el algoritmo, primero se debe fijar el cálculo y posteriormente trabajar la simplificación.

Observe al calcular

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{5 \times \underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{2}{5}$$

El resultado es el mismo. Esto significa que, aunque el numerador se puede dividir entre el natural exactamente, también puedo utilizar esta última fórmula de manera general.

4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

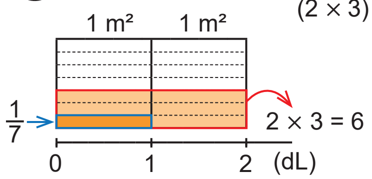
Sección 1, Contenido 1: Multiplicación de fracción por número natural (1)

U6: Introducción a la multiplicación y división de fracciones __ / __

S1C1: Multiplicación de fracción por número natural (1) (p. 59-60)

P1 Con 1 dL se pintan $\frac{3}{7}$ m². ¿Cuántos metros cuadrados se pintarán con 2 dL?

S PO: $2 \times \frac{3}{7}$



(2×3) veces $\frac{1}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$

$2 \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$

R: $\frac{6}{7}$ m²

P2 Multipliquemos: $\frac{4}{5} \times 3$

S $\frac{4}{5} \times 3 = 3 \times \frac{4}{5} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$

Es decir: $\boxed{\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \times 3}{5}} = \frac{12}{5}$

Recuerda: $\frac{12}{5} = 2\,\frac{2}{5}$

C $\boxed{\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}}$

E 1. a) $2 \times \frac{1}{3} = \cancel{\frac{2 \times 1}{2 \times 3}} = \cancel{\frac{2}{6}}$ $\frac{2 \times 1}{3} = \frac{2}{3}$

b) $4 \times \frac{2}{9} = \frac{4 \times 2}{9} = \frac{8}{9}$ ✓

d) $\frac{3}{10} \times 3 = \frac{3 \times 3}{10} = \frac{9}{10}$ ✓

h) $\frac{7}{9} \times 4 = \frac{7 \times 4}{9} = \frac{28}{9}$ ✓ $\left(o\ 3\frac{1}{9}\right)$

2. a) PO: $2 \times \frac{2}{5}$

$2 \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5} = \frac{4}{5}$

R: $\frac{4}{5}$ L ✓

Tarea: Ejercicios pendientes

__ / __

U6: Introducción a la multiplicación y división de fracciones

S1C1: multiplicación de fracción por número natural (1) (p. 59-60)

P1 *Con 1 dL se pintan $\frac{3}{7}$ m².*

¿Cuántos metros cuadrados se pintarán con 2 dL?

S *PO:* $2 \times \frac{3}{7}$

(2×3) *veces* $\frac{1}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$

$2 \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$

R: $\frac{6}{7}$ *m²*

P2 *Multipliquemos:* $\frac{4}{5} \times 3$

S $\frac{4}{5} \times 3 = 3 \times \frac{4}{5} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$

Es decir:

$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$ $\qquad \frac{12}{5} = 2\,\frac{2}{5}$

C $\boxed{\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}}$

E 1. *a)* $2 \times \frac{1}{3} = \cancel{\frac{2 \times 1}{2 \times 3}} = \cancel{\frac{2}{6}}$ $\frac{2 \times 1}{3} = \frac{2}{3}$

b) $4 \times \frac{2}{9} = \frac{4 \times 2}{9} = \frac{8}{9}$ ✓

d) $\frac{3}{10} \times 3 = \frac{3 \times 3}{10} = \frac{9}{10}$ ✓

h) $\frac{7}{9} \times 4 = \frac{7 \times 4}{9} = \frac{28}{9}$ ✓ $\left(o\ 3\frac{1}{9}\right)$

2. *a)* *PO:* $2 \times \frac{2}{5}$

$2 \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5} = \frac{4}{5}$

R: $\frac{4}{5}$ *L* ✓

Tarea: Ejercicios pendientes

Aprendizaje esperado: Recuerda las fracciones con numerador 1 y el procedimiento para simplificar fracciones.

Ej1: Interpretemos las fracciones.

¿Cuántas veces $\frac{1}{5}$ es $\frac{4}{5}$? R: 4.

¿5 veces $\frac{1}{3}$ es? R: $\frac{5}{3}$.

- Explique que el numerador de la fracción representa la cantidad de veces que se tiene la fracción con numerador igual a 1.

E: Formación de fracciones.

- Indique a los estudiantes que completen en su cuaderno el valor correspondiente, según la fracción y que verbalicen en voz baja cada inciso que hayan completado.

Ej2: Simplifica fracciones.

- Recuerde que simplificar, es obtener la fracción equivalente más pequeña.
- Explique cómo se obtiene la fracción equivalente detallando el proceso de dividir tanto el numerador como el denominador entre el máximo común divisor, que en el ejemplo de 12 y 20, es 4, esto es:

  $12 \div 4 = 3$ y $20 \div 4 = 5$
- Por lo tanto es $\frac{3}{5}$.
- También se puede simplificar paso a paso como lo hace el profesor.

E: Ejercita.

- Monitoree que simplifican correctamente cada fracción.

Unidad 6

Introducción a la multiplicación y división de fracciones

Recordemos

Ejemplo 1

Completa:

a) $\frac{4}{5}$ es $\boxed{4}$ veces $\frac{1}{5}$ b) 5 veces $\frac{1}{3}$ es $\frac{\boxed{5}}{\boxed{3}}$

Ejercicios

Completa:

a) $\frac{2}{7}$ es $\boxed{2}$ veces $\frac{1}{7}$ b) $\frac{5}{6}$ es $\boxed{5}$ veces $\frac{1}{6}$

c) 4 veces $\frac{1}{7}$ es $\frac{\boxed{4}}{\boxed{7}}$ d) 3 veces $\frac{1}{8}$ es $\frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}$

Ejemplo 2

Simplifica $\frac{12}{20}$

$$\frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{20}_{5}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{\bigcirc}{\square} = \frac{\bigcirc \div \triangle}{\square \div \triangle}$$

Simplificar significa obtener la menor fracción equivalente.

$$\frac{\cancel{\cancel{12}^{6}}^{3}}{\cancel{\cancel{20}_{10}}_{5}} = \frac{3}{5}$$

Ejercicios

Simplifica:

a) $\frac{4}{10}$ $\frac{2}{5}$ b) $\frac{6}{9}$ $\frac{2}{3}$ c) $\frac{8}{12}$ $\frac{2}{3}$ d) $\frac{15}{30}$ $\frac{1}{2}$

e) $\frac{6}{24}$ $\frac{1}{4}$ f) $\frac{9}{27}$ $\frac{1}{3}$ g) $\frac{6}{3}$ 2 h) $\frac{21}{7}$ 3

página 58

Secuencia didáctica:

En 5to grado se estudió la adición y sustracción de fracciones, ahora en 6to grado se continúa estudiando las operaciones con fracciones: multiplicación y división.

En esta unidad se hace una introducción a la multiplicación y división de fracciones, partiendo de la multiplicación de una fracción con un número natural.

En esta clase de recordemos, se quiere que los estudiantes estén claro del concepto de una fracción con numerador igual a 1, o fracción unitaria, ya que, al igual que en la adición y sustracción, es la fracción base, para comprender el procedimiento de estas operaciones, además se recuerda la simplificación de fracciones, porque será de mucha utilidad en algunos de los cálculos.

Sección 1: Multiplicación de fracciones por un número natural

Contenido 1: Multiplicación de fracción por número natural (1)

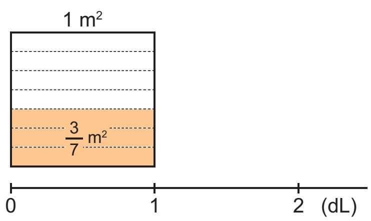
Problema 1

Con 1 dL de pintura se pintan $\frac{3}{7}$ m² de una barda, ¿cuántos metros cuadrados se pintarán con 2 dL de pintura?

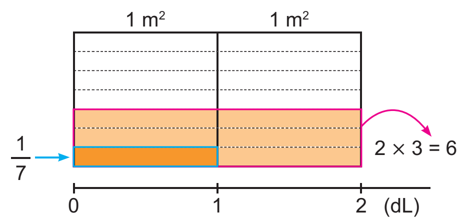
Solución

PO: $2 \times \frac{3}{7}$

Área pintada con 1 dL



Área pintada con 2 dL

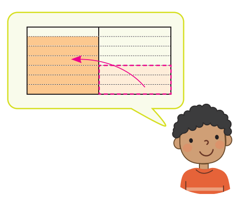


$\frac{3}{7}$ es 3 veces $\frac{1}{7}$

(2×3) veces $\frac{1}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$

Es decir:

$$2 \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$$



R: $\frac{6}{7}$ m².

Aprendizaje esperado:

Comprende la multiplicación de una fracción por un número natural.

Materiales: Diagramas de S.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

Abrir el LT al iniciar la Solución.

P1: Calculamos el área.

- Escriba el problema en la pizarra y léelo con todos.
- Solicite que escriban el PO y que piensen cómo calcularlo.

S: Piensa la cantidad de área pintada.

- ***¿Cuál es el área pintada con 1 dL?*** (mientras los estudiantes responden colocar el primer diagrama de S). R: $\frac{3}{7}$ m².

  ¿Cuántas veces $\frac{1}{7}$ es $\frac{3}{7}$?

  R: 3 veces $\frac{1}{7}$.

- Confirma en la pizarra utilizando el diagrama. "Con 1 dL se pintan $\frac{3}{7}$ m².

  ¿Cuál será el área pintada con 2 dL?

  R: Son 2 veces de lo que se pinta con 1 dL (en este momento duplicamos el diagrama).

- Explica que esto es 2 veces $\frac{3}{7}$, que serían $\frac{6}{7}$.
- Explique el procedimiento del cálculo.

Secuencia didáctica:

En la primera sección se estudia la multiplicación de una fracción por un número natural y en esta clase particularmente se quiere que comprendan conceptualmente el procedimiento del cálculo.

Es importante que los estudiantes resuelvan todos los ejercicios para que comprendan e interioricen el procedimiento básico del cálculo de la multiplicación de una fracción por un número natural y lo puedan aplicar en la siguiente clase.

Unidad 6

P2: Calculamos.

- Escribe y piense cómo calcular el ejercicio.

S: Calcule $\frac{4}{5} \times 3$.

- Podemos realizar el cálculo explicando la propiedad conmutativa.

$$\frac{4}{5} \times 3 = 3 \times \frac{4}{5}$$

  y resolverlo como en la solución del Problema 1.
- El cálculo puede hacerse directamente como:

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \times 3}{5}$$

- Cuando el resultado es una fracción impropia, se puede expresar como número mixto.

C: Concluye.

- Se multiplica el numerador por el número natural y se escribe el mismo denominador.

E: Ejercita.

- Aplique el proceso aprendido para multiplicar una fracción por un número natural.
- E1: Se practica el procedimiento del cálculo (a – e) y cuando el resultado es una fracción impropia se puede expresar como número mixto (f – i).
- E2: Confirmar primero que el PO esté correcto y luego realizar el cálculo.

Problema 2

Multipliquemos: $\frac{4}{5} \times 3$

Solución

$$\frac{4}{5} \times 3 = 3 \times \frac{4}{5}$$
$$= \frac{3 \times 4}{5}$$
$$= \frac{12}{5}$$

Es decir: $\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \times 3}{5}$

$$= \frac{12}{5}$$

El resultado también puede ser: $2\frac{2}{5}$

Conclusión

Para multiplicar una fracción por un número natural, se multiplica el numerador por el número natural y se escribe el mismo denominador.

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$$

Ejercicios

1. Multiplica:

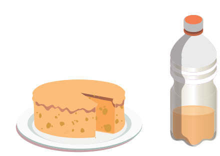
a) $2 \times \frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ b) $4 \times \frac{2}{9}$ $\frac{8}{9}$ c) $3 \times \frac{2}{7}$ $\frac{6}{7}$

d) $\frac{3}{10} \times 3$ $\frac{9}{10}$ e) $\frac{2}{15} \times 7$ $\frac{14}{15}$ f) $\frac{2}{3} \times 4$ $\frac{8}{3}$ $\left(o\ 2\frac{2}{3}\right)$

g) $\frac{3}{5} \times 3$ $\frac{9}{5}$ $\left(o\ 1\frac{4}{5}\right)$ h) $\frac{7}{9} \times 4$ $\frac{28}{9}$ $\left(o\ 3\frac{1}{9}\right)$ i) $\frac{3}{4} \times 5$ $\frac{15}{4}$ $\left(o\ 3\frac{3}{4}\right)$

2. Escribe el PO y responde:

a) Para preparar una torta de naranja se utilizan $\frac{2}{5}$ L de jugo, ¿cuántos litros de jugo se utilizan para preparar 2 tortas?



PO: $2 \times \frac{2}{5}$ R: $\frac{4}{5}$ L.

b) 1 m de varilla pesa $\frac{4}{7}$ kg. ¿Cuántos kilogramos pesan 3 m de esta varilla?

PO: $3 \times \frac{4}{7}$ R: $\frac{12}{7}$ kg $\left(o\ 1\frac{5}{7}\text{ kg}\right)$.

Sugerencia para los ejercicios:

1. Primero solicite a los estudiantes que encuentren la respuesta de cada inciso como fracción propia o impropia.

   Si los resuelven rápidamente, pídales que conviertan las respuestas de fracciones impropias en números mixtos (seleccione un inciso y explique la manera de conversión).
2. En los problemas, cuando el resultado es una fracción impropia este debe ser expresado también como número mixto.

Contenido 2: Multiplicación de fracción por número natural (2)

Problema

Multipliquemos: $\frac{2}{9} \times 3$

Solución

$\frac{2}{9} \times 3 = \frac{2 \times 3}{9}$

$= \frac{\cancel{6}^{\,2}}{\cancel{9}_{\,3}}$

$= \frac{2}{3}$

$\frac{2}{9} \times 3 = \frac{2 \times \cancel{3}^{\,1}}{\cancel{9}_{\,3}}$

$= \frac{2}{3}$

Conclusión

La multiplicación de una fracción por un número natural se simplifica si es necesario.

Ejemplo

Multiplica:

a) $\frac{3}{10} \times 4 = \frac{3 \times \cancel{4}^{\,2}}{\cancel{10}_{\,5}}$

$= \frac{6}{5} \left(o\ 1\frac{1}{5} \right)$

b) $\frac{2}{3} \times 6 = \frac{2 \times \cancel{6}^{\,2}}{\cancel{3}_{\,1}}$

$= 4$

Ejercicios

1. Multiplica:

a) $\frac{1}{10} \times 5$ $\frac{1}{2}$
b) $\frac{5}{12} \times 2$ $\frac{5}{6}$
c) $\frac{4}{15} \times 3$ $\frac{4}{5}$
d) $\frac{3}{14} \times 4$ $\frac{6}{7}$

e) $\frac{5}{18} \times 3$ $\frac{5}{6}$
f) $\frac{5}{8} \times 2$ $\frac{5}{4} \left(o\ 1\frac{1}{4} \right)$
g) $\frac{3}{16} \times 6$ $\frac{9}{8} \left(o\ 1\frac{1}{8} \right)$
h) $\frac{4}{9} \times 6$ $\frac{8}{3} \left(o\ 2\frac{2}{3} \right)$

i) $\frac{7}{12} \times 8$ $\frac{14}{3} \left(o\ 4\frac{2}{3} \right)$
j) $\frac{7}{8} \times 6$ $\frac{21}{4} \left(o\ 5\frac{1}{4} \right)$
k) $\frac{1}{7} \times 7$ 1
l) $\frac{3}{2} \times 4$ 6

2. Escribe el PO y responde:

Si se pintan $\frac{7}{9}$ m² de un muro con 1 dL de pintura. ¿Cuántos metros cuadrados se pintan con 3 dL de pintura?

PO: $3 \times \frac{7}{9}$

R: $\frac{7}{3}$ m². $\left(o\ 2\frac{1}{3} \text{ m}^2 \right)$

página 61

Aprendizaje esperado:
Resuelve multiplicaciones de una fracción por un número natural con simplificación.

Abrir el LT después de solución.

P: ¿Cómo podemos calcular?
- Escribe el ejercicio.
- Solicite que piensen cómo hacer este cálculo.

S: Calcula $\frac{2}{9} \times 3$.
- Observe los cálculos y pregunte ***¿se podrá simplificar este resultado?***
- Invite a que comparen sus ideas en pareja y luego en plenaria.
- Si los estudiantes presentan una de las ideas del LT, explique la otra forma de resolver el ejercicio.
- Compare las 2 ideas del LT, pregunte ***¿cuál es la diferencia en los procedimientos al resolver?, ¿cuál consideran más sencillo?***
- Simplificar antes de multiplicar como la niña.

C: Simplifica el resultado.
- Al multiplicar se simplifica si es necesario.

Ej: Simplifica el resultado.
- Cuando el resultado es fracción impropia, se puede expresar como un número mixto, en algunos casos debe ser un número natural (incisos k y l).

E: Ejercita.
- Aplica el proceso aprendido de simplificar al multiplicar una fracción por un número natural.

Secuencia didáctica:
En la clase anterior se aprendió a multiplicar una fracción por un número natural, sin simplificación, en esta clase se aprenderá a calcular la multiplicación con simplificación.

Es importante que los estudiantes practiquen resolviendo todos los ejercicios, en ellos tendrán que simplificar, en algunos casos se podrán expresar como números mixtos y en otros el resultado es un número natural.

Observación:

Tomar en cuenta las sugerencias de ejercicios de la clase anterior, además que en algunos casos existen ejercicios donde el resultado debe ser expresado necesariamente como números naturales (incisos k y l).

S2C1 División de fracción entre número natural (1)

Aprendizaje esperado: Comprende la división de una fracción entre un número natural, cuando el numerador es divisible entre el número natural.

Materiales: Diagramas.

Abrir el LT en la Solución.

P: Calculamos el área.

- Escribe el problema en la pizarra y léelo con todos.
- Solicite que escriban el PO y que piensen cómo calcularlo.

S: Piensa la cantidad de área que se pinta con 1 dL.

¿Cuál es el área pintada con 2 dL?

- Confirma con el diagrama que "Con 2 dL se pinta $\frac{4}{5}$ m²".

¿Cuál será el área pintada con 1 dL?

R: Se pintaría la mitad con 1 dL. (presentamos el otro diagrama).

- Observa en el diagrama del pensamiento del niño y explique que $\frac{4}{5}$, se ha dividido en 2 partes, es decir, $(4 \div 2)$ veces $\frac{1}{5}$.
- Explique el procedimiento del cálculo.

C: Divide fracción entre natural.

- El numerador se divide entre el número natural y se escribe el mismo denominador.

E: Ejercita.

- Aplica el proceso aprendido para dividir una fracción entre un número natural.

Sección 2: División de fracciones entre un número natural

Contenido 1: División de fracción entre número natural (1)

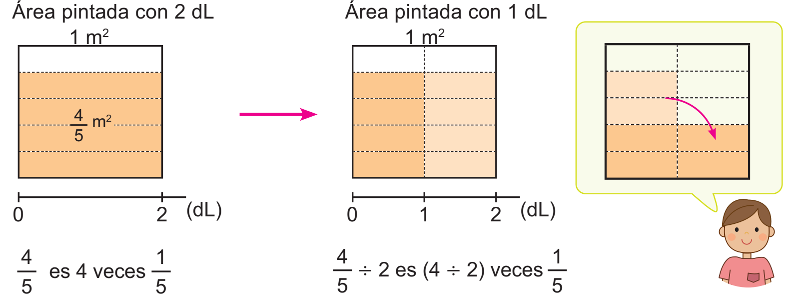
Problema

Si se pintan $\frac{4}{5}$ m² de una barda con 2 dL de pintura. ¿Cuántos metros cuadrados se pintarán con 1 dL de pintura?

Solución

PO: $\frac{4}{5} \div 2$

Área pintada con 2 dL — Área pintada con 1 dL



$\frac{4}{5}$ es 4 veces $\frac{1}{5}$ — $\frac{4}{5} \div 2$ es $(4 \div 2)$ veces $\frac{1}{5}$

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$

R: $\frac{2}{5}$ m².

Conclusión

Para dividir una fracción entre un número natural, se divide el numerador entre el número natural y se escribe el mismo denominador.

$$\frac{a}{b} \div c = \frac{a \div c}{b}$$

Ejercicios

1. Divide:

a) $\frac{4}{9} \div 2$ **$\frac{2}{9}$** b) $\frac{6}{11} \div 3$ **$\frac{2}{11}$** c) $\frac{8}{15} \div 2$ **$\frac{4}{15}$** d) $\frac{18}{5} \div 9$ **$\frac{2}{5}$**

e) $\frac{9}{16} \div 3$ **$\frac{3}{16}$** f) $\frac{12}{5} \div 4$ **$\frac{3}{5}$** g) $\frac{10}{13} \div 5$ **$\frac{2}{13}$** h) $\frac{7}{10} \div 7$ **$\frac{1}{10}$**

2. Escribe el PO y responde:

Hay $\frac{6}{7}$ kg de barro y se quieren repartir entre 3 niños en partes iguales. ¿Cuántos kilogramos de barro recibe cada niño? **PO: $\frac{6}{7} \div 3$** **R: $\frac{2}{7}$ kg.**

Secuencia didáctica:
En esta segunda sección se estudia la división de una fracción entre un número natural y en esta clase particularmente se quiere que comprendan conceptualmente el procedimiento del cálculo cuando se puede dividir directamente el numerador entre el número natural.

Contenido 2: División de fracción entre número natural (2)

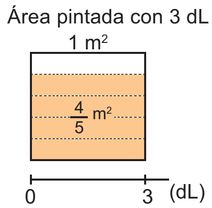
Problema

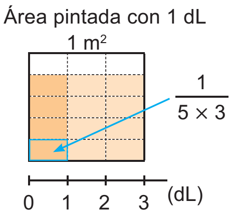
Se pintan $\frac{4}{5}$ m² de una barda con 3 dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados se pinta con 1 dL?

Solución

PO: $\frac{4}{5} \div 3$

$\frac{4 \div 3}{5}$
No puedo dividir 4 ÷ 3 exactamente.





$\frac{4}{5}$ es 4 veces $\frac{1}{5}$

$\frac{4}{5} \div 3$ es 4 veces $\frac{1}{5 \times 3}$

$\frac{4}{5} \div 3 = 4 \times \frac{1}{5 \times 3} = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$

R: $\frac{4}{15}$ m².

Conclusión

Para dividir una fracción propia o impropia entre un número natural, se multiplica el denominador por el número natural y se escribe el mismo numerador.

$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$

Ejemplo

Divide $\frac{4}{5} \div 2$

$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{\cancel{4}^{2}}{5 \times \cancel{2}_{1}} = \frac{2}{5}$

También se puede utilizar esta forma, aún cuando el numerador se pueda dividir exactamente entre el número natural.

Ejercicios

1. Divide aplicando la conclusión:

a) $\frac{3}{4} \div 5$ **$\frac{3}{20}$** b) $\frac{2}{5} \div 3$ **$\frac{2}{15}$** c) $\frac{7}{9} \div 2$ **$\frac{7}{18}$** d) $\frac{5}{7} \div 3$ **$\frac{5}{21}$**

e) $\frac{6}{7} \div 4$ **$\frac{3}{14}$** f) $\frac{8}{9} \div 6$ **$\frac{4}{27}$** g) $\frac{25}{12} \div 10$ **$\frac{5}{24}$** h) $\frac{28}{5} \div 21$ **$\frac{4}{15}$**

2. Escribe el PO y responde:

Se distribuye $\frac{8}{5}$ L de jugo en partes iguales en 6 vasos, ¿cuántos litros de jugo habrá en cada vaso?

PO: $\frac{8}{5} \div 6$ **R: $\frac{4}{15}$ L.**

página 63

Aprendizaje esperado:
Comprende la división de una fracción entre un número natural, cuando el numerador no es divisible entre el número natural.

Materiales: Diagramas.

Abrir el LT en la solución.

P: Calculemos el área.
- Escribe el problema.
- Solicite que escriban el PO y que piensen cómo calcularlo.

S: Piensa la cantidad de área que se pinta con 1 dL.
- Intentarán dividir 4 ÷ 3 y dirán que no se puede utilizar los diagramas.

¿Cuál es el área pintada con 3 dL? R: $\frac{4}{5}$ m².

¿Cuál será el área pintada con 1 dL?

R: Se pintaría la tercera parte con 1 dL.

- Explique que los $\frac{4}{5}$, se han dividido en 3 partes, cada nueva parte es $\frac{1}{5 \times 3}$ y en total hay 4 de estas.
- Explique el procedimiento del cálculo relacionándolo con los diagramas.

C: Concluye.
- Al calcular la división el número natural se multiplica por el denominador y se escribe el mismo numerador.

Ej: Simplifica el resultado.
- Realiza el cálculo, haz notar que el resultado se debe simplificar.

E: Ejercita.
- Aplica el proceso aprendido del cálculo para dividir.

Secuencia didáctica:
En esta segunda clase de división de una fracción entre un número natural, los estudiantes aprenderán una forma general que se puede aplicar no solo cuando no es posible dividir directamente el numerador por el número natural, sino que también cuando sí es posible (aprendido en la clase anterior).

Observación:
En el ejercicio 1, tener presente al revisar los cálculos de los estudiantes, en los incisos e) a h) se debe simplificar.

Unidad 6

Practiquemos lo aprendido

1. Multiplica y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{4} \times 3$ **$\frac{3}{4}$**

b) $\frac{3}{7} \times 2$ **$\frac{6}{7}$**

c) $\frac{1}{8} \times 3$ **$\frac{3}{8}$**

d) $\frac{1}{3} \times 5$ **$\frac{5}{3}\left(o\ 1\frac{2}{3}\right)$**

e) $\frac{3}{5} \times 4$ **$\frac{12}{5}\left(o\ 2\frac{2}{5}\right)$**

f) $\frac{5}{6} \times 3$ **$\frac{5}{2}\left(o\ 2\frac{1}{2}\right)$**

g) $\frac{3}{4} \times 6$ **$\frac{9}{2}\left(o\ 4\frac{1}{2}\right)$**

h) $\frac{4}{5} \times 10$ **8**

2. Divide y simplifica si es posible:

a) $\frac{8}{9} \div 2$ **$\frac{4}{9}$**

b) $\frac{6}{7} \div 3$ **$\frac{2}{7}$**

c) $\frac{10}{9} \div 5$ **$\frac{2}{9}$**

d) $\frac{9}{12} \div 9$ **$\frac{1}{12}$**

e) $\frac{2}{7} \div 3$ **$\frac{2}{21}$**

f) $\frac{3}{4} \div 5$ **$\frac{3}{20}$**

g) $\frac{4}{5} \div 6$ **$\frac{2}{15}$**

h) $\frac{6}{7} \div 12$ **$\frac{1}{14}$**

3. Escribe el PO y responde:

a) 1 botella contiene $\frac{3}{4}$ L de aceite.

¿Cuántos litros de aceite se tienen en 6 botellas?

PO: $6 \times \frac{3}{4}$ **R: $\frac{9}{2}$ L. $\left(o\ 4\frac{1}{2}\text{ L.}\right)$**

b) 3 m de alambre pesan $\frac{4}{5}$ kg.

¿Cuántos kilogramos pesa 1 m de este alambre?

PO: $\frac{4}{5} \div 3$ **R: $\frac{4}{15}$ kg.**

Prueba de Unidad 6: Introducción a la multiplicación y división de fracciones **(25 min)**

/10

Fecha:___________

Nombre: ____ **Sección:**_________

1. Calcula y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{5} \times 3$

b) $\frac{3}{4} \times 2$

c) $\frac{3}{8} \times 12$

d) $\frac{6}{7} \div 2$

e) $\frac{2}{5} \div 3$

f) $\frac{9}{4} \div 15$

2. Escribe el PO y responde:

a) Se pintan $\frac{3}{4}$ m^2 de una barda con 1 dL de pintura. ¿Cuántos metros cuadrados se pintan con 6 dL de pintura?

b) 4 m de alambre pesan $\frac{5}{6}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este alambre?

Unidad 7

Multiplicación de fracciones (11 horas)

1. Competencia

- Aplica el concepto de factorización prima, la multiplicación y división de números decimales y fracciones en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

2. Secuencia de Aprendizaje

Quinto grado

U1: Multiplicación de números decimales

- Multiplicación de números decimales hasta las décimas/ centésimas con números naturales
  - Forma horizontal y vertical

U3: División de números decimales

- División de números decimales del tipo décimas entre números naturales de una, dos y tres cifras (con y sin residuo)

U9: Fracción y números decimales

- Propiedades de las fracciones (fracciones equivalentes, simplificación, amplificación)
- Expresión de fracciones como resultado de la división
- Relaciones entre fracciones, decimales y números naturales

Sexto grado

U6: Introducción a la multiplicación y división de fracciones

- Multiplicación de fracciones por números naturales
- División de fracciones entre números naturales

U7: Multiplicación de fracciones

- Multiplicación de fracciones
- Propiedades de la multiplicación de fracciones
- Concepto de recíproco

U9: División de fracciones

- División de fracciones
- Operaciones combinadas de fracciones

Séptimo grado (secundaria)

U1: Operaciones con números naturales, fracciones y decimales

U2: Números positivos y negativos

Octavo grado (secundaria)

U4: Radicales

3. Puntos Esenciales

Introducción

En la unidad 6, se inició con la introducción de la multiplicación y división de fracciones, en la cual los estudiantes aprendieron a multiplicar una fracción por un número natural y a dividir una fracción entre un número natural, estos contenidos son base para comprender la multiplicación de fracción por fracción y la división de fracción entre fracción.

En esta unidad se estudia la multiplicación de una fracción por otra fracción, incluyendo números mixtos, además de algunas aplicaciones como: la relación entre el multiplicador y el producto, cálculo de área, las propiedades y el recíproco de un número.

Multiplicación de fracciones

Multiplicación de fracción por fracción

Se inicia con un problema similar al que se resolvió durante el Recordemos, para facilitar la expresión del PO.

Para comprender la multiplicación se utilizan diagramas que reflejen el proceso del cálculo y además esto se debe construir paso a paso con los estudiantes para que se pueda entender.

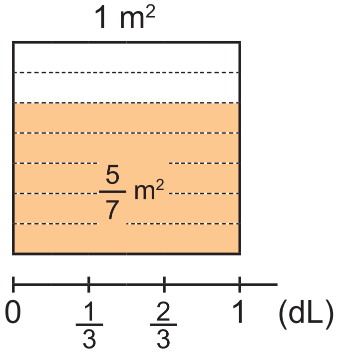
Por ejemplo, al resolver:

Con 1 dL de pintura se pintan $\frac{5}{7}$ m^2 de una barda, ¿cuántos metros cuadrados se pintarán con $\frac{2}{3}$ dL de pintura?

1. Escribir el PO.

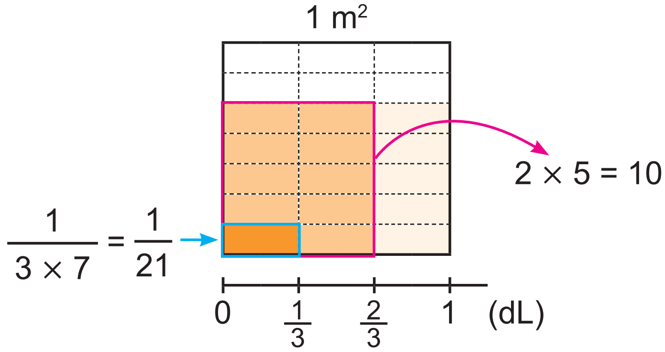
   PO: $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$

2. Representar el área pintada con 1 dL.



$\frac{5}{7}$ es 5 veces $\frac{1}{7}$

3. Representar el área pintada con $\frac{2}{3}$ dL.



$$(2 \times 5) \text{ veces } \frac{1}{3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

4. Calcular.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

Es importante señalar que la expresión que iniciamos a calcular se convirtió en una multiplicación de los numeradores y de los denominadores y esto se generaliza mediante la fórmula:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Observe que siempre en la multiplicación de fracciones tenemos la cantidad por unidad, en el ejemplo, "*Con 1 dL de pintura se pintan $\frac{5}{7}$ m^2*" y se busca el tamaño correspondiente a otra cantidad determinada, *"¿cuántos metros cuadrados se pintarán con $\frac{2}{3}$ dL de pintura?"*.

Después los estudiantes primero deben fijar el cálculo y posteriormente trabajar la simplificación, por ejemplo:

$$\frac{7}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{7 \times \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times 5} = \frac{21}{5}$$

Multiplicación de fracciones con números mixtos

En la multiplicación de fracciones con números mixtos, la clave está en convertir el número mixto en una fracción impropia y aplicar lo que ya se ha aprendido, por ejemplo:

Multiplicar $\frac{7}{9} \times 1\frac{1}{3}$

1. Convertir $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

2. Reescribir la operación y calcular:

$$\frac{7}{9} \times \boxed{1\frac{1}{3}} = \frac{7}{9} \times \boxed{\frac{4}{3}} = \frac{7 \times 4}{9 \times 3} = \frac{28}{27}$$

Multiplicación con tres fracciones

Al multiplicar tres o más fracciones se sigue el mismo procedimiento que vimos anteriormente, utilizando la fórmula, se multiplican los numeradores y los denominadores, por ejemplo:

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times \overset{1}{\cancel{5}} \times \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}} \times 7 \times \underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{3}{14}$$

Aplicación de la multiplicación de fracciones

Relación entre el multiplicador y el producto de una fracción

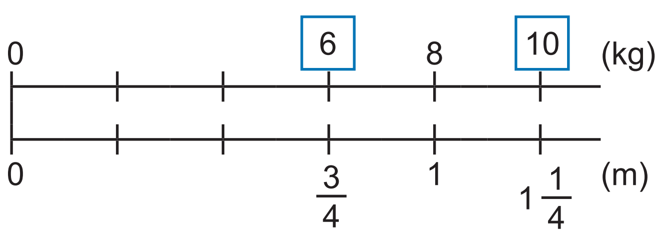
Al observar la relación que tiene el multiplicador y el producto en una multiplicación de fracciones, podemos encontrar algunas propiedades, para ello se utiliza el siguiente problema:

1 m de un tubo pesa 8 kg.

a) ¿Cuántos kilogramos pesan $\frac{3}{4}$ *m de este tubo?, ¿es mayor o menor que 8 kg?*

b) ¿Cuántos kilogramos pesan $1\frac{1}{4}$ *m de este tubo?, ¿es mayor o menor que 8 kg?*

Se resuelve el problema utilizando el diagrama de dos líneas, para observar mejor lo que sucede.



a) PO: $\frac{3}{4} \times 8$

R: 6 kg

b) PO: $1\frac{1}{4} \times 8$

R: 10 kg

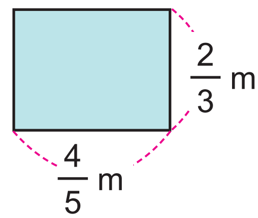
En este caso hacer notar que:

$$\underset{<1}{\frac{3}{4}} \times 8 = \underset{<8}{6} \qquad \underset{>1}{1\frac{1}{4}} \times 8 = \underset{>8}{10}$$

Cálculo de área con fracciones

En el cálculo de área, se utilizan las mismas fórmulas estudiadas anteriormente, con números naturales y decimales, pero esta vez se utilizan fracciones. Lo importante es identificar cuál es la fórmula y cuáles son los valores de cada uno de los elementos que intervienen.

Por ejemplo:



Área del rectángulo = base × altura,

La base es $\frac{4}{5}$ m y altura es $\frac{2}{3}$ m, entonces se calcula:

PO: $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

R: $\frac{8}{15}$ m^2

El recíproco

Cuando el producto de dos números es 1, como $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$, a estos números se les llama recíprocos, cada uno es el número recíproco del otro.

"El recíproco de una fracción es otra fracción con el numerador y el denominador invertido".

$$\frac{a}{b} \rightleftarrows \frac{b}{a}$$

Por ejemplo:

Número	Recíproco
$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{1}$
3	$\frac{1}{3}$

4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

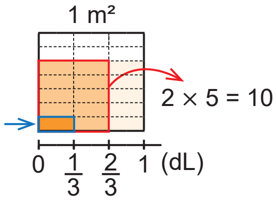
Sección 1, Contenido 1: Multiplicación de fracciones (1)

U7: Multiplicación de fracciones __ / __

S1C1: Multiplicación de fracciones (1) (p. 67-68)

Ⓟ Con 1 dL se pintan $\frac{5}{7}$ m².
¿Cuántos metros cuadrados se pintarán con $\frac{2}{3}$ dL?

Ⓢ PO: $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$



$\frac{1}{3 \times 7} = \frac{1}{21}$

(2 × 5) veces $\frac{1}{3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$

$\boxed{\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7}} = \frac{10}{21}$

R: $\frac{10}{21}$ m²

Ⓒ $\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}}$

Ⓔⓙ Multiplica:

$\frac{2}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{2 \times 8}{3 \times 5} = \frac{16}{15}$

Recuerda:

$\frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$

Ⓔ 1. a) $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$ ✓

c) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{5 \times 1}{6 \times 4} = \cancel{\frac{5}{20}}$ $\frac{5}{24}$

d) $\frac{5}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{9 \times 3} = \frac{10}{27}$ ✓

h) $\frac{5}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{5 \times 3}{2 \times 7} = \frac{15}{14}$ ✓ $\left(o\ 1\frac{1}{14}\right)$

Tarea: 1. b), e), f), g), i)
2.

__ / __

U1: Multiplicación de fracciones
S1C1: Multiplicación de fracciones (p. 67-68)

Ⓟ *Con 1 dL se pintan* $\frac{5}{7}$ *m².*

¿Cuántos metros cuadrados se pintarán con $\frac{2}{3}$ *dL?*

Ⓢ *PO:* $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$

(2 × 5) *veces* $\frac{1}{3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$

$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$

R: $\frac{10}{21}$ *m²*

Ⓒ $\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}}$

Ⓔⓙ *Multiplica:*

$\frac{2}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{2 \times 8}{3 \times 5} = \frac{16}{15}$ $\frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$

Ⓔ 1. a) $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$ ✓

c) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{5 \times 1}{6 \times 4} = \cancel{\frac{5}{20}}$ $\frac{5}{24}$

d) $\frac{5}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{9 \times 3} = \frac{10}{27}$ ✓

h) $\frac{5}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{5 \times 3}{2 \times 7} = \frac{15}{14} \left(o\ 1\frac{1}{14}\right)$ ✓

Tarea: 1. *b), e), f), g), i)*
2.

Aprendizaje esperado:
Recuerda la multiplicación de fracciones por número natural y la división de fracciones entre número natural.

Ej: Multiplica y divide fracciones.

- Explique que al multiplicar fracciones se multiplica el numerador por el número natural y se escribe el mismo denominador.
- Resuelve el ejemplo a), aplicando el proceso explicado.
- Explique que al dividir fracciones se multiplica el denominador por el número natural y se escribe el mismo numerador.
- Resuelve el ejemplo b), aplicando el proceso explicado.

E: Formación de fracciones.

- Indique a los estudiantes que resuelvan en su cuaderno cada ejercicio.
- E1: Aplique el procedimiento para multiplicar fracciones por un número natural.
- E2: Aplique el procedimiento para dividir fracciones entre un número natural.
- Observe que los estudiantes simplifiquen correctamente en los ejercicios que lo requieren, E1 y E2 en c) y d).
- E3: Confirma primeramente que el PO es correcto y pregunte ¿por qué es este el PO?, que los estudiantes expliquen cómo construyeron el PO, y después realizar el cálculo.

Unidad 7 **Multiplicación de fracciones**

Recordemos

Ejemplo

Calculemos:

a) $\frac{2}{7} \times 3$

$\frac{2}{7} \times 3 = \frac{2 \times 3}{7}$

$= \frac{6}{7}$

Para multiplicar:

$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$

Para dividir:

$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$

b) $\frac{4}{5} \div 3$

$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5 \times 3}$

$= \frac{4}{15}$

Ejercicios

1. Multiplica y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{3} \times 2$ $\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{7} \times 4$ $\frac{8}{7}$ $\left(o\ 1\frac{1}{7}\right)$

c) $\frac{4}{15} \times 5$ $\frac{4}{3}$ $\left(o\ 1\frac{1}{3}\right)$

d) $\frac{4}{9} \times 6$ $\frac{8}{3}$ $\left(o\ 2\frac{2}{3}\right)$

2. Divide:

a) $\frac{3}{4} \div 5$ $\frac{3}{20}$

b) $\frac{2}{5} \div 3$ $\frac{2}{15}$

c) $\frac{4}{9} \div 2$ $\frac{2}{9}$

d) $\frac{9}{5} \div 6$ $\frac{3}{10}$

3. Escribe el PO y responde:
Con 1 dL de pintura se pintan $\frac{5}{7}$ m² de una barda, ¿cuántos metros cuadrados se pintarán con 2 dL de pintura?

PO: $2 \times \frac{5}{7}$ R: $\frac{10}{7}$ m². $\left(o\ 1\frac{3}{7}\text{ m}^2\right)$.

página 66

Secuencia didáctica:

En la unidad 6 se estudió la multiplicación de una fracción por un número natural y la división de fracción entre un número natural, esto como preparación para la multiplicación y división de fracciones entre fracciones.

En esta unidad aprenderemos la multiplicación de fracciones, partiendo de lo estudiado en la unidad 6, por esta razón en esta clase de recordemos, se quiere que los estudiantes apliquen el procedimiento de la multiplicación y división de fracción por un número natural, además es importante que en el ejercicio 3, logren comprender cómo se plantea el PO del problema, lo que será base de la siguiente clase.

S1C1 Multiplicación de fracciones (1)

Sección 1: Multiplicación de fracciones

Contenido 1: Multiplicación de fracciones (1)

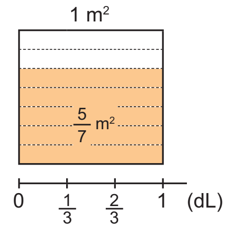
Problema

Con 1 dL de pintura se pintan $\frac{5}{7}$ m^2 de una barda, ¿cuántos metros cuadrados se pintarán con $\frac{2}{3}$ dL de pintura?

Solución

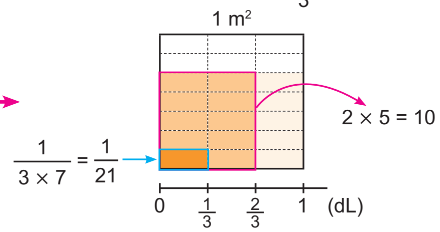
PO: $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$

Área pintada con 1 dL



$\frac{5}{7}$ es 5 veces $\frac{1}{7}$

Área pintada con $\frac{2}{3}$ dL



(2×5) veces $\frac{1}{3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$

Es decir:

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7}$$

$$= \frac{10}{21}$$

R: $\frac{10}{21}$ m^2.

Conclusión

Para multiplicar una fracción por otra fracción, se multiplica el numerador por el numerador y denominador por denominador.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

página 67

Aprendizaje esperado:
Comprende el concepto de la multiplicación de fracción por fracción.

Materiales: Diagramas de S.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.
Abrir el LT después de la Solución.

P: Calculemos el área.

- Escribe el problema.
- Solicite que escriban el PO y que piensen cómo calcularlo.

S: Piensa el área pintada.

- Observe los PO escritos, algunos lo escriben intercambiado, confirme el PO correcto $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$.

¿Cuál es el área pintada con 1 dL? (colocar el primer diagrama). R: Con 1 dL se pintan $\frac{5}{7}$ m^2.

¿Cuál será el área pintada con $\frac{2}{3}$ dL?

- Al observar el diagrama explique que los $\frac{5}{7}$ se dividen en 3 partes y cada nueva partecita es $\frac{1}{7 \times 3} = \frac{1}{21}$.
- Compruebe cuántas partes hay: (2×5) veces $\frac{1}{3 \times 7}$, que es $\frac{2 \times 5}{3 \times 7}$, que serían $\frac{10}{21}$.

¿Cómo se calcula $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$?

- Luego explique el procedimiento del cálculo, relacionándolo con el diagrama.

C: Multiplica fracciones.

- Se multiplica el numerador por numerador y denominador por denominador.

Secuencia didáctica:

En esta primera sección se estudia la multiplicación de fracción por fracción y en esta clase se requiere que los estudiantes comprendan conceptualmente el procedimiento del cálculo de fracción por fracción.

Es importante que se resuelvan todos los ejercicios para que comprendan e interioricen el procedimiento básico del cálculo de la multiplicación de fracción por fracción y se aplique en la siguiente clase.

Ej: Calcule.

- Podemos realizar el cálculo directamente aplicando la conclusión.
- Cuando el resultado es fracción impropia, se puede expresar como un número mixto.

E: Ejercita.

- Aplique el proceso aprendido para multiplicar fracción por fracción.
- E1: Se practica el procedimiento del cálculo (a - g), cuando el resultado es una fracción impropia se puede expresar como número mixto (h) - i)).
- E2: Confirmar primero que el PO esté correcto y luego realizar el cálculo.

Ejemplo

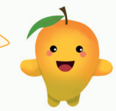
Multiplica $\frac{2}{3} \times \frac{8}{5}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{2 \times 8}{3 \times 5}$$

$$= \frac{16}{15}$$

El resultado también puede ser:

$1\frac{1}{15}$



Ejercicios

1. Multiplica:

a) $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ **$\frac{3}{8}$**

b) $\frac{1}{3} \times \frac{4}{9}$ **$\frac{4}{27}$**

c) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{4}$ **$\frac{5}{24}$**

d) $\frac{5}{9} \times \frac{2}{3}$ **$\frac{10}{27}$**

e) $\frac{3}{10} \times \frac{7}{8}$ **$\frac{21}{80}$**

f) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7}$ **$\frac{12}{35}$**

g) $\frac{2}{7} \times \frac{5}{3}$ **$\frac{10}{21}$**

h) $\frac{5}{2} \times \frac{3}{7}$ **$\frac{15}{14}$ (o $1\frac{1}{14}$)**

i) $\frac{5}{6} \times \frac{5}{4}$ **$\frac{25}{24}$ (o $1\frac{1}{24}$)**

2. Escribe el PO y resuelve:

Si 1 m de una varilla de hierro pesa $\frac{2}{5}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesan $\frac{2}{3}$ m de esta varilla de hierro?

PO: $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$ **R: $\frac{4}{15}$ kg.**

Sugerencia para los ejercicios:

Primero solicite a los estudiantes que encuentren la respuesta de cada inciso como fracción propia o impropia.

Si los resuelven rápidamente, pídales que conviertan las respuestas de fracciones impropias en números mixtos (seleccione un inciso y explique la manera de conversión).

S1C2 Multiplicación de fracciones (2)

Contenido 2: Multiplicación de fracciones (2)

Problema

Multipliquemos: $\frac{9}{8} \times \frac{2}{3}$

Solución

$\frac{9}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{9 \times 2}{8 \times 3}$

$= \frac{\cancel{18}^{\cancel{9}^{3}}}{\cancel{24}_{\cancel{12}_{4}}}$

$= \frac{3}{4}$

$\frac{9}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{\cancel{9}^{3} \times \cancel{2}^{1}}{\cancel{8}_{4} \times \cancel{3}_{1}}$

$= \frac{3}{4}$

Conclusión

En la multiplicación de fracciones, es útil simplificar antes de multiplicar si es posible.

Ejemplo

Multiplica $\frac{7}{3} \times \frac{9}{5}$

$\frac{7}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{7 \times \cancel{9}^{3}}{\cancel{3}_{1} \times 5}$

$= \frac{21}{5}$

El resultado también puede ser:

$4\frac{1}{5}$

Ejercicios

1. Multiplica y simplifica:

a) $\frac{4}{9} \times \frac{1}{10}$ $\frac{2}{45}$ b) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ $\frac{3}{10}$ c) $\frac{8}{11} \times \frac{1}{6}$ $\frac{4}{33}$ d) $\frac{4}{7} \times \frac{7}{8}$ $\frac{1}{2}$

e) $\frac{8}{3} \times \frac{9}{5}$ $\frac{24}{5}$ $\left(o\ 4\frac{4}{5}\right)$ f) $\frac{6}{7} \times \frac{5}{9}$ $\frac{10}{21}$ g) $\frac{5}{12} \times \frac{9}{10}$ $\frac{3}{8}$ h) $\frac{5}{7} \times \frac{7}{5}$ 1

2. Escribe el PO y responde:

1 botella equivale a $\frac{3}{4}$ L. ¿Cuántos litros hay en $\frac{8}{5}$ botellas?

PO: $\frac{8}{5} \times \frac{3}{4}$ R: $\frac{6}{5}$ L. $\left(o\ 1\frac{1}{5}\ \text{L.}\right)$

página 69

Aprendizaje esperado:

Resuelve multiplicaciones de fracción por fracción con simplificación.

Abrir el LT después de la solución.

P: ¿Cómo podemos calcular?

- Escribe el ejercicio en la pizarra.
- Solicite que piensen cómo hacer este cálculo.

S: Calcula $\frac{9}{8} \times \frac{2}{3}$.

- Observe los cálculos, algunos estudiantes no simplifican, diga "**se podrá simplificar este resultado**".
- Invite a que comparen sus ideas en pareja y luego en plenaria.
- Si los estudiantes presentan una de las ideas del LT, explique la otra forma de resolver el ejercicio.
- Compare las 2 ideas del LT y pregunte ***¿cuál es la diferencia en los procedimientos al resolver?, ¿cuál consideran más sencillo?***

C: Simplifica el resultado.

- Es más sencillo si se simplifica antes de multiplicar.

Ej: Simplifica el resultado.

- Realiza el cálculo, cuando el resultado es fracción impropia, se puede expresar como un número mixto.

E: Ejercita.

- E1: Aplica el proceso aprendido para multiplicar fracción por fracción y simplifica.
- E2: Confirmar primero que el PO esté correcto y luego realizar el cálculo.

Secuencia didáctica:

En la clase anterior se aprendió a multiplicar fracción por fracción sin simplificación, en esta clase se aprenderá a calcular la multiplicación con simplificación.

Es importante que los estudiantes practiquen resolviendo todos los ejercicios, en ellos tendrán que simplificar.

Sugerencia para los ejercicios:

- En E1, inciso e) la respuesta de la fracción impropia puede convertirse a un número mixto.
- En el inciso h) la respuesta debe ser expresada necesariamente como número natural.
- En E2 la respuesta debe ser expresada como fracción impropia y como número mixto.

S1C3 Multiplicación con números mixtos

Aprendizaje esperado:
Resuelve multiplicaciones con números mixtos con y sin simplificación.

Abrir el LT después de la solución.

P: ¿Cómo podemos calcular?

- Escribe el ejercicio en la pizarra.
- Solicite que piensen cómo hacer este cálculo.

S: Calcula $\frac{7}{9} \times 1\frac{1}{3}$.

- Observe los cálculos, algunos estudiantes no convirtieron el número mixto en fracción impropia, Pregunte ***¿cuál es la diferencia de este ejercicio con los de la clase anterior?***
- Hay un número mixto, probemos convirtiéndolo en una fracción impropia y calculemos.
- Confirme el procedimiento del cálculo, enfatizando en la conversión.

C: Multiplica con número mixto.

- Antes de multiplicar se debe convertir el número mixto en fracción impropia.

Ej: Simplifica el resultado.

- Calcule convirtiendo el número mixto en fracción impropia y en el cálculo se simplifica.

E: Ejercita.

- E1. Recuerde convertir el número mixto en fracción impropia y simplificar si es posible.
- E2. Confirme primero que el PO esté correcto y luego realizar el cálculo.

Contenido 3: Multiplicación con números mixtos

Problema

Multipliquemos: $\frac{7}{9} \times 1\frac{1}{3}$

Solución

Se convierte $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$, entonces:

$$\frac{7}{9} \times 1\frac{1}{3} = \frac{7}{9} \times \frac{4}{3}$$
$$= \frac{7 \times 4}{9 \times 3}$$
$$= \frac{28}{27}$$

Conclusión

Para multiplicar fracciones con números mixtos, primero se debe convertir el número mixto en fracción impropia y luego multiplicar.

Ejemplo

Multiplica $9\frac{1}{3} \times \frac{3}{8}$

$$9\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{28}{3} \times \frac{3}{8}$$
$$= \frac{\overset{7}{\cancel{28}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{2}{\cancel{8}}}$$
$$= \frac{7}{2}$$

Convierte $9\frac{1}{3} = \frac{28}{3}$

Ejercicios

1. Multiplica:

a) $\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{3}$ $\frac{7}{15}$

b) $\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{5}$ $\frac{22}{15}$ $\left(o\ 1\frac{7}{15}\right)$

c) $2\frac{1}{2} \times \frac{5}{3}$ $\frac{25}{6}$ $\left(o\ 4\frac{1}{6}\right)$

d) $1\frac{2}{5} \times \frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$

e) $1\frac{2}{3} \times \frac{3}{10}$ $\frac{1}{2}$

f) $\frac{6}{7} \times 4\frac{2}{3}$ 4

g) $2\frac{2}{5} \times 1\frac{2}{9}$ $\frac{44}{15}$ $\left(o\ 2\frac{14}{15}\right)$

h) $2\frac{1}{7} \times 1\frac{1}{3}$ $\frac{20}{7}$ $\left(o\ 2\frac{6}{7}\right)$

2. Escribe el PO y responde:

1 galón equivale a $3\frac{3}{4}$ L. ¿Cuántos litros hay en $1\frac{3}{5}$ galones? **PO: $1\frac{3}{5} \times 3\frac{3}{4}$** **R: 6 L.**

página 70

Solo para visualizar en pantalla

Secuencia didáctica:

Hasta este momento se ha aprendido a multiplicar fracción por fracción sin y con simplificación. En esta clase se estudia la multiplicación de fracciones con números mixtos.

En esta clase el punto clave es la conversión del número mixto en fracción impropia antes de multiplicar, si es necesario este punto se debe recordar con los estudiantes para que estos puedan avanzar.

Los estudiantes deben practicar resolviendo todos los ejercicios, en ellos tendrán que simplificar, en algunos casos se podrá expresar también como números mixtos y en otros el resultado es necesario escribirlo como número natural.

Unidad 7

S1C4 Multiplicación con tres fracciones

Contenido 4: Multiplicación con tres fracciones

Problema

Multipliquemos: $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}$

Solución

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{2\times1}{3\times3}\times\frac{4}{5}$$
$$=\frac{2}{9}\times\frac{4}{5}$$
$$=\frac{8}{45}$$

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{2\times1\times4}{3\times3\times5}$$
$$=\frac{8}{45}$$

Conclusión

Para multiplicar tres o más fracciones, se puede multiplicar juntos los numeradores y juntos los denominadores.

Ejemplo

Multiplica $\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}\times\frac{2}{5}$

$$\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{3\times\overset{1}{\cancel{5}}\times\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}}\times7\times\underset{1}{\cancel{5}}}$$
$$=\frac{3}{14}$$

Ejercicios

Multiplica:

a) $\frac{5}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ $\frac{5}{24}$

b) $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{7}$ $\frac{4}{63}$

c) $\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}\times\frac{5}{6}$ $\frac{1}{8}$

d) $\frac{4}{7}\times\frac{5}{6}\times\frac{2}{3}$ $\frac{20}{63}$

e) $\frac{3}{8}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{7}$ $\frac{3}{28}$

f) $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{10}{3}$ 1

página 71

Aprendizaje esperado:

Resuelve multiplicaciones con tres fracciones.

Abrir el LT después de la solución.

P: ¿Cómo podemos calcular?

- Escribe el ejercicio en la pizarra.
- Solicite que piensen cómo hacer este cálculo.

S: Calcula $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}$.

- Observe los cálculos, algunos estudiantes quizás no avanzan, diga “**se puede calcular de izquierda a derecha**”.
- Si los estudiantes tienen las dos ideas del LT, explique de forma clara cómo resolver las dos.
- Compare las 2 ideas del LT y pregunte ***¿cuál es la diferencia en los procedimientos al resolver?, ¿cuál consideran más sencillo?***
- Las dos maneras son correctas, pero es mejor si se multiplican todos juntos.

C: Simplifica el resultado.

- Se pueden multiplicar juntos todos los numeradores y todos los denominadores.

Ej: Simplifica el resultado.

- Realiza el cálculo, pero en este caso se debe simplificar.

E: Ejercita.

- Aplica el proceso aprendido para multiplicar con tres fracciones, en los incisos del c) al f) verificar que se simplifique.

Secuencia didáctica:

En esta clase se aprenderá a calcular la multiplicación con tres fracciones, aplicando lo aprendido hasta en este momento, los estudiantes pueden calcular asociando de izquierda a derecha, es decir, multiplican dos fracciones primero y luego este resultado lo multiplican con la tercera fracción. Al final deben de multiplicar las tres fracciones juntas, en muchos casos facilita el cálculo porque se puede simplificar directamente entre las tres fracciones.

Unidad 7

Aprendizaje esperado:
Compara el producto con el multiplicando, cuando se multiplica con una fracción menor o mayor que 1.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

Abrir el LT después de la solución.

P: Comprende el problema.

- Escribe el problema y realiza el diagrama de líneas.
- Solicite que piensen cómo predecir la respuesta.
  ¿En qué caso el producto es mayor o menor que 8?

S: Compara el resultado.

- Verifique que los dos PO estén correctos.
- Realicen los cálculos para cada PO.
- Comente los resultados obtenidos con relación a 8.

  ¿En a) el producto (6) es menor o mayor que 8?
  R: Menor.

  ¿En b) el producto (10) es menor o mayor que 8?
  R: Mayor.
- Realice la comparación apoyándose en la recta numérica y completando en los cuadritos.

C: Concluye.

- Si se multiplica con una fracción menor que 1, el producto es menor que la cantidad básica y si se multiplica con una fracción mayor que 1, el producto es mayor que la cantidad básica.

$\frac{3}{4} \times 8 = 6$ $\frac{3}{4} < 1$, $6 < 8$

$1\frac{1}{4} \times 8 = 10$ $1\frac{1}{4} > 1$, $10 > 8$

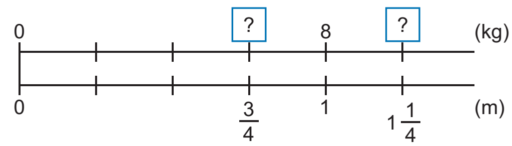
Contenido 5: Multiplicación con una fracción menor o mayor que 1

Problema

1 m de un tubo pesa 8 kg.

a) ¿Cuántos kilogramos pesan $\frac{3}{4}$ m de este tubo?, ¿es mayor o menor que 8 kg?

b) ¿Cuántos kilogramos pesan $1\frac{1}{4}$ m de este tubo?, ¿es mayor o menor que 8 kg?



Solución

a) PO: $\frac{3}{4} \times 8$

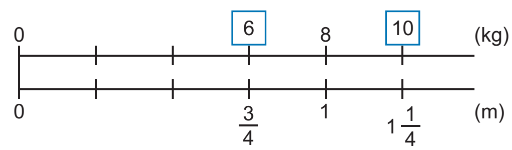
$\frac{3}{4} \times 8 = \frac{3 \times \cancel{8}^{2}}{\cancel{4}_{1}} = 6$

R: 6 kg, es **menor** que 8 kg.

b) PO: $1\frac{1}{4} \times 8$

$1\frac{1}{4} \times 8 = \frac{5}{4} \times 8 = \frac{5 \times \cancel{8}^{2}}{\cancel{4}_{1}} = 10$

R: 10 kg, es **mayor** que 8 kg.



Conclusión

El producto es menor, si se multiplica con una fracción menor que 1 y es mayor, si se multiplica con una fracción mayor que 1.

página 72

Secuencia didáctica:
En esta clase se aprende a comparar el resultado cuando se multiplica una cantidad básica con una fracción menor o mayor que 1, a como se hizo en la unidad 1: Multiplicación de números decimales en la Sección 1, Contenido 5.

Ejemplo

Escribe cuál de los siguientes incisos tiene producto menor que $\frac{4}{5}$.

a) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ b) $\frac{5}{3} \times \frac{4}{5}$ c) $\frac{4}{5} \times 1\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$ e) $1 \times \frac{4}{5}$

R: a) y d)

Se multiplica con una fracción menor que 1, así que los productos son menores que $\frac{4}{5}$.

Fijamos $\frac{4}{5}$ como base y observamos la otra fracción.

Ejercicios

1. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene producto mayor que $\frac{7}{9}$, sin calcular:

a) $\frac{3}{2} \times \frac{7}{9}$ b) $\frac{6}{7} \times \frac{7}{9}$ c) $\frac{7}{9} \times 1$ d) $\frac{7}{9} \times 2\frac{2}{5}$ e) $\frac{7}{9} \times \frac{7}{9}$

a) y d), se multiplican por una fracción mayor que 1.

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene producto menor que $\frac{7}{3}$, sin calcular.

a) $1 \times \frac{7}{3}$ b) $\frac{7}{3} \times \frac{6}{7}$ c) $\frac{9}{14} \times \frac{7}{3}$ d) $\frac{7}{3} \times \frac{3}{4}$ e) $1\frac{1}{5} \times \frac{7}{3}$

b), c) y d), se multiplican por una fracción menor que 1.

página 73

Ej: Calcule.

- Podemos comparar directamente cada inciso aplicando la conclusión.
- Haga notar que no es necesario realizar cálculos.

E: Ejercita.

- Verifique que responden aplicando directamente la conclusión (no es necesario realizar los cálculos).
- Invite a que expliquen el por qué esa respuesta.

Unidad 7

Aprendizaje esperado: Resuelve problemas de cálculo de área con medidas en fracciones.

Abrir el LT después de la solución.

P: ¿Cómo calcular el área?

- Dibuje el rectángulo con las medidas en fracciones.
- Solicíteles la medida de su base y altura.

  ¿Cuál es la fórmula del área del rectángulo? (escribirla en la pizarra).
- Escriban el PO y piensen cómo calcularlo.

S: Calcule el PO: $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$.

- Observe los cálculos, el PO debe estar en relación a la fórmula:

  área = base × altura
- Invite a que comparen sus ideas en pareja y luego en plenaria.
- Si los estudiantes presentan la idea del LT, solo aclare las dudas y que la respuesta sea correcta con la unidad de medida.

C: Concluye.

- Se puede calcular el área, aunque las medidas estén en fracciones.

Ej: Cálculo de área.

- Calcule el área y confirme que en el proceso también se puede simplificar.

E: Ejercita.

- Recuerde las fórmulas para calcular el área de cada inciso y pensar en

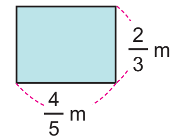
  área = base × altura

Sección 2: Aplicación de la multiplicación de fracciones

Contenido 1: Cálculo de área con fracciones

Problema

Encuentra el área del siguiente rectángulo:



Solución

Utiliza la fórmula, Área del rectángulo = base × altura, la base es $\frac{4}{5}$ m y la altura es $\frac{2}{3}$ m, entonces:

PO: $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

R: $\frac{8}{15}$ m^2.

Conclusión

El área también se puede calcular, aunque las medidas de las longitudes estén en fracciones, utilizando la misma fórmula.

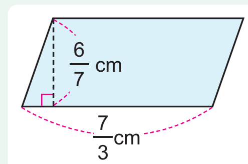
Ejemplo

Encuentra el área del siguiente paralelogramo:

Área del paralelogramo = base × altura, la base es $\frac{7}{3}$ cm y la altura es $\frac{6}{7}$ cm, entonces el área es:

$$\frac{7}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \times \overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{1}{\cancel{7}}} = 2$$

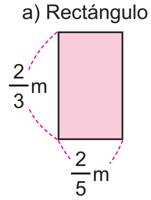
R: 2 cm^2.



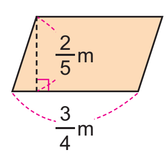
Ejercicios

Encuentra el área de las siguientes figuras: **Ver respuestas abajo.**

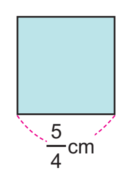
a) Rectángulo



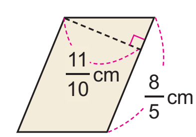
b) Paralelogramo



c) Cuadrado



d) Paralelogramo



página 74

Secuencia didáctica:

En esta segunda sección se estudia algunas aplicaciones de la multiplicación de fracciones como: cálculo de área, las propiedades y el recíproco.

En esta clase confirme las fórmulas con los estudiantes, al calcular cada una de las áreas que se planteen en la clase.

Respuestas al ejercicio:

a) Área = $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$ R: $\frac{4}{15}$ m^2

b) Área = $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$ R: $\frac{3}{10}$ m^2

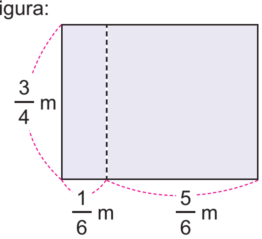
c) Área = $\frac{5}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{25}{16}$ R: $\frac{25}{16}$ cm^2 $\left(\text{o } 1\frac{9}{16} \text{ cm}^2\right)$

d) Área = $\frac{8}{5} \times \frac{11}{10} = \frac{44}{25}$ R: $\frac{44}{25}$ cm^2 $\left(\text{o } 1\frac{19}{25} \text{ cm}^2\right)$

Contenido 2: Propiedades de la multiplicación de fracciones

Problema

Calcula el área de la siguiente figura:



Solución

Observo un rectángulo grande:

La base se puede calcular $\frac{1}{6}+\frac{5}{6}$

La altura es $\frac{3}{4}$, entonces el área es:

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{5}{6}\right)\times\frac{3}{4}=1\times\frac{3}{4}$$
$$=\frac{3}{4}$$

La primera forma es más fácil.

Observo dos rectángulos A y B:

El área de A es $\frac{1}{6}\times\frac{3}{4}=\frac{1\times\cancel{3}^{1}}{\cancel{6}_{2}\times 4}=\frac{1}{8}$

El área de B es $\frac{5}{6}\times\frac{3}{4}=\frac{5\times\cancel{3}^{1}}{\cancel{6}_{2}\times 4}=\frac{5}{8}$

El área total es: $\frac{1}{6}\times\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\times\frac{3}{4}$

$$=\frac{1}{8}+\frac{5}{8}=\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{8}_{4}}=\frac{3}{4}$$

R: $\frac{3}{4}$ m^2.

Por lo tanto, $\left(\frac{1}{6}+\frac{5}{6}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{1}{6}\times\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\times\frac{3}{4}$

Conclusión

Las propiedades para la multiplicación de números naturales y decimales también son válidas con las fracciones.

Propiedad conmutativa: $a\times b=b\times a$
Propiedad asociativa: $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$
Propiedad distributiva: $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$
$(a-b)\times c=a\times c-b\times c$

Las propiedades se utilizan para realizar los cálculos de una forma más sencilla y evitar cálculos muy grandes.

página 75

Aprendizaje esperado: Deduce que las propiedades de la multiplicación de números naturales también se aplican para las fracciones.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.
Abrir el LT al iniciar la solución.

P: ¿Cómo calcular el área?

- Dibuje el rectángulo.

  ¿Cuál es la medida de la base y altura?

  R: La base es $\frac{1}{6}$ m y $\frac{5}{6}$ m, se tendría que sumar, y su altura es $\frac{3}{4}$ m.

- Solicite que escriban el PO y que piensen ***¿cómo se puede calcular su área?***

S: Calcule el área.

- Observe los cálculos de los estudiantes, para ver cómo escriben el PO, si hay idea del LT, dejar que prosigan.
- Analice de forma individual las ideas de cálculo presentadas en el LT.
- Expliquen sus ideas en pareja, sobre la forma de resolverlo en el LT y luego en plenaria.
- Explique las dos ideas del LT, aclare las dudas y que observen que la respuesta es la misma.

C: Propiedades de la multiplicación de fracciones.

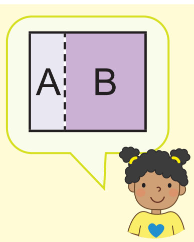
- Las propiedades de la multiplicación con números naturales y decimales también son aplicadas con las fracciones.
- Enuncie cada una de las propiedades.

Secuencia didáctica:

En la clase anterior se aprendió a calcular área con las medidas de las longitudes de las figuras en fracciones, en esta clase se establecen las propiedades de la multiplicación con fracciones: propiedad conmutativa, asociativa y distributiva, aclarando que son las mismas que se aplican no solo con los números decimales y naturales, sino también con las fracciones.

Observación de la solución:

En la solución de la niña, ella piensa en dos rectángulos A y B



Ej: Calcule.

- Explique cómo se aplican las propiedades al resolver un ejercicio, en este caso se aplicó la propiedad distributiva y esto hace que el cálculo sea más fácil.

E: Ejercita.

- Aplique las propiedades al resolver los ejercicios.
- En los incisos del a) hasta d) se puede aplicar la propiedad distributiva con la adición y sustracción, en el inciso e) la propiedad asociativa y en f) la propiedad conmutativa y asociativa.

Ejemplo

Resuelve la siguiente multiplicación utilizando las propiedades:

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} - \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{5}$$

$$= \frac{1}{5}$$

Ejercicios

Resuelve utilizando las propiedades:

a) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$

b) $5 \times \frac{5}{6} + 7 \times \frac{5}{6}$

10

c) $\frac{7}{6} \times \frac{5}{12} - \frac{1}{6} \times \frac{5}{12}$

$\frac{5}{12}$

d) $\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} - \frac{3}{8} \times \frac{4}{7}$

$\frac{1}{7}$

e) $\frac{7}{8} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{5}$

$\frac{7}{8}$

f) $\frac{8}{7} \times \frac{1}{3} \times \frac{7}{8}$

$\frac{1}{3}$

página 76

Unidad 7

Contenido 3: Recíproco

Problema

El producto de multiplicar la siguiente fracción es 1: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$

Encuentra parejas de números cuyo producto es 1 y escribe la operación.

$\frac{3}{4} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{5}{8} \quad 3 \quad \frac{4}{3}$

Solución

Operaciones que el producto es 1:

$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1 \qquad \frac{8}{5} \times \frac{5}{8} = 1 \qquad \frac{1}{3} \times 3 = 1$

Observe como son los numeradores y denominadores de las fracciones.
El 3 se puede pensar como $\frac{3}{1}$.

Conclusión

Cuando el producto de dos números es 1, como $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$, a estos números se les llama **recíprocos**, cada uno es el número recíproco del otro.

El recíproco de una fracción es otra fracción con el numerador y el denominador invertido.

$\frac{a}{b} \quad \frac{b}{a}$

$\frac{2}{3}$ es recíproco de $\frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}$ es recíproco de $\frac{2}{3}$.

Ejemplo

Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números.

a) $\frac{2}{7}$, $\frac{7}{2}$ b) $\frac{9}{10}$, $\frac{10}{9}$ c) 8, $\frac{1}{8}$

Ejercicios

1. Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números:

a) $\frac{5}{3}$ **$\frac{3}{5}$** b) $\frac{11}{12}$ **$\frac{12}{11}$** c) 7 **$\frac{1}{7}$** d) $\frac{1}{4}$ **4**

2. Encuentra parejas de números cuyo producto es 1 y escribe la operación:

$\frac{1}{6} \quad 5 \quad \frac{7}{4} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{2}{3} \quad 6$

$\frac{1}{6} \times 6 = 1 \qquad 5 \times \frac{1}{5} = 1 \qquad \frac{7}{4} \times \frac{4}{7} = 1 \qquad \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

página 77

Secuencia didáctica:

Hasta en este momento se ha aprendido la relación que hay con el producto al multiplicar con una fracción menor o mayor que 1, el cálculo de área y la aplicación de las propiedades al resolver ejercicios. En esta clase se estudiará el recíproco de un número, el cual será de mucha utilidad al realizar división de fracciones.

Aprendizaje esperado:
Determina el recíproco de un número.

Abrir el LT después de la solución.

P: Comprende el problema.

- Escribe el problema en la pizarra.
- Solicite que piensen y encuentren la pareja de números cuyo producto sea 1, como $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$.

S: Encuentra productos de 1.

- Observe los intentos y cálculos de los estudiantes, es posible que algunos calculen mal y les dé como producto 1.
- Invite a que compartan sus ideas en pareja sobre los productos que tienen como resultado 1 y luego explique en plenaria cuáles son.

Pregunte, ¿cómo son los numeradores y denominadores de estas parejas de fracciones?

R: Están intercambiados o al contrario.

C: El recíproco.

- El recíproco de una fracción es otra fracción con el numerador y el denominador invertido.

Ej: Escribe el recíproco.

- Escribe el recíproco de cada número, aplicando la conversión.

E: Ejercita.

- E1: Aplica la conclusión para determinar el recíproco, en inciso c) pensar como $\frac{7}{1}$ y en d) el resultado es 4.
- E2: Determinar la pareja de números cuyo producto es 1.

Practiquemos lo aprendido

1. Multiplica y simplifica si es posible:

a) $\frac{3}{8} \times \frac{1}{5}$ $\mathbf{\frac{3}{40}}$ b) $\frac{3}{2} \times \frac{8}{7}$ $\mathbf{\frac{12}{7}\left(o\ 1\frac{5}{7}\right)}$ c) $\frac{3}{14} \times \frac{7}{9}$ $\mathbf{\frac{1}{6}}$

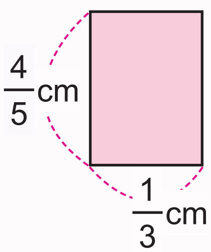
d) $1\frac{2}{5} \times \frac{1}{2}$ $\mathbf{\frac{7}{10}}$ e) $1\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{5}$ $\mathbf{2}$ f) $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{10}{3}$ $\mathbf{\frac{1}{2}}$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene producto mayor que $\frac{3}{7}$, sin calcular: **a) y c)**

a) $\frac{5}{3} \times \frac{3}{7}$ b) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{7}$ c) $1\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}$

3. Encuentra el área de las siguientes figuras:

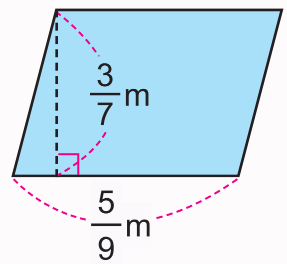
a) Rectángulo



Área = $\mathbf{\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}}$

R: $\mathbf{\frac{4}{15}}$ **cm²**

b) Paralelogramo



Área = $\mathbf{\frac{5}{9} \times \frac{3}{7} = \frac{5}{21}}$

R: $\mathbf{\frac{5}{21}}$ **m²**

4. Resuelve utilizando las propiedades para hacer el cálculo más sencillo:

a) $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{9} \times \frac{3}{5} - \frac{2}{9} \times \frac{3}{5} = \left(\frac{5}{9} - \frac{2}{9}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

5. Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números:

a) $\frac{3}{5}$ $\mathbf{\frac{5}{3}}$ b) 5 $\mathbf{\frac{1}{5}}$ c) $\frac{1}{2}$ $\mathbf{2}$

6. Escribe el PO y responde:

a) Si 1 m de una varilla de hierro pesa $\frac{3}{5}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa $\frac{1}{2}$ m de esta varilla de hierro?

PO: $\mathbf{\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}}$ **R:** $\mathbf{\frac{3}{10}}$ **kg.**

b) Para pintar 1 m² de pared, se necesitan $\frac{6}{5}$ dL de pintura.
¿Cuántos decilitros de pintura se necesitan para pintar $\frac{2}{3}$ m² de pared?

PO: $\mathbf{\frac{2}{3} \times \frac{6}{5}}$ **R:** $\mathbf{\frac{4}{5}}$ **dL.**

Prueba de Unidad 7: Multiplicación de fracciones (25 min)

/10

Fecha: ____________

Nombre: ____ **Sección:** __________

1. Multiplica y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{5} \times \frac{3}{4}$

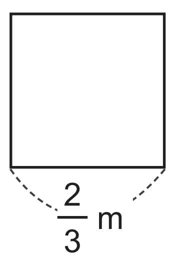
b) $\frac{2}{7} \times \frac{5}{6}$

c) $\frac{1}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{10}{3}$

d) $\frac{5}{10} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{10} \times \frac{2}{3}$

2. Calcula el área de la siguiente figura:

Cuadrado



3. Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números:

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{1}{4}$

4. Escribe el PO y responde:

Para pintar 1 m^2 de pared, se necesitan $\frac{5}{8}$ dL de pintura.

¿Cuántos decilitros de pintura se necesitan para pintar $\frac{2}{3}$ m^2 de pared?

Unidad 8

Volumen (9 horas)

1. Competencia

- Aplica el cálculo de área de trapecios, rombos y figuras circulares, y de volumen de cubos y prismas rectangulares en situaciones de la vida cotidiana.

2. Secuencia de Aprendizaje

Cuarto grado

U11: Área
- Área de rectángulo y cuadrado
- Unidad de medida de área

→

Sexto grado

U8: Volumen
- Concepto de volumen
- Volúmenes de prismas rectangulares, cubos y sólidos compuestos
- Conversión de unidades de volumen y capacidad

→

Séptimo grado (secundaria)

U7: Medidas de figuras geométricas

Octavo grado (secundaria)

U8: Sólidos

3. Puntos Esenciales

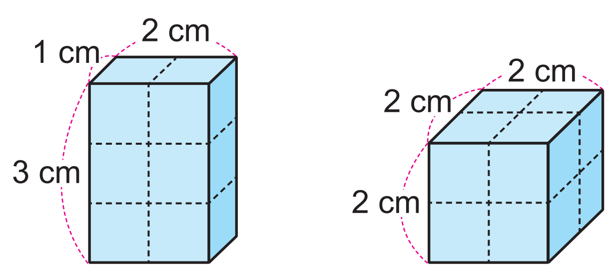
Introducción

En esta unidad, los estudiantes aprenderán el concepto de volumen de cuerpos sólidos, así como la determinación de volumen de prismas rectangulares y cubos, estableciéndose a su vez algunas unidades de medida de volumen tales como cm^3 y m^3.

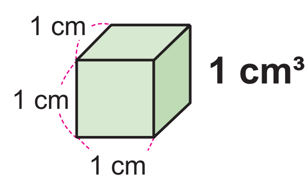
La unidad finaliza relacionando unidades de medida de volumen y capacidad.

El concepto de volumen

La noción de volumen como unidad de medida para un cubo o prisma se establece de forma intuitiva, indicándose que esta es la cantidad de espacio que ocupa, la cual permite hacer comparaciones entre sólidos; cabe señalar que si este es el fin, la unidad de medida debe ser la misma. Así, para comparar:



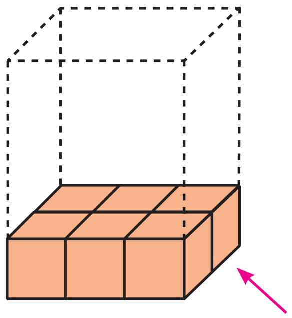
se ha procedido a dividir ambos cuerpos en cubos de lado 1 cm. Es justamente el cubo con lados de 1 cm quien dará lugar a la primera unidad de medida de volumen: el centímetro cúbico.



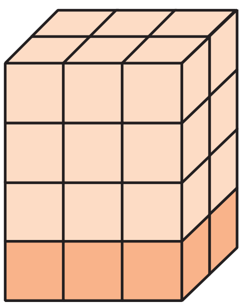
Con esta unidad de medida, se pueden hacer comparaciones y cálculos de volúmenes para objetos tales como cajas, bloques, etc.

Volumen de prismas rectangulares y cubos

Para establecer las fórmulas para el volumen de estos sólidos se requiere de un elemento que desde el primer contenido se inició a aplicar: la división en cubos. En el caso del prisma rectangular, la división en capas permite determinar su volumen:



La multiplicación del total de capas por la cantidad de cubos en cada capa, determina este volumen:



Como hay 4 capas y en cada una hay 6 cm^3, entonces:

$$6 \times 4 = 24$$

El prisma tiene 24 cm^3.

Las dimensiones del prisma se deben vincular con los factores de las multiplicaciones efectuadas:

$$\text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}$$
$$3 \times 2 \times 4$$

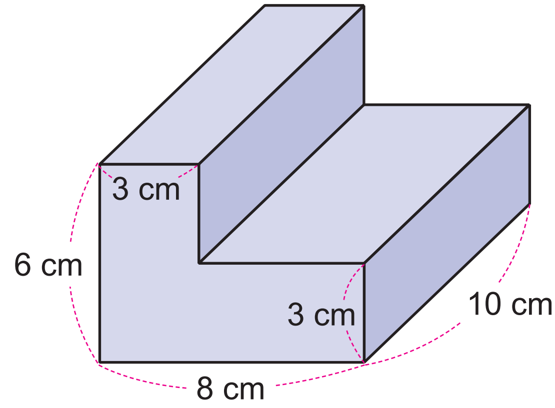
Con lo anterior se puede establecer:

Volumen (V) del prisma = largo × ancho × altura

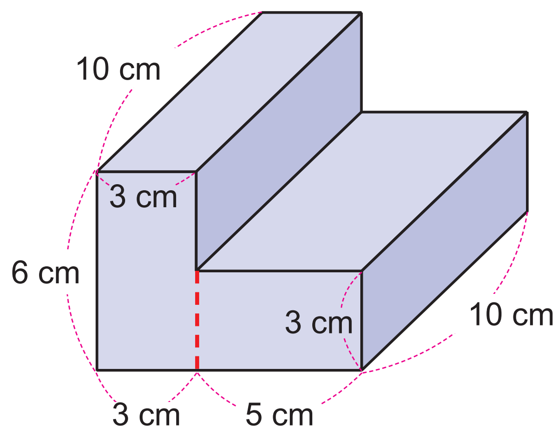
A partir de la derivación de la fórmula anterior, la palabra volumen se abreviará con la letra V cuando se use su respectiva fórmula.

Este es el mismo tratamiento para el volumen del cubo, así que se puede esperar que el estudiante, por analogía, deduzca la fórmula para su volumen.

Un tópico muy importante por abordar es el de volumen de sólidos compuestos por prismas rectangulares, tales como:

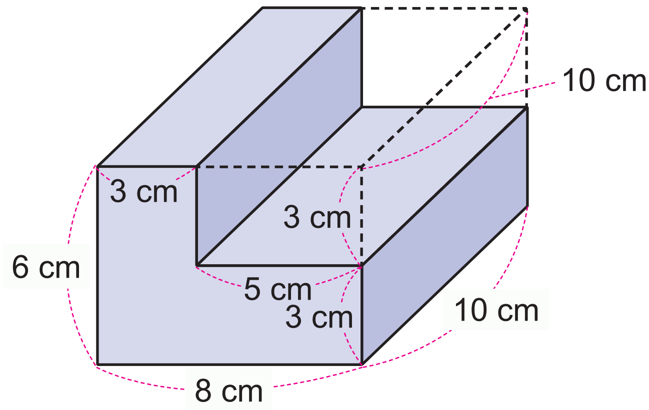


Permítase que el estudiante plantee sus ideas de solución. Posiblemente asocie a como esto fue trabajado en el cálculo de área de figuras compuestas. Se espera que fácilmente pueda inferirse el cálculo por adición:



El estudiante observará que, al dividir en dos prismas y calcular para cada uno el volumen respectivo, con la suma de dichos volúmenes tendrá el requerido.

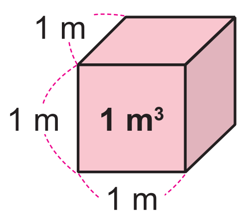
Sin embargo, también está el cálculo por sustracción:



Esta situación, posiblemente no sea fácil de abordar por el estudiante. Se recomienda que el docente haga notar que el cuerpo sólido forma parte de un prisma más grande, al cual, al sustraerse un prisma menor, genera el sólido en cuestión.

Unidades de volumen y capacidad

Además del cm^3, se estudia el metro cúbico:



El cálculo de volúmenes con esta unidad de medida se aborda de igual manera que con el cm^3. Sin embargo, debe evitar la confusión de uso de una y otra unidad.

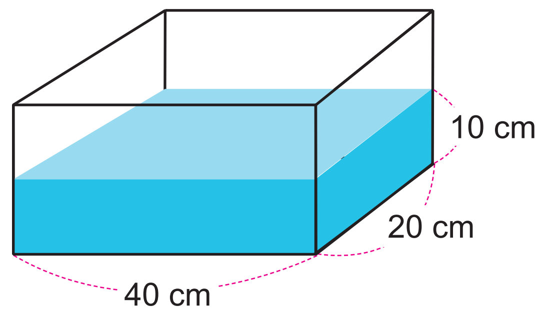
Así como se comparó el m^2 con el cm^2, en esta unidad se compara el m^3 con el cm^3. Para el tratamiento de esto, es necesario recordar que:

- 1 m = 100 cm
- Multiplicación de centenas:

$$100 \times 100 \times 100 = 1000000$$

La unidad finaliza relacionando las unidades de volumen con unidades de capacidad en situaciones como la siguiente:

Un recipiente en forma de prisma rectangular se ha llenado de agua hasta la altura de 10 cm. ¿Cuál es la capacidad en cm^3 correspondiente al agua? ¿Cuál es la capacidad en L?



Para responder a interrogantes como las anteriores, debe manejarse que:

- 1 L = 1000 cm^3
- La división entre millares o el conteo de miles (8000 es 8 grupos de 1000, es decir, 8000 cm^3 son 8 L).

4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

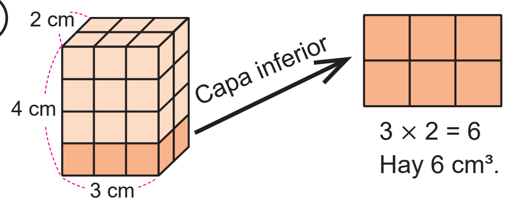
Sección 1, Contenido 3: Volumen del prisma rectangular

U8: Volumen __ / __

S1C3: Volumen del prisma rectangular (p. 84 - 85)

(P) Calcula el volumen del prisma rectangular.

(S)



$3 \times 2 = 6$

Hay 6 cm³.

Total de capas: 4

$6 \times 4 = 24$

Hay 24 cm³.

(C) Volumen (V) = largo × ancho × altura

(E) Calcula el volumen de cada prisma:

a) $V = 5 \times 2 \times 4 = 40$

R: 40 cm³.

b) $V = 10 \times 5 \times 6 = 300$

R: 300 cm³.

c) $V = 12 \times 6 \times 7 = 504$

R: 504 cm³.

d) $V = 5 \times 2 \times 7 = 70$

R: 70 cm³.

__ / __

U8: Volumen

S1C3: Volumen del prisma rectangular (p. 84-85)

(P) Calcula el volumen del prisma rectangular.

(S) Capa inferior: $3 \times 2 = 6$

Hay 6 cm³.

Total de capas: 4

$6 \times 4 = 24$

Hay 24 cm³.

(C) Volumen (V) = largo × ancho × altura

(E) Calcula el volumen de cada prisma:

a) $V = 5 \times 2 \times 4 = 40$ R: 40 cm³ ✓

b) $V = 10 \times 5 \times 6 = 300$ R: 300 cm³ ✓

c) $V = 12 \times 6 \times 7 = 504$ R: 504 cm³ ✓

d) $V = 5 \times 2 \times 7 = 70$ R: 70 cm³ ✓

S1C1 Comparación de tamaños de prismas

Aprendizaje esperado:
Compara el volumen de algunos sólidos.

Materiales: Dibujo de prismas.

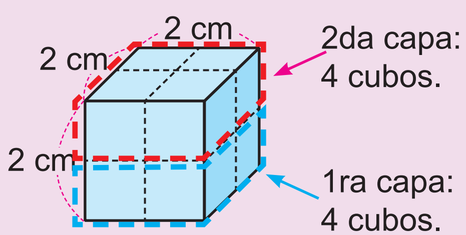
Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: ¿Cuál es más grande?

- Coloque en la pizarra el dibujo de los prismas de P en el LT. *Vamos a contar en cuántos cubos de lado 1 cm se puede dividir cada uno.*

S: Compara.

- Trace la división de A y B. Indique que cuenten cuántos cubos hay.
- Proceda a dividir C y D. Recuerde señalarles cuáles son los cubos en la división. Puede ser útil indicar que cada sólido está compuesto por capas en las que se van colocando los cubos (ya que algunos no son fáciles de percibir).



- Solicite que comparen los tamaños de C y D.
- Los estudiantes deben notar que las divisiones hechas le permiten comparar, y así concluir que D es más grande porque tiene 2 cubos más.
- Resalte que la comparación es efectiva porque "la unidad de medida" fue la misma: los cubos de lado 1 cm.

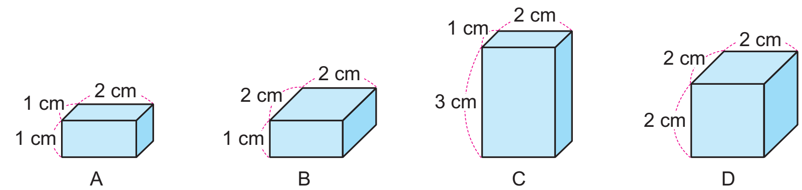
Unidad 8 **Volumen**

Sección 1: Volumen de prismas rectangulares

Contenido 1: Comparación de tamaños de prismas

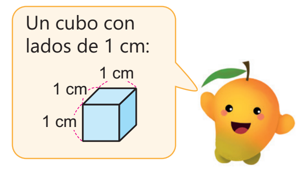
Problema

Hay tres prismas rectangulares A, B y C y un cubo D.



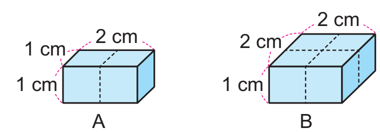
a) ¿Cuántos cubos con lados de 1 cm hay en cada uno de los prismas rectangulares A y B?

b) ¿Cuántos cubos con lados de 1 cm hay en C y D?, ¿cuál tiene más?, ¿cuál es más grande?



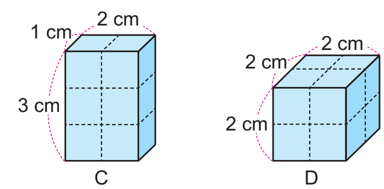
Solución

a) Podemos dividir A y B, en cubos con lados de 1 cm:



R: A tiene 2 cubos y B tiene 4.

b) Dividiendo como en a), C tiene 6 cubos y D tiene 8.



R: D es más grande (tiene 2 cubos más).

página 80

Secuencia didáctica:

En grados anteriores se han estudiado unidades de medida para el área de figuras geométricas. Además, se han abordado las definiciones y elementos de cuerpos sólidos tales como cubos, prismas, etc. En esta unidad se establece el concepto de volumen, así como las unidades de medidas correspondientes. Este concepto se relacionará también con el de capacidad, abordado en los primeros grados.

Conclusión

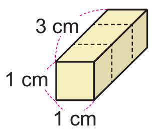
El volumen de un cubo o un prisma rectangular es la cantidad de espacio que ocupa. Para medirlo, usamos cubos con lados de 1 cm y contamos cuántos caben en el sólido.

De Solución b), podemos decir que el volumen de D es mayor que el volumen de C.

Ejercicios

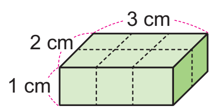
1. Al dividir los siguiente prismas rectangulares en cubos con lados de 1 cm, encuentre en cuántos cubos se puede dividir:

a)



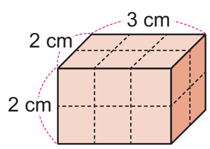
3 cubos

b)



6 cubos

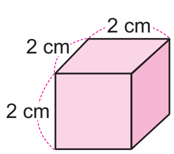
c)



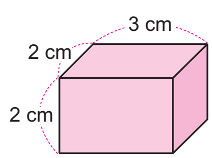
12 cubos

2. ¿Qué sólido tiene mayor volumen? ¿Y por qué?

A



B



B tiene mayor volumen que A, porque se puede dividir en 12 cubos de lado 1 cm, mientras que A solo en 8 cubos y B tiene 4 cubos más.

página 81

C: Concluye.

- Establezca el concepto de volumen: El volumen de un cubo o un prisma rectangular es la cantidad de espacio que ocupa.
- Señale que el cubo D tiene más volumen que el prisma C, y también que A y B.

E: Ejercita.

- Para el ejercicio 1, el estudiante debe contar el número de cubos de cada prisma. Indique que observen las divisiones hechas en cada sólido y que tengan en cuenta la noción de "capas" explicada en la solución del problema.
- Para el ejercicio 2, dibuje estos sólidos en la pizarra e indíqueles a que pasen a dividirlos en cubos de lado 1 cm.
- Solicite que justifiquen porqué B tiene mayor volumen que A.

La unidad de medida del volumen

Es importante que el cubo que se use en la solución del problema como unidad de medida para comparar los sólidos sea del mismo tamaño, por esta razón se establece que el lado de este sea 1 cm, de lo contrario, no es posible decidir si C o D tiene más volumen. No hay unidad de medida del volumen en este contenido (cm^3, m^3), ya que se establecerán en contenidos posteriores, valiéndose siempre de la subdivisión de la figura en cubos del mismo tamaño.

S1C2 Centímetro cúbico

Aprendizaje esperado:
Calcula el volumen de prismas rectangulares y cubos en cm^3.

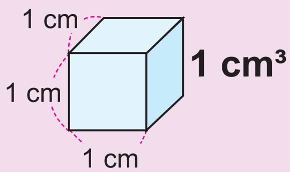
Materiales: Dibujo de prismas.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

Centímetro cúbico

Explique el concepto de centímetro cúbico y su escritura:

Volumen de un cubo con lados de 1 cm:



Muestre en la pizarra cómo se escribe un centímetro cúbico: 1 cm^3.

P: Lee el problema.

- Coloque en la pizarra el dibujo de los prismas de P en el LT. ***¿Cómo se pueden expresar los volúmenes en cm^3?***

S: Expresar volumen en cm^3.

- Trace la división de cada prisma. Indique que cuenten cuántos cubos hay.
- Explique: en a) hay 2 cubos de 1 cm^3, así que el prisma tiene 2 cm^3 de volumen. Análogamente para b).

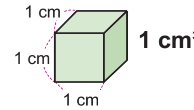
C: Concluye.

- Establezca que, el volumen de un cubo o prisma rectangular se puede expresar como el número de cubos de 1 cm^3 (con lados de 1 cm) que contiene.

Contenido 2: Centímetro cúbico

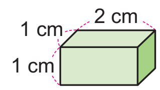
Problema

El volumen de un cubo con lados de 1 cm es "1 cm³ (un centímetro cúbico)".

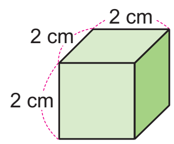


¿Cómo se pueden expresar los volúmenes del siguiente prisma rectangular y cubo en cm³?

a)



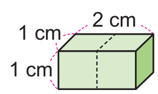
b)



Solución

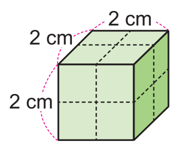
Se cuenta el número de cubos de 1 cm³ en cada cuerpo sólido:

a)



El prisma rectangular tiene 2 cubos de 1 cm³.
Por lo tanto, el volumen es 2 cm³.

b)

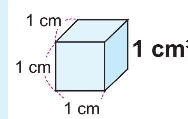


El cubo tiene 8 cubos de 1 cm³.
Por lo tanto, el volumen es 8 cm³.

Conclusión

El volumen de un cubo con lados de 1 cm es **un centímetro cúbico** y se escribe como **1 cm³**.

El volumen de un cubo o prisma rectangular se puede expresar como el número de cubos de 1 cm³ (lados de 1 cm) que contiene.



página 82

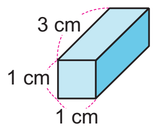
Secuencia didáctica:

En el contenido anterior se estableció el concepto de volumen, a partir de la división de sólidos en cubos de lado 1 cm. En este contenido se inicia con la noción de cm^3 justamente como el volumen correspondiente a un cubo con lados de 1 cm. Este concepto es el que acá se aplica para volúmenes de prismas y cubos, posteriormente será establecido el metro cúbico. Indique que el cm^3 es muy útil para medir volúmenes de sólidos pequeños tales como bloques, cajas y otras de fácil manejo manual.

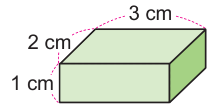
Ejercicios

Encuentra el volumen de los siguientes prismas rectangulares y cubo:

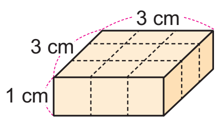
a) **R: 3 cm³**



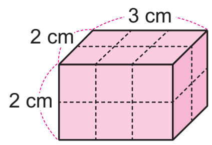
b) **R: 6 cm³**



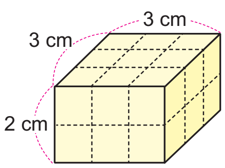
c) **R: 9 cm³**



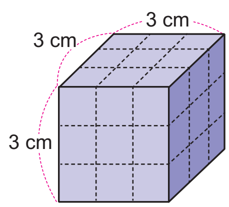
d) **R: 12 cm³**



e) **R: 18 cm³**



f) **R: 27 cm³**



página 83

cm, cm² y cm³

Ya el estudiante ha tenido la familiaridad de uso del cm y el cm². A partir de acá, debe insistirse en la diferenciación de estos con el cm³. Debe enfatizarse que este último está referido al espacio ocupado por un cuerpo sólido, mientras que el cm es una unidad de longitud y el cm² se corresponde con la medida de regiones planas.

Insístase entonces en que el cm² es una unidad de área, mientras que el cm³ es de volumen.

E: Ejercita.

- Para los incisos a) y b), no se han dado las divisiones en cubos, ya que fácilmente se pueden determinar, no siendo este el caso de los restantes incisos. Indique que en c) - f) observen las divisiones hechas en cada sólido y que tengan en cuenta la noción de “capas” explicada en el contenido anterior.
- Solicite que en cada respuesta pongan el número de cubos acompañados de la unidad de medida: cm³. Por ejemplo, que no escriban solamente el volumen para a) es 3, sino que escriban 3 cm³.

S1C3 Volumen del prisma rectangular

Aprendizaje esperado:
Aplica la fórmula para el cálculo de volumen de prismas rectangulares.

Materiales: Dibujo de prisma.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: ¿Cuál es el volumen del prisma?

- Coloque en la pizarra el dibujo del prisma de P en el LT.
  ¿Cómo se ha calculado el volumen anteriormente?

S: División del prisma en cubos.

- Trace la división del prisma. Auxíliese de otro dibujo en el que se muestre la primera capa.
- Los estudiantes observan que hay 6 cubos. Vincule este número con la multiplicación: 3×2 (largo $\times$ ancho).
- Pregunte por el total de capas que conforman el cubo.
  Si hay 4 capas, y cada una tiene 6 cubos, ¿cuántos hay en total?
- La respuesta (24) se obtiene de la multiplicación: 6×4.

C: Concluye.

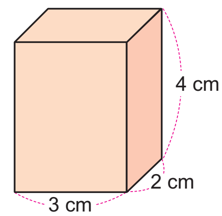
- Señale la relación que hay entre el largo, el ancho, la altura y el volumen, a partir de los datos del problema:

Volumen = largo $\times$ ancho $\times$ altura
3 $\times$ 2 $\times$ 4

Contenido 3: Volumen del prisma rectangular

Problema

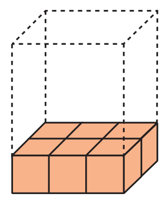
Calcula el volumen del prisma rectangular:



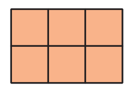
Solución

Investiguemos cuántos cubos de 1 cm³ conforman el prisma:

(1) ¿Cuántos centímetros cúbicos hay en la capa inferior?



Si observamos desde arriba:

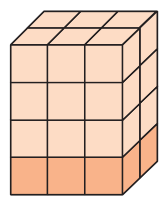


La cantidad de cubos de 1 cm³ es

$$3 \times 2 = 6$$

En la capa inferior hay 6 cm³.

(2) Hay 4 capas en el prisma:



Como hay 4 capas y en cada una hay 6 cm³, entonces el total de cm³ es:

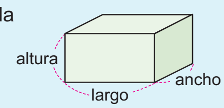
$$6 \times 4 = 24$$

El prisma tiene 24 cm³.

Conclusión

Para calcular el volumen de un prisma rectangular se multiplican la longitud del largo, la longitud del ancho y la longitud de su altura:

Volumen (V) del prisma rectangular = largo $\times$ ancho $\times$ altura



En el caso del problema, $3 \times 2 \times 4 = 24$, así que el volumen es 24 cm³.

página 84

Secuencia didáctica:

En contenidos anteriores se estableció el concepto de volumen y el de centímetro cúbico, los cuales se usarán para establecer la fórmula del volumen de un prisma rectangular. De la misma manera se abordará en el contenido siguiente la fórmula para el volumen de un cubo.

A partir de esta sesión, cada vez que se use la fórmula para el volumen de un prisma rectangular o cubo, la palabra volumen se abreviará con V:

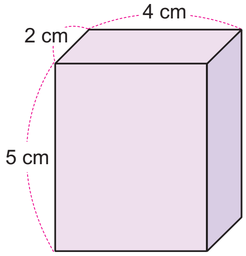
$$V = 3 \times 2 \times 4 = 24$$

R: 24 cm³.

Ejercicios

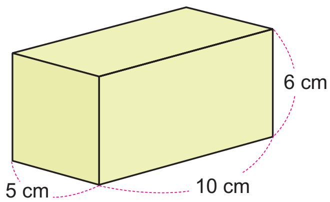
Calcula el volumen de los siguientes prismas rectangulares:

a)



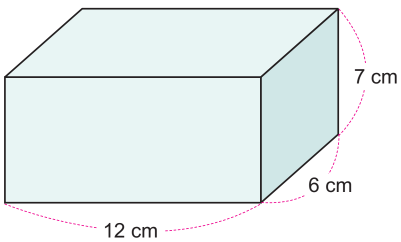
V = 4 × 2 × 5 = 40
R: 40 cm³

b)



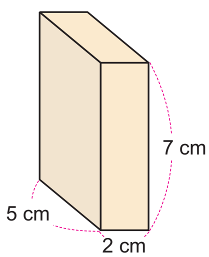
V = 10 × 5 × 6 = 300
R: 300 cm³

c)



V = 12 × 6 × 7 = 504
R: 504 cm³

d)



V = 5 × 2 × 7 = 70
R: 70 cm³

página 85

E: Ejercita.

- Explique el proceso utilizando el inciso a): Se utiliza la fórmula de la conclusión, identificando largo, ancho y altura, y sustituyendo:

  V = 4 × 2 × 5 = 40

  R: 40 cm³.
- Monitoree el cálculo de volumen en cada prisma aplicando la conclusión: indique que solo deben conocer la longitud del largo, del ancho y la altura para calcular.
- Observe que en la respuesta pongan al final la unidad de medida: cm³.
- En los cálculos, no es necesario poner las unidades de longitud; hacerlo hasta el final, es decir, no escribir:

  5 cm × 2 cm × 7 cm = 70 cm³,

  sino,

  V = 5 × 2 × 7 = 70

  R: 70 cm³.

S1C4 Volumen del cubo

Aprendizaje esperado:
Aplica la fórmula para el cálculo de volumen de cubos.

Materiales: Dibujo de cubo.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: ¿Cuál es el volumen del cubo?

- Coloque en la pizarra el dibujo del cubo de P en el LT.
  ¿Cómo se calculó el volumen del prisma en el problema de la clase anterior?

S: División del prisma en cubos.

- Los estudiantes indican que se dividió el prisma en cubos de lados 1 cm.
- Trace la división del cubo. Auxíliese de otro dibujo en el que se muestre la primera capa.
- Solicite que cuenten la cantidad de cubos en la primera capa. Y luego, la cantidad total de cubos.
  Si hay 4 capas, y cada una tiene 4 cubos, ¿cuántos hay en total?
- La respuesta (64) se obtiene de la multiplicación: 16×4.

C: Concluye.

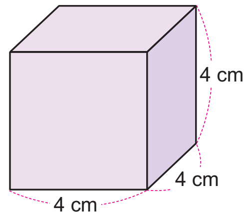
- Señale la relación que hay entre el lado del cubo:

Volumen = lado × lado × lado
$4 \times 4 \times 4$

Contenido 4: Volumen del cubo

Problema

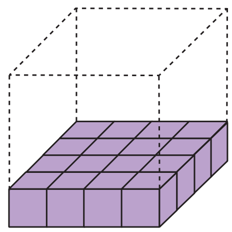
Calcula el volumen del cubo:



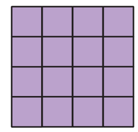
Solución

Investiguemos cuántos cubos de 1 cm^3 conforman el cubo:

(1) ¿Cuántos centímetros cúbicos hay en la capa inferior?

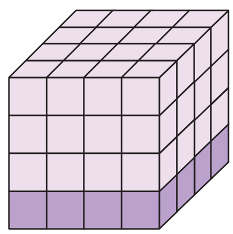


Si observamos desde arriba:



La cantidad de cubos de 1 cm^3 es:
$4 \times 4 = 16$
En la capa inferior hay 16 cm^3.

(2) Investiguemos cuántas capas hay en total:



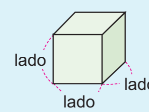
Como hay 4 capas y en cada una hay 16 cm^3, entonces el total de cm^3 es:

$16 \times 4 = 64$

El cubo tiene 64 cm^3.

Conclusión

Para calcular el volumen de un cubo se multiplica la longitud del lado consigo misma tres veces:



Volumen (V) del cubo = lado × lado × lado

En el caso del problema, $4 \times 4 \times 4 = 64$, así que el volumen es 64 cm^3.

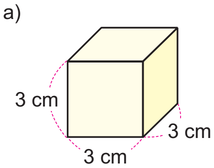
página 86

Secuencia didáctica:
En el contenido anterior se estableció la fórmula para el volumen de un prisma rectangular. De forma similar se establece en este contenido la fórmula para el volumen de un cubo. Es importante recordar la característica de los cubos: todos sus lados (aristas) tienen la misma medida, para establecer la fórmula.

Ejercicios

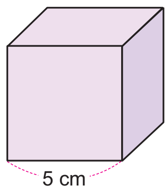
Calcula el volumen de los siguientes cubos:

a)



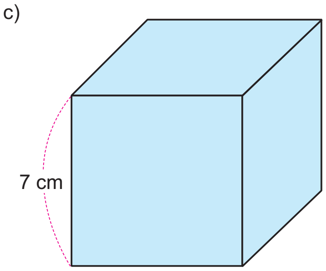
$V = 3 \times 3 \times 3 = 27$
R: 27 cm^3

b)



$V = 5 \times 5 \times 5 = 125$
R: 125 cm^3

c)



$V = 7 \times 7 \times 7 = 343$
R: 343 cm^3

d) Un cubo cuyo lado mide 10 cm.

$V = 10 \times 10 \times 10 = 1000$
R: 1000 cm^3

e) Un cubo cuyo lado mide 20 cm.

$V = 20 \times 20 \times 20 = 8000$
R: 8000 cm^3

página 87

E: Ejercita.

- Explique el proceso utilizando el inciso a): Se utiliza la fórmula de la conclusión, identificando la longitud del lado del cubo y sustituyendo:
  $V = 3 \times 3 \times 3 = 27$
  R: 27 cm^3.
- Monitoree el cálculo de volumen en cada cubo aplicando la conclusión: indique que solo deben conocer la longitud del largo para calcular.
- Observe que en la respuesta pongan al final la unidad de medida: cm^3.

S1C5 Volumen de cuerpos geométricos compuestos por prismas y cubos

Aprendizaje esperado:
Calcula el volumen de cuerpos sólidos compuestos por prismas rectangulares.

Materiales: Dibujo del sólido del Problema.

P: ¿Cuál es el volumen del cuerpo sólido?

- Trace en la pizarra el dibujo del cuerpo sólido que se muestra en el LT.

¿Cómo podemos calcular el volumen?

S: Cálculo del volumen.

- Indique que intenten responder la pregunta, pensando en la división de este en prismas.
- Al obtener la división en los prismas que se muestra en el LT, solicite que se calculen las dimensiones respectivas.
- Cuando se han calculado las dimensiones, calcule el volumen de cada prisma.

¿Cómo podemos calcular el volumen del sólido a partir de los volúmenes calculados?

- Los estudiantes identifican que la suma de volúmenes calculados da el volumen total.

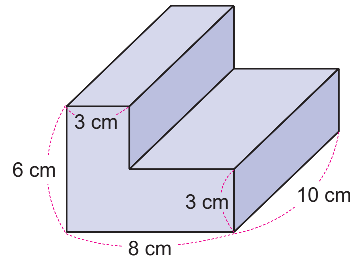
C: Concluye.

- Establezca que, se puede calcular el volumen de sólidos compuestos sumando (o restando) volúmenes de prismas.

Contenido 5: Volumen de cuerpos geométricos compuestos por prismas y cubos

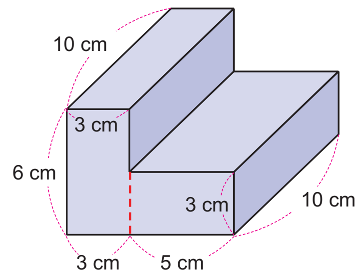
Problema

Calcula el volumen del siguiente sólido:



Solución

Se puede calcular el volumen dividiendo el sólido en dos prismas:



En el prisma de la izquierda, el largo es 10 cm, el ancho 3 cm y la altura es 6 cm, así que

$$V1 = 10 \times 3 \times 6 = 180$$

Es decir, su volumen es 180 cm^3.

En el prisma de la derecha, el largo es 10 cm, el ancho 5 cm y la altura es 3 cm, así que

$$V2 = 10 \times 5 \times 3 = 150$$

Es decir, su volumen es 150 cm^3.

El volumen del sólido es la suma

$$V = 180 + 150 = 330$$

Su volumen es entonces 330 cm^3.

Conclusión

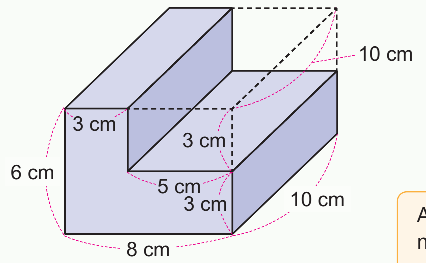
Se puede calcular el volumen de sólidos compuestos sumando (o restando) volúmenes de prismas.

página 88

Secuencia didáctica:
En este contenido se calcula el volumen de sólidos compuestos por prismas rectangulares, para lo cual se requiere el manejo de las fórmulas para el volumen de estos sólidos, pero también es importante tener en cuenta la división del cuerpo dado en prismas o la completación del sólido de modo tal que el cuerpo dado sea parte de otro conocido, para dar lugar a dos formas de cálculo: sumando o restando volúmenes.

Ejemplo

Otra forma de calcular el volumen es considerar un prisma de largo 10 cm, ancho 8 cm, y altura 6 cm, del cual se ha quitado un prisma de largo 10 cm, ancho 5 cm y altura 3 cm:



Aunque el método es más complejo, llegamos a la misma respuesta.

Entonces, el volumen se calcula como

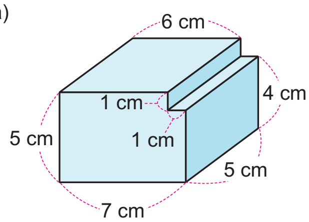
$$V = 10 \times 8 \times 6 - 10 \times 5 \times 3$$
$$= 480 - 150$$
$$= 330$$

Se ha obtenido también 330 cm³ de volumen.

Ejercicios

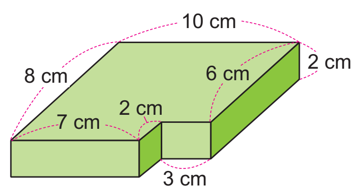
Calcula el volumen de los siguientes sólidos:

a)



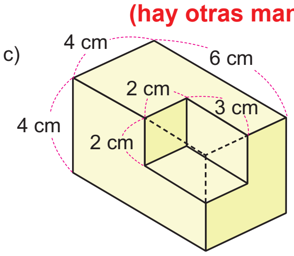
V = 6 × 5 × 5 + 5 × 1 × 4 = 170
R: 170 cm³
(hay otras maneras)

b)



V = 8 × 7 × 2 + 6 × 3 × 2 = 148
R: 148 cm³
(hay otras maneras)

c)



V = 6 × 4 × 4 - 3 × 2 × 2 = 84
R: 84 cm³
(hay otras maneras)

página 89

Ej: Calcula restando.

- Explique el ejemplo, mostrando que el volumen del cuerpo sólido del problema se puede calcular restando: se forma un prisma más grande (que contiene al sólido inicial), del cual, al quitar otro prisma, se obtiene el sólido que interesa.

E: Ejercita.

- Tanto a) como b) se pueden calcular por suma o resta de volúmenes. Monitoree cómo se aplica cada caso y solicite que expliquen la forma de calcular.
- El volumen de c), aunque se puede efectuar por suma, es más fácil hacerlo restando: al prisma de dimensiones 4 cm, 4 cm, 6 cm, se le quita el prisma de dimensiones 2 cm, 2 cm, 3 cm.
- Observe que en la respuesta pongan al final la unidad de medida: cm³.

S2C1 El metro cúbico

Aprendizaje esperado:
Calcula el volumen de cuerpos sólidos en m³.

Materiales: Dibujo de prisma.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: ¿Cuál es el volumen del prisma?

- Coloque en la pizarra el dibujo del prisma que se muestra en el LT.
  ¿Cómo podemos calcular el volumen?

S: División del prisma en cubos de 1 m de lado.

- Indique que reflexionen: ***¿sería adecuado usar cm³?***
- Muestre la división del prisma en cubos de lado 1 m. Solicite que calculen el número de cubos que lo forman.
- Los estudiantes calculan a como se ha hecho en contenidos anteriores:
  2 capas, con 9 cubos cada una.
- Identifique las dimensiones del prisma: 3 m de largo, 3 m de ancho y 2 m de altura.

C: Concluye.

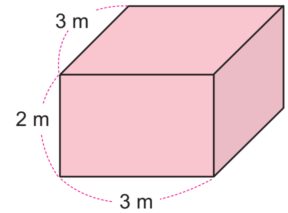
- Establezca el concepto de metro cúbico: El volumen de un cubo de 1 m de lado es un metro cúbico.
- Retome la solución del problema y diga: El volumen del cubo es 18 m³.

Sección 2: Unidades de medida del volumen

Contenido 1: El metro cúbico

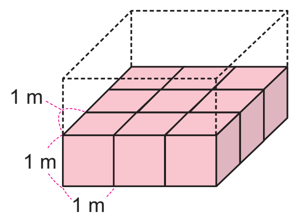
Problema

¿Cómo podemos calcular el volumen del siguiente prisma de forma sencilla?



Solución

Como 1 m = 100 cm, usar el cm³ sería muy complicado, por lo cual, dividimos el prisma en cubos con lados de 1 m. Pensemos en cuántos hay en la capa inferior:



En la capa inferior hay 3 × 3 = 9 cubos, y al multiplicar por 2 (porque hay 2 capas), se tiene

9 × 2 = 18

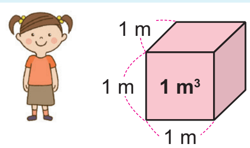
Hay 18 cubos con lados de 1 m.

Esto es lo mismo que haber multiplicado 3 × 3 × 2.

Conclusión

El volumen de un cubo con lados de 1 m es **un metro cúbico** y se escribe como **1 m³**.

La altura de esta niña es 150 cm



El volumen del prisma del problema es 18 m³.

página 90

Secuencia didáctica:

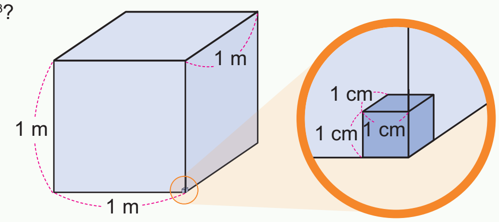
En esta sección se continúa con las unidades de medida de volumen: en la sección 1 se estableció el centímetro cúbico, y en esta se estudiará el metro cúbico, así como la relación de estas unidades de volumen con las unidades de capacidad (L y mL).

Para el tratamiento de este contenido se requiere tener en cuenta:

- La fórmula de volumen para prismas.
- La división de un prisma en cubos de 1 m de lado.

Ejemplo

¿Cuántos cm^3 hay en 1 m^3?



En un cubo de lado 1 m, su volumen es 1 m^3.
Por otra parte, 1 m = 100 cm, así que, el volumen también se calcula como

$$100 \times 100 \times 100 = 1000000$$

Hay 1000000 cm^3. Así que,

$$1\ m^3 = 1000000\ cm^3$$

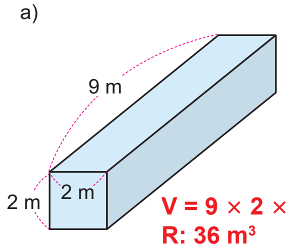
Es decir, 1 m^3 tiene 1000000 cm^3.

Ejercicios

Calcula el volumen de los siguientes sólidos en m^3:

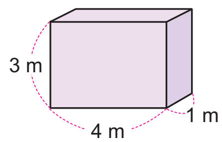
Prismas rectangulares

a)



V = 9 × 2 × 2 = 36
R: 36 m^3

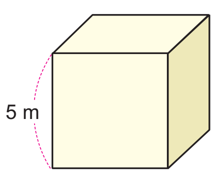
b)



V = 4 × 1 × 3 = 12
R: 12 m^3

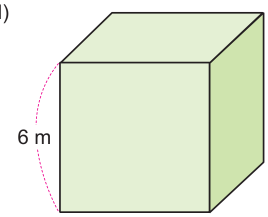
Cubos

c)



V = 5 × 5 × 5 = 125
R: 125 m^3

d)



V = 6 × 6 × 6 = 216
R: 216 m^3

página 91

Ej: Relaciona cm^3 y m^3.

- Recuérdeles que en 1m hay 100 cm.
- Señale en cada lado del cubo: 1 m (100 cm).
  ¿Cuál es el volumen del cubo si su lado mide 1 m?
- Los estudiantes indican que el volumen es 1 m^3.
  ¿Cuál es el volumen del cubo considerando el lado de 100 cm?
- Los estudiantes calculan el área multiplicando
  $$100 \times 100 \times 100.$$
- Establezca a partir de lo anterior la igualdad:
  $$1\ m^3 = 1000000\ cm^3$$

E: Ejercita.

- Monitoree que el cálculo de volumen lo hacen utilizando correctamente las fórmulas para prismas y cubos.
- Observe que en la respuesta pongan al final la unidad de medida: m^3.

S2C2 Volumen y capacidad

Aprendizaje esperado:
Establece relación entre L, cm^3 y m^3.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Relaciona volumen y capacidad.

- Indique que lean el problema en el LT.
  ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cm^3 correspondientes al agua?

S: Calcula.

- Monitoree que usan la fórmula del volumen del prisma para el calcular los cm^3 del agua.
- Explique las relaciones:

$$1\ L = 1000\ cm^3$$
$$1\ L = 1000\ mL$$

- De las igualdades anteriores resulta

$$1000\ cm^3 = 1000\ mL$$

- De acá, establecer que

$$1\ cm^3 = 1\ mL$$

C: Concluye.

- Establezca las relaciones entre L, mL y cm^3:

$$1\ L = 1000\ cm^3$$
$$1\ mL = 1\ cm^3$$

Ej: Aplica.

- Explique que para calcular los cm^3, se aplica la fórmula para el volumen del prisma (en este caso, el determinado por el agua).

Contenido 2: Volumen y capacidad

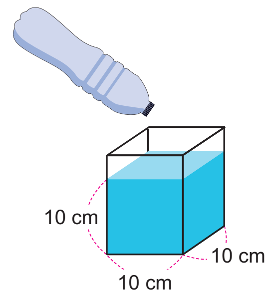
Problema

Se ha vertido 1 L de agua en un recipiente en forma de prisma rectangular como el de la figura. El recipiente se llenó justo a la altura de 10 cm.

a) ¿A cuántos cm^3 equivale el agua en el recipiente?

b) Basado en el resultado de a), ¿cuántos cm^3 es 1 L?

c) Si 1 L = 1000 mL, ¿cuántos cm^3 es 1 mL?



Solución

a) El volumen del sólido determinado por el agua es
$V = 10 \times 10 \times 10 = 1000$
Hay 1000 cm^3

b) 1 L = 1000 cm^3

c) Como 1000 mL y 1000 cm^3 son 1 L, entonces, 1 mL es igual a 1 cm^3.

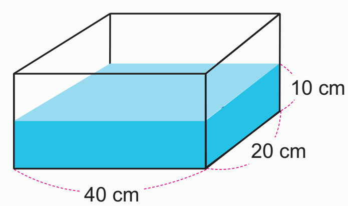
Conclusión

1 L = 1000 cm^3.
1 mL = 1 cm^3.

La capacidad de un recipiente se puede medir en L y en cm^3. Usamos cm^3 para medir capacidad de recipientes que pueden contener cosas no líquidas, como arena, granos, etc.

Ejemplo

Un recipiente en forma de prisma rectangular se ha llenado de agua hasta la altura de 10 cm. ¿Cuál es la capacidad en cm^3 correspondiente al agua?
¿Cuál es la capacidad en litros?



El volumen de agua es
$V = 40 \times 20 \times 10 = 8000$
Entonces, hay 8000 cm^3 de agua.
Como 1 L = 1000 cm^3, entonces en 8000 cm^3 hay 8 L.

Secuencia didáctica:

En esta sesión se establece la relación entre unidades de volumen (cm^3 y m^3) y capacidad (mL y L). Para el desarrollo de este contenido se requiere recordar relaciones ya establecida anteriormente:

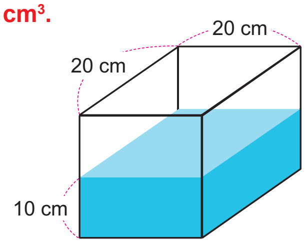
$$1\ L = 1000\ mL$$
$$1\ m^3 = 1000000\ cm^3$$

Y cálculos aritméticos tales como la división entre millares.

Ejercicios

1. En un recipiente en forma de prisma rectangular se depositó agua hasta que llegara a 10 cm de altura. ¿Cuál es la capacidad en cm^3 correspondiente al agua? ¿Cuántos litros de agua se depositaron?

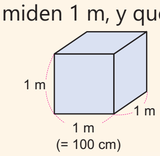
R: 4000 cm^3.
4 L.



2. ¿Cuántos litros hay en 1 m^3?

1 m^3 = 1000000 cm^3 = 1000 L
R: 1000 L.

Para E2: Pensemos usando el volumen de un cubo cuyos lados miden 1 m, y que:



Más información

Relaciones entre longitud, área, volumen y capacidad

Longitud de un lado (cm)	Área de la base (cm^2)	Volumen de un cubo (cm^3)	Capacidad (mL / L)
1 cm	1 cm^2	1 cm^3	1 mL
10 cm	10 × 10 = 100 cm^2	1000 cm^3 10 × 10 × 10 = 1000 cm^3	1000 mL (1 L)
100 cm (1 m)	100 × 100 = 10000 cm^2 (1 m^2)	100 × 100 × 100 = 1000000 cm^3 (1 m^3)	1000000 mL (1000 L)

- Señale que para la cantidad de litros se usa la relación establecida:

$$1 \text{ L} = 1000 \text{ cm}^3.$$

- Si se dificulta a algunos estudiantes ver que en 8000 cm^3 hay 8 grupos de 1000 cm^3, es decir, 8 L, indíqueles que dividan 8000 entre 1000.

E: Ejercita.

- Monitoree que calculan a como se procedió en el ejemplo.
- Observe que se aplica correctamente la relación entre L y cm^3.
- Observe que en la respuesta pongan al final las unidades de volumen y capacidad respectivas.

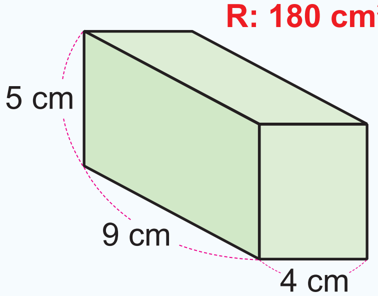
Practiquemos lo aprendido

1. Calcula el volumen de los siguientes sólidos:

   Prismas rectangulares

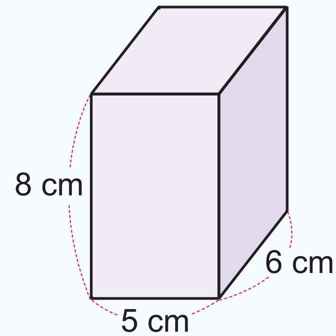
a)

V = 9 × 4 × 5 = 180
R: 180 cm^3



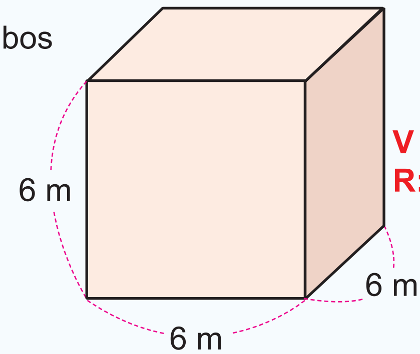
b)

V = 6 × 5 × 8 = 240
R: 240 cm^3



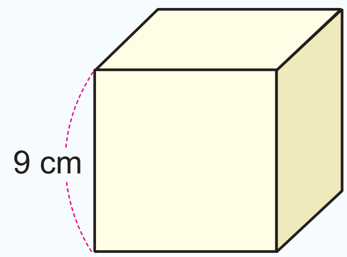
Cubos

c)



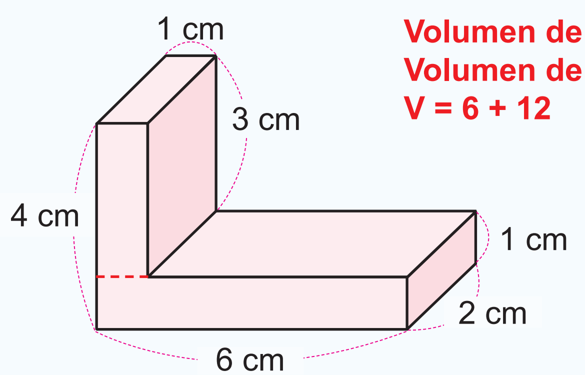
V = 6 × 6 × 6 = 216
R: 216 m^3

d)



V = 9 × 9 × 9 = 729
R: 729 cm^3

e) Sólido compuesto

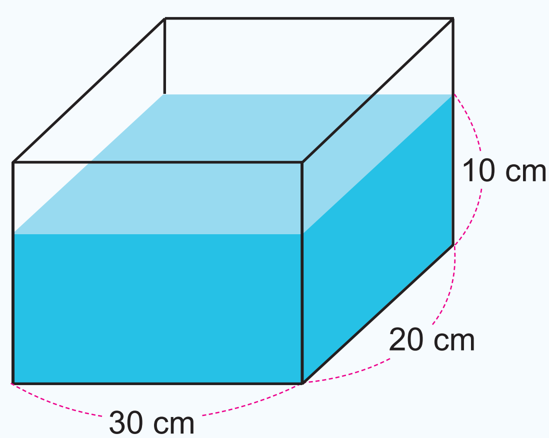


Volumen del prisma rectangular superior: 6 cm^3
Volumen del prisma rectangular inferior: 12 cm^3
V = 6 + 12 R: 18 cm^3
(Hay otras maneras)

2. Resuelve:

   En un recipiente en forma de prisma rectangular se depositó agua hasta que llegara a 10 cm de altura. ¿Cuál es la capacidad en cm^3 correspondiente al agua? ¿Cuántos litros de agua se depositaron?

   V = 30 × 20 × 10
   R: 6000 cm^3.
   6 L.



Prueba de Unidad 8: Volumen (25 min)

/10

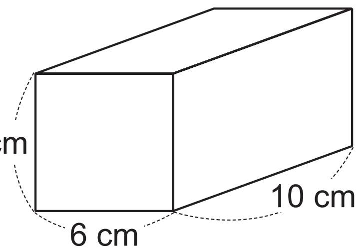
Fecha:___________

Nombre: ____ **Sección:**_________

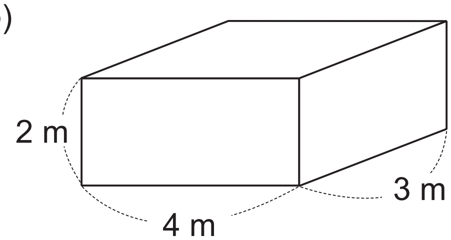
1. Escribe los procesos de cálculo y responde el volumen de los siguientes sólidos:

   Prismas rectangulares

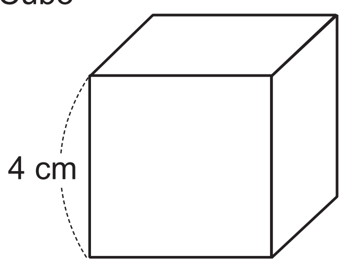
   a)



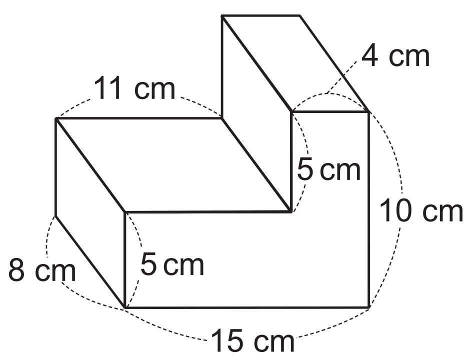
   b)



   c) Cubo

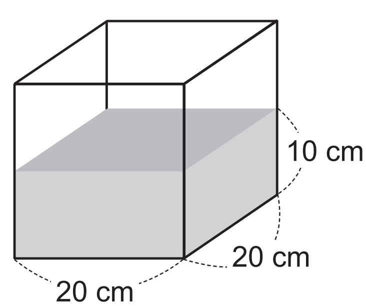


   d) Sólido compuesto



2. Resuelve:

   En un recipiente en forma de prisma se depositó agua hasta que llegara a 10 cm de altura. ¿Cuál es la capacidad en cm^3 correspondiente al agua?¿Cuántos litros de agua se depositaron?



División de fracciones (11 horas)

1. Competencia

- Aplica el concepto de factorización prima, la multiplicación y división de números decimales y fracciones en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

2. Secuencia de Aprendizaje

Quinto grado

U1: Multiplicación de números decimales
- Multiplicación de números decimales hasta las décimas/ centésimas con números naturales
  - Forma horizontal y vertical

U3: División de números decimales
- División de números decimales del tipo décimas entre números naturales de una, dos y tres cifras (con y sin residuo)

U9: Fracción y números decimales
- Propiedades de las fracciones (fracciones equivalentes, simplificación, amplificación)
- Expresión de fracciones cómo resultado de la división
- Relaciones entre fracciones, decimales y números naturales

Sexto grado

U6: Introducción a la multiplicación y división de fracciones
- Multiplicación de fracciones por números naturales
- División de fracciones entre números naturales

U7: Multiplicación de fracciones
- Multiplicación de fracciones
- Propiedades del cálculo de la multiplicación de fracciones
- Concepto de recíproco

U9: División de fracciones
- División de fracciones
- Operaciones combinadas de fracciones

Séptimo grado (secundaria)

U1: Operaciones con números naturales, fracciones y decimales

U2: Números positivos y negativos

Octavo grado (secundaria)

U4: Radicales

3. Puntos Esenciales

Introducción

En la unidad 7, se estudió la multiplicación de una fracción por otra fracción. En esta unidad se estudia la división de una fracción entre otra fracción, incluyendo números mixtos, la relación entre el divisor y el cociente, además cálculos sencillos de operaciones combinadas.

División de fracciones

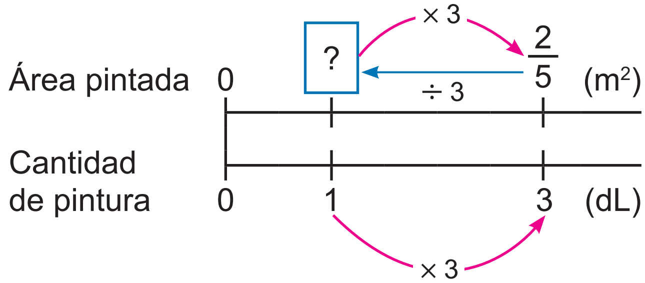
Construcción del PO para la división

Antes de iniciar el estudio de la división de fracción entre fracción, es necesario aprender con los estudiantes cómo construir el PO en una división, sobre todo con fracciones, este es un punto en el que presentan dificultades y muchas veces confunden con multiplicación o intercambian el dividendo con divisor.

Primeramente, se presenta un problema de división de una fracción entre número natural:

"*Escribe el PO: Si se pinta $\frac{2}{5}$ m² con 3 dL, ¿cuántos metros cuadrados de área se puede pintar con un 1 dL?*"

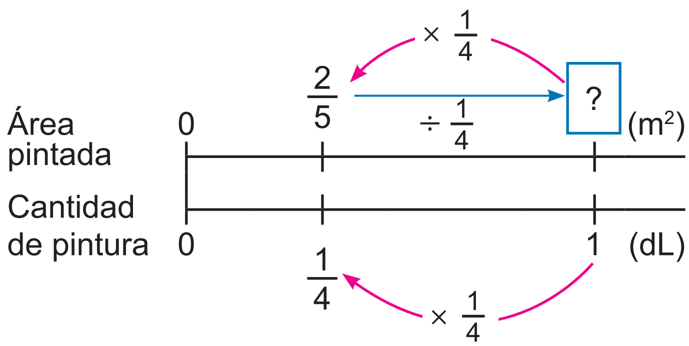
Para construir el PO se utiliza diagramas de líneas, el cual debe ser construido en conjunto con los estudiantes.



Se sugiere seguir estos pasos:

1. Trazar dos líneas: área pintada (m²) y cantidad de pintura (dL).
2. Marcar la cantidad de 3 dL y con esta se pintan $\frac{2}{5}$ m².
3. Marcar la cantidad de 1 dL y de cuánto se pintará con esta cantidad en el cuadrito con la interrogante.
4. Para llegar de 1 dL a 3 dL, multiplicamos 1 por 3 (× 3) y trazamos la línea roja con × 3, en la parte de abajo y de igual forma pasaría de $\boxed{?}$ a $\frac{2}{5}$ m² y se traza la línea roja de la parte de arriba.
5. Entonces, para regresar, se debe dividir $\frac{2}{5}$ entre 3 y trazamos línea azul con el ÷ 3.
6. Plantear el PO: $\frac{2}{5} \div 3$.

Después se presenta otro problema de división de fracción entre fracción y se siguen los mismos pasos para construir el diagrama de líneas.



Después de explicar el diagrama se concluye con el PO: $\frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$.

División de fracción entre fracción

Se introduce con un problema similar al que se resolvió en la clase anterior.

Para comprender la división de fracciones se utilizan diagramas que reflejen el proceso del cálculo, estos se deben construir paso a paso con los estudiantes para que se puedan entender.

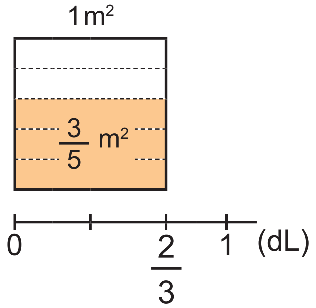
Por ejemplo, al resolver:

"*Si se pintan $\frac{3}{5}$ m² de una barda con $\frac{2}{3}$ dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados se puede pintar con un 1 dL de pintura?*"

1. Escribir el PO.

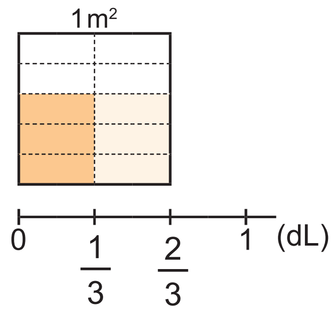
$$\text{PO: } \frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$$

2. Representar el área pintada con $\frac{2}{3}$ dL.



$\frac{3}{5}$ es 3 veces $\frac{1}{5}$

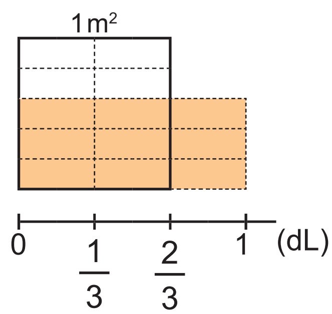
3. Representar el área pintada con $\frac{1}{3}$ dL.



Se dividen los $\frac{2}{3}$ en 2 partes, esto sería

$$\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$$

4. Representar el área pintada con 1 dL.



$$3 \text{ veces } \frac{3}{10} \text{ es } \frac{3 \times 3}{10} = \frac{9}{10}$$

5. Calcular.

$$\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} = \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{2}\right) \div \left(\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{2}_{1}}\right)$$

$$= \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{2}\right) \div 1$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{3}{2}$$

$$= \mathbf{\frac{9}{10}}$$

Es importante señalar que a partir de lo anterior, para dividir fracciones se multiplica la primera fracción por el recíproco de la segunda fracción y esto se generaliza mediante la fórmula:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Observe que en la división de fracciones tenemos la cantidad comparada, en el ejemplo, *"Si se pintan $\frac{3}{5}$ m² de una barda con $\frac{2}{3}$ dL de pintura"* y se busca la cantidad por unidad (cantidad básica), *"¿cuántos metros cuadrados se puede pintar con un 1 dL de pintura?"*.

División de fracciones con números mixtos

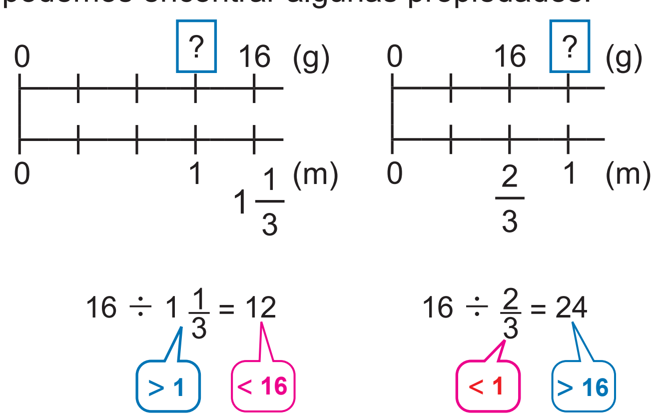
En la división de fracciones con números mixtos, al igual que en la multiplicación, la clave está en convertir el número mixto en una fracción impropia, por ejemplo:

Dividir $1\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$

$$1\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{7}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{7}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{7 \times 4}{5 \times 3} = \frac{28}{15}$$

Relación entre el cociente y el dividendo, cuando se divide entre una fracción mayor o menor que 1

Si comparamos en una división de fracciones la relación que tiene el cociente y el dividendo, podemos encontrar algunas propiedades:



Por lo tanto, se puede concluir que:

"*Si se divide entre una fracción mayor que 1, el cociente es menor que la cantidad original y si se divide entre una fracción menor que 1, el cociente es mayor que la cantidad original*".

4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

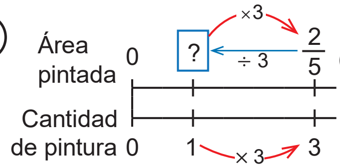
Sección 1, Contenido 1: PO para división de fracciones

U9: División de fracciones

S1C1: PO para división de fracciones (p. 97- 98)

P1 Escribe el PO: Se pintan $\frac{2}{5}$ m² con 3 dL, ¿cuántos m² se pintarán con 1 dL?

S



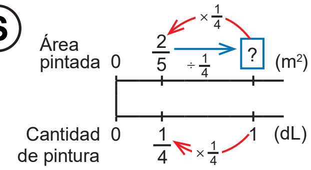
Con 3 dL se pinta $3 \times \square = \frac{2}{5}$

Entonces, con 1dL $\square = \frac{2}{5} \div 3$

PO: $\frac{2}{5} \div 3$

P2 Escribe el PO: Se pintan $\frac{2}{5}$ m² con $\frac{1}{4}$ dL, ¿cuántos m² se pintarán con 1 dL?

S



___ / ___

Con $\frac{1}{4}$ dL $\rightarrow \frac{1}{4} \times \square = \frac{2}{5}$

Con 1 dL $\rightarrow \square = \frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$

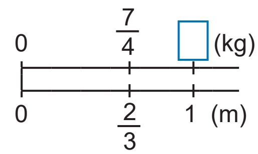
PO: $\frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$

C Así como se divide un natural entre natural y fracción entre natural, también se puede dividir fracción entre fracción.

E 1. a) PO: $\frac{2}{5} \div 2$ ✓ b) PO: $\frac{4}{9} \div \frac{1}{3}$ ✓

c) PO: $\cancel{\frac{2}{3} \div \frac{7}{4}}$

$\frac{7}{4} \div \frac{2}{3}$



___ / ___

U9: División de fracciones
S1C1: PO para división de fracciones (p. 97-98)

P1 Escribe el PO: Se pintan $\frac{5}{7}$ m²,
¿Cuántos m² se pintarán con 1 dL?

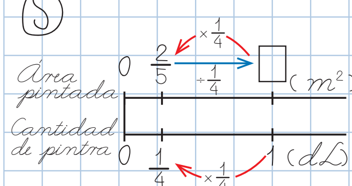
S Con 3dL se pintan $3 \times \square = \frac{2}{5}$

Entonces, con 1 dL $\square = \frac{2}{5} \div 3$

PO: $\frac{2}{5} \div 3$

P2 Se pintan $\frac{2}{5}$ m² con $\frac{1}{3}$ dL,
¿cuántos m² se pintarán con 1 dL?

S



Con $\frac{1}{4}$ dL $\rightarrow \frac{1}{4} \times \square = \frac{2}{5}$

Con 1 dL $\rightarrow \square = \frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$

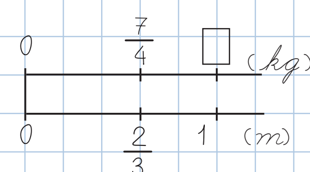
PO: $\frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$

C Así como se divide un natural entre natural y fracción entre natural, también se puede dividir fracción entre fracción.

E 1. a) PO: $\frac{2}{5} \div 2$ ✓

b) PO: $\frac{4}{9} \div \frac{1}{3}$ ✓

c) PO: $\cancel{\frac{2}{3} \div \frac{7}{4}}$ $\frac{7}{4} \div \frac{2}{3}$



Unidad 9

Solo para visualizar en pantalla

Aprendizaje esperado: Recuerda la división de fracción entre natural, el recíproco y propiedad de la división.

Ej1: Divide.

- Explique el proceso para dividir una fracción entre un número natural.

$$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$$

E: Calcule.

- Observe el procedimiento del cálculo y la simplificación en d).

Ej2: Recíproco.

- Recuerda que el recíproco de una fracción es otra fracción con el numerador y el denominador invertido.

E: Encuentra el recíproco.

- Determina el recíproco de cada inciso, observar sobre todo los incisos c) y d).

Ej3: Propiedad de la división.

- Cuando se multiplica el dividendo y el divisor por un mismo número, los cocientes son iguales.

E: Ejercita.

- Determina el valor de cada cuadrito y confirma que los resultados son iguales.

Unidad 9 **División de fracciones**

Recordemos

Ejemplo 1

Divide: $\frac{3}{5} \div 2$

$$\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$$

Ejercicios

Divide:

a) $\frac{3}{4} \div 2$ $\frac{3}{8}$ b) $\frac{5}{7} \div 3$ $\frac{5}{21}$ c) $\frac{9}{5} \div 4$ $\frac{9}{20}$ d) $\frac{4}{5} \div 6$ $\frac{2}{15}$

Ejemplo 2

Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números:

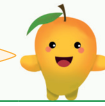
a) $\frac{3}{4}$

El recíproco es $\frac{4}{3}$, por que $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$

b) 4

El recíproco es $\frac{1}{4}$, por que $4 \times \frac{1}{4} = 1$

El producto de un número y su recíproco es 1.



Ejercicios

Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números:

a) $\frac{2}{5}$ $\frac{5}{2}$ b) $\frac{3}{8}$ $\frac{8}{3}$ c) 5 $\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{6}$ 6

Ejemplo 3

Completa los cuadros:

$$6 \div 2 = 3 \qquad \downarrow \times 4 \quad \downarrow \times 4 \qquad \boxed{} \div \boxed{} = \boxed{}$$

$$6 \div 2 = 3 \qquad \downarrow \times 4 \quad \downarrow \times 4 \qquad \boxed{24} \div \boxed{8} = \boxed{3}$$

Iguales

Propiedad de la división

Al multiplicar el dividendo y el divisor por un mismo número, los cocientes son iguales.

Por ejemplo: $10 \div 5 = 2$; $\downarrow \times 2$ $\downarrow \times 2$; $20 \div 10 = 2$

Ejercicios

Completa los cuadros:

a) $6 \div 3 = 2$; $\times 5$, $\times 5$; $\boxed{30} \div \boxed{15} = \boxed{2}$

b) $8 \div 2 = 4$; $\times 10$, $\times 10$; $\boxed{80} \div \boxed{20} = \boxed{4}$

c) $12 \div 6 = 2$; $\times 2$, $\times 2$; $\boxed{24} \div \boxed{12} = \boxed{2}$

d) $0{,}8 \div 0{,}2 = 4$; $\times 10$, $\times 10$; $\boxed{8} \div \boxed{2} = \boxed{4}$

página 96

Secuencia didáctica:

En la unidad 7 se estudió la multiplicación de fracciones, en esta unidad se continúa aprendiendo la división de fracciones, ya que en la unidad 6 se hizo la introducción de la división de una fracción entre un número natural.

En este recordemos, se quiere que los estudiantes tengan presente la división de una fracción entre un número natural, el recíproco de una fracción y la aplicación de la propiedad de la división que señala que si se multiplica el dividendo y el divisor por un mismo número, los cocientes son iguales.

Sección 1: División de fracciones

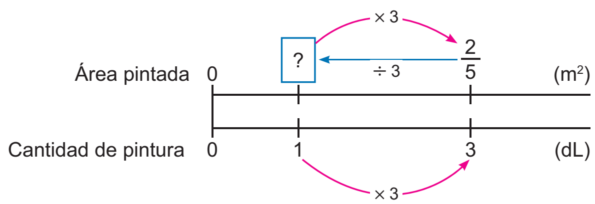
Contenido 1: PO para división de fracciones

Problema 1

Escribe el PO:

Si se pinta $\frac{2}{5}$ m² con 3 dL, ¿cuántos metros cuadrados de área se puede pintar con un 1 dL?

Solución



PO: $\frac{2}{5} \div 3$

Con 3 dL de pintura, se pinta 3 veces el área: $3 \times \square = \frac{2}{5}$

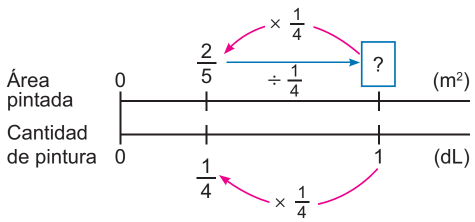
Entonces el área que se pinta con **1 dL** es: $\square = \frac{2}{5} \div 3$

Problema 2

Escribe el PO:

Se pintan $\frac{2}{5}$ m² de una barda con $\frac{1}{4}$ dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados se pinta con 1 dL?

Solución



PO: $\frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$

Área pintada ÷ Cantidad de pintura utilizada = Área que se pinta con 1 dL (Cantidad por unidad)

página 97

Aprendizaje esperado: Formula el PO para la división de fracciones.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

Abrir el LT después de la solución 2.

P1: Comprende el problema.

- Escriba el problema en la pizarra y léelos con todos.
- Solicite que piensen cómo escribir el PO de este problema.

S: ¿Cuál es el PO?

¿Cómo podemos determinar cuál es el PO correcto para resolver el problema? R: Podemos hacer un diagrama.

- Construye el diagrama de línea paso a paso con los estudiantes en la pizarra, realizando algunas preguntas.
- ***¿Cuántos metros cuadrados se pintan con 3 dL?*** R: $\frac{2}{5}$.
- Se necesita saber ¿cuánto se pinta con 1 dL?
- Continúe con el diálogo de la profesora y trace las dos líneas rojas de multiplicación, primero la de 1 a 3 de abajo y después arriba; luego la línea azul de división en el diagrama.
- Concluye esta parte escribiendo el PO $\frac{2}{5} \div 3$.

P2: Escribe el PO.

- Presente el problema 2 y la solución, de igual manera que se abordó el problema 1 y la solución.
- Confirme que, aunque $\frac{1}{4}$ sea una fracción, el procedimiento para determinar el PO es el mismo.

Unidad 9

Secuencia didáctica:

En esta primera sección se estudia la división de fracción entre fracción con el propósito que los estudiantes comprendan el procedimiento del cálculo y apliquen la fórmula para resolver ejercicios y problemas.

En esta clase los estudiantes aprenderán a escribir el PO para una división de fracciones, que es donde los estudiantes presentan dificultades, cómo pensar que es una multiplicación o escribir intercambiado el dividendo con el divisor.

C: Concluye.

- Así cómo se divide un número natural entre número natural, fracción entre natural, también se puede dividir fracción entre fracción.

E: Ejercita.

- Encuentra el PO para cada uno de los problemas planteados.
- En algunos casos es posible que los estudiantes no logren expresar el PO correcto, entonces sería bueno realizar el diagrama de líneas para interpretar el dicho PO.

Conclusión

Se puede dividir un número natural entre número natural, fracción entre natural y también se puede dividir fracción entre fracción.

Ejercicios

Escribe el PO:

a) Se pintan $\frac{2}{5}$ m² con 2 dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados de área se pinta con un 1 dL?

PO: $\frac{2}{5} \div 2$

b) Una cuerda de $\frac{1}{3}$ m de largo pesa $\frac{4}{9}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de la misma cuerda?

PO: $\frac{4}{9} \div \frac{1}{3}$

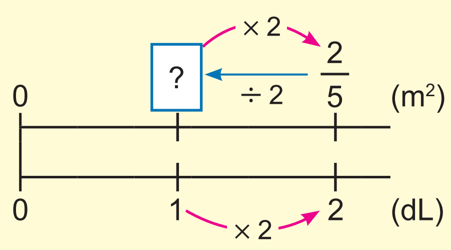
c) Un alambre de $\frac{2}{3}$ m pesa $\frac{7}{4}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este alambre?

PO: $\frac{7}{4} \div \frac{2}{3}$

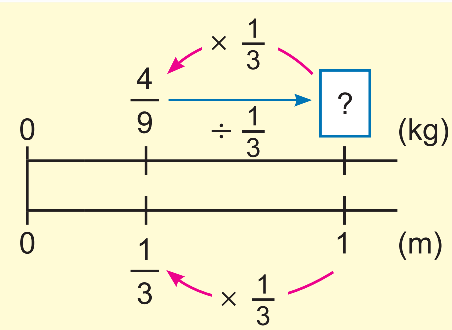
Sugerencia para los ejercicios:

- Orientar que encuentre el PO para cada problema (si es necesario, los estudiantes pueden construir los diagramas de líneas).
- En caso que sea necesario el docente puede construir el diagrama de línea en aquellos ejercicios que presenten dificultades.

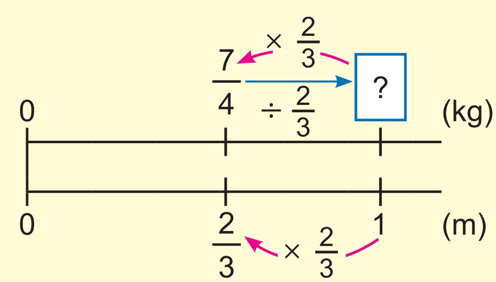
a)



b)



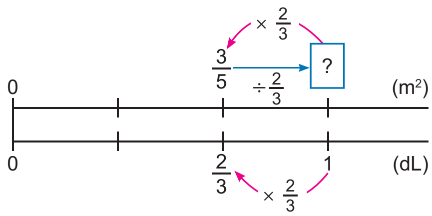
c)



Contenido 2: División de fracción entre fracción (1)

Problema

Si se pintan $\frac{3}{5}$ m² de una barda con $\frac{2}{3}$ dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados se puede pintar con un 1 dL de pintura?

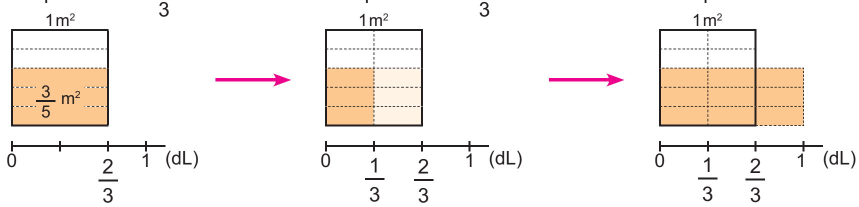


Solución

PO: $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$

Pensemos con diagramas

Área pintada con $\frac{2}{3}$ dL | Área pintada con $\frac{1}{3}$ dL | Área pintada con 1 dL



$\frac{3}{5}$ es 3 veces $= \frac{1}{5}$ | $\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$ | 3 veces $\frac{3}{10}$ es $\frac{3 \times 3}{10} = \mathbf{\frac{9}{10}}$

Pensemos con la propiedad de la división

$$\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} = \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{2}\right) \div \left(\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{2}_{1}}\right)$$

$$= \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{2}\right) \div 1$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{3}{2}$$

$$= \mathbf{\frac{9}{10}}$$

$\frac{3}{2}$ es el recíproco de $\frac{2}{3}$.

R: $\frac{9}{10}$ m².

Aprendizaje esperado:
Comprende el concepto de la división de fracción entre fracción.

Materiales: Diagramas de área en la Solución.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.
Abrir el LT después de solución.

P: Calculemos el área.

- Escribe el problema.
- Solicite que escriban el PO con ayuda del diagrama de línea y que piensen cómo calcularlo.

S: Área pintada con 1 dL.

- ***¿Cuál es el área pintada con $\frac{2}{3}$ dL?*** (colocar el primer diagrama).
- "Con $\frac{2}{3}$ dL se pinta $\frac{3}{5}$ m²".
  ¿Cuál será el área pintada con $\frac{1}{3}$ dL? R: Es la mitad de lo que se pinta con $\frac{2}{3}$ dL.
- Explique que los $\frac{3}{5}$ se divide en 2 partes y cada parte es
  $$\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5 \times 2} = \frac{3}{10}.$$
  ¿Cuál será el área pintada con 1 dL?
- Es 3 veces $\frac{3}{5 \times 2}$, que es $\frac{3 \times 3}{5 \times 2}$, ***que serían*** $\frac{9}{10}$.
  ¿Cómo se calcula $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$?
- Luego explique el procedimiento del cálculo, relacionándolo con la propiedad de la división.
- Observar que $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2}$ y que $\frac{3}{2}$ es el recíproco de $\frac{2}{3}$.

Secuencia didáctica:
En esta clase se requiere que los estudiantes comprendan conceptualmente el procedimiento del cálculo para dividir una fracción entre otra fracción, de momento no se simplifica.

Es importante que se resuelvan todos los ejercicios para que interioricen el procedimiento básico del cálculo de la división de fracción entre fracción.

Observación:
Ver en la introducción de esta unidad cómo se usan los diagramas (página 151 - 152 de la GM).

C: Divide fracciones.

- Se multiplica la primera fracción por el recíproco de la segunda fracción.
- Lee la conclusión y anotan la fórmula.

Ej: Calcule.

- Realice el cálculo aplicando la conclusión.
- Haga notar con los estudiantes que se sigue la forma de la conclusión.

E: Ejercita.

- Aplique el proceso aprendido para dividir fracción entre fracción.
- En los incisos del c) al f) el resultado puede ser expresado también cómo número mixto.

Conclusión

Para dividir fracción entre fracción, se multiplica la primera fracción por el recíproco de la segunda fracción.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$= \frac{a \times d}{b \times c}$$

El recíproco de $\frac{c}{d}$ es $\frac{d}{c}$.

Ejemplo

Divide: $\frac{3}{8} \div \frac{5}{7}$

$$\frac{3}{8} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{8} \times \frac{7}{5}$$

$$= \frac{3 \times 7}{8 \times 5}$$

$$= \frac{21}{40}$$

Ejercicios

Divide aplicado el ejemplo:

a) $\frac{2}{3} \div \frac{7}{8}$ $\frac{16}{21}$

b) $\frac{2}{9} \div \frac{5}{7}$ $\frac{14}{45}$

c) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{3}$ $\frac{6}{5}$ $\left(o\ 1\frac{1}{5}\right)$

d) $\frac{4}{5} \div \frac{3}{4}$ $\frac{16}{15}$ $\left(o\ 1\frac{1}{15}\right)$

e) $\frac{5}{4} \div \frac{2}{3}$ $\frac{15}{8}$ $\left(o\ 1\frac{7}{8}\right)$

f) $\frac{5}{3} \div \frac{9}{7}$ $\frac{35}{27}$ $\left(o\ 1\frac{8}{27}\right)$

página 100

Sugerencia para los ejercicios:

Primero solicite a los estudiantes que encuentren la respuesta de cada inciso cómo fracción propia o impropia.

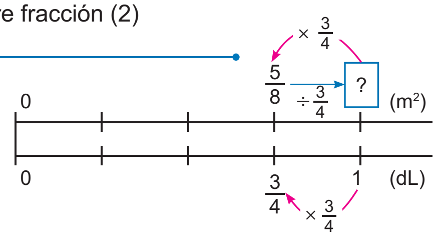
Si los resuelven rápidamente, pídales que conviertan las respuestas de fracciones impropias en números mixtos (seleccione un inciso y explique la manera de conversión).

S1C3 División de fracción entre fracción (2)

Contenido 3: División de fracción entre fracción (2)

Problema

Con $\frac{3}{4}$ dL de pintura se pintan $\frac{5}{8}$ m² de una cerca, ¿cuántos metros cuadrados de la cerca se pinta con un 1 dL de pintura?



Solución

PO: $\frac{5}{8} \div \frac{3}{4}$

$$\frac{5}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{8} \times \frac{4}{3}$$
$$= \frac{5 \times \cancel{4}^{1}}{\cancel{8}_{2} \times 3}$$
$$= \frac{5}{6}$$

R: $\frac{5}{6}$ m².

Conclusión

En la división de fracciones, es útil simplificar antes de que se multiplique, si es posible.

Ejemplo

Divide y simplifica: $\frac{9}{10} \div \frac{3}{8}$

$$\frac{9}{10} \div \frac{3}{8} = \frac{9}{10} \times \frac{8}{3}$$
$$= \frac{\cancel{9}^{3} \times \cancel{8}^{4}}{\cancel{10}_{5} \times \cancel{3}_{1}}$$
$$= \frac{12}{5}$$

El resultado también puede ser: $2\frac{2}{5}$

Ejercicios

1. Divide:

a) $\frac{6}{7} \div \frac{4}{9}$ $\frac{27}{14}$ $\left(o\ 1\frac{13}{14}\right)$ b) $\frac{1}{6} \div \frac{3}{4}$ $\frac{2}{9}$ c) $\frac{9}{10} \div \frac{4}{5}$ $\frac{9}{8}$ $\left(o\ 1\frac{1}{8}\right)$ d) $\frac{6}{7} \div \frac{3}{4}$ $\frac{8}{7}$ $\left(o\ 1\frac{1}{7}\right)$

e) $\frac{3}{8} \div \frac{9}{14}$ $\frac{7}{12}$ f) $\frac{2}{15} \div \frac{6}{5}$ $\frac{1}{9}$ g) $\frac{9}{10} \div \frac{6}{7}$ $\frac{21}{20}$ $\left(o\ 1\frac{1}{20}\right)$ h) $\frac{7}{2} \div \frac{7}{4}$ 2

2. Escribe el PO y resuelve:

Con $\frac{6}{7}$ dL de pintura se pintan $\frac{3}{5}$ m² de una pared, ¿cuántos metros cuadrados de la pared se pinta con un 1 dL de pintura?

PO: $\frac{3}{5} \div \frac{6}{7}$ **R: $\frac{7}{10}$ m².**

página 101

Aprendizaje esperado:

Resuelve divisiones de fracción entre fracción con simplificación.

Abrir el LT después de la solución.

P: Calculemos el área.

- Escribe el problema.
- Solicite que escriban el PO con ayuda del diagrama y piensen cómo calcularlo.

S: Calcula el PO: $\frac{5}{8} \div \frac{3}{4}$.

- Observe que el PO escrito es correcto y que calculen con el nuevo PO.
- Explique el cálculo y enfatice que al dividir también se simplifica, si se puede, cuando la división se expresa cómo una multiplicación.

C: Simplifica el resultado.

- Si se puede simplificar, es más sencillo hacerlo antes de multiplicar.

Ej: Divide y simplifica el resultado.

- Realice el cálculo y haga notar que el resultado se puede expresar también cómo número mixto.

E: Ejercita.

- E1: Aplica el proceso de la división y simplifica.
- Ejemplo de posible error:

$$\frac{\cancel{6}^{2}}{7} \div \frac{4}{\cancel{9}_{3}} = \frac{2}{7} \div \frac{4}{3}$$
$$= \frac{\cancel{2}^{1}}{7} \times \frac{3}{\cancel{4}_{2}} = \frac{3}{14}$$

No se debe simplificar antes de convertir a multiplicación.

- E2: Confirme el PO y realiza el cálculo.

Secuencia didáctica:

En la clase se continúa practicando la división de fracción entre fracción, pero con simplificación; al simplificar se debe tener especial cuidado que los estudiantes no simplifiquen cuando la expresión es una división, la simplificación se realiza cuando está expresada cómo multiplicación.

Sugerencia para los ejercicios:

Primero solicite a los estudiantes que encuentren la respuesta de cada inciso cómo fracción propia o impropia.

a) Si los resuelven rápidamente, pídales que conviertan la fracción impropia en número mixto (incisos a, c, d y g).

b) En algunos casos las respuestas deben ser expresadas necesariamente cómo números naturales (inciso h).

Aprendizaje esperado:
Resuelve divisiones con números mixtos sin y con simplificación.

Abrir el LT después de solución.

P: ¿Cómo podemos calcular?

- Escribe el ejercicio en la pizarra.
- Solicite que piensen cómo hacer este cálculo.

S: Calcula $1\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$.

- Observe los cálculos, algunos estudiantes no convierten el número mixto en fracción impropia. Pregunte ¿qué es lo nuevo en este ejercicio?
- Hay un número mixto, probemos convirtiéndolo en una fracción impropia y calculemos.
- Confirme el procedimiento del cálculo, enfatizando en la conversión.

C: División con número mixto.

- Antes de calcular se debe convertir el número mixto en fracción impropia.

Ej: Simplifica el resultado.

- Calcule convirtiendo primeramente el número mixto en fracción impropia y en el proceso se simplifica.

E: Ejercita.

- E1: Recuerde convertir el número mixto en fracción impropia y simplificar si es posible.
- E2: Confirme primero que el PO esté correcto y luego realizar el cálculo.

Contenido 4: División con números mixtos

Problema

Dividamos: $1\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$

Solución

Se convierte $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$

$$1\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{7}{5} \div \frac{3}{4}$$
$$= \frac{7}{5} \times \frac{4}{3}$$
$$= \frac{7 \times 4}{5 \times 3}$$
$$= \frac{28}{15} \left(o\ 1\frac{13}{15}\right)$$

Conclusión

Para dividir fracciones con números mixtos, primero se debe convertir el número mixto en fracción impropia y luego se realiza el cálculo.

Ejemplo

Divide: $\frac{4}{3} \div 3\frac{1}{5}$

$$\frac{4}{3} \div 3\frac{1}{5} = \frac{4}{3} \div \frac{16}{5}$$
$$= \frac{4}{3} \times \frac{5}{16}$$
$$= \frac{\cancel{4}^{1} \times 5}{3 \times \cancel{16}_{4}}$$
$$= \frac{5}{12}$$

Se convierte:
$3\frac{1}{5} = \frac{16}{5}$

Ejercicios

1. Divide:

a) $1\frac{1}{2} \div \frac{4}{7}$ **a) $\frac{21}{8}$ $\left(o\ 2\frac{5}{8}\right)$**

b) $2\frac{1}{3} \div \frac{4}{5}$ **b) $\frac{35}{12}$ $\left(o\ 2\frac{11}{12}\right)$**

c) $2\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$ **c) $\frac{9}{2}$ $\left(o\ 4\frac{1}{2}\right)$**

d) $\frac{3}{2} \div 3\frac{1}{4}$ **$\frac{6}{13}$**

e) $\frac{7}{10} \div 2\frac{1}{3}$ **$\frac{3}{10}$**

f) $\frac{4}{7} \div 1\frac{3}{5}$ **$\frac{5}{14}$**

g) $1\frac{3}{4} \div \frac{5}{6}$ **$\frac{21}{10}$ $\left(o\ 2\frac{1}{10}\right)$**

h) $\frac{2}{7} \div 1\frac{1}{7}$ **$\frac{1}{4}$**

2. Escribe el PO y resuelve:

Si se recorren caminando $\frac{15}{2}$ km en $1\frac{1}{2}$ h, ¿cuántos kilómetros se recorren en 1 h?

PO: $\frac{15}{2} \div 1\frac{1}{2}$ **R: 5 km.**

página 102

Secuencia didáctica:

Hasta este momento se ha aprendido la división de fracción entre fracción sin y con simplificación, en esta clase se estudia la división de fracciones con números mixtos.

El punto clave está en la conversión del número mixto en fracción impropia antes de calcular, si es necesario este punto se debe recordar con los estudiantes para que puedan avanzar.

Sugerencia para los ejercicios:

1. Primero solicite a los estudiantes que encuentren la respuesta de cada inciso cómo fracción propia o impropia.
   Si los resuelven rápidamente, pídales que conviertan la fracción impropia en número mixto (incisos a, b, c y g).
2. En el problema el resultado debe ser expresado necesariamente cómo número natural.

Contenido 5: División con números naturales

Problema

Dividamos: $3 \div \frac{7}{2}$

Solución

Se convierte $3 = \frac{3}{1}$

$$3 \div \frac{7}{2} = \frac{3}{1} \div \frac{7}{2} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{1 \times 7} = \frac{6}{7}$$

Conclusión

Para dividir un número natural entre una fracción o una fracción entre un número natural, se convierte el número natural en una fracción, colocando 1 como denominador, y luego se realiza el cálculo.

Ejemplo

Divide: $\frac{8}{9} \div 4$

$$\frac{8}{9} \div 4 = \frac{8}{9} \div \frac{4}{1} = \frac{8}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{\cancel{8}^{2} \times 1}{9 \times \cancel{4}_{1}} = \frac{2}{9}$$

Ejercicios

1. Divide:

a) $2 \div \frac{9}{4}$ **$\frac{8}{9}$** b) $5 \div \frac{3}{2}$ **$\frac{10}{3}$ $\left(o\ 3\frac{1}{3}\right)$** c) $3 \div \frac{9}{7}$ **$\frac{7}{3}$ $\left(o\ 2\frac{1}{3}\right)$** d) $2 \div \frac{2}{5}$ **5**

e) $\frac{3}{5} \div 2$ **$\frac{3}{10}$** f) $\frac{7}{9} \div 3$ **$\frac{7}{27}$** g) $6 \div 2\frac{1}{4}$ **$\frac{8}{3}$ $\left(o\ 2\frac{2}{3}\right)$** h) $2\frac{1}{2} \div 5$ **$\frac{1}{2}$**

2. Escribe el PO y resuelve: Si $1\frac{1}{3}$ metros de alambre pesa 12 g, ¿cuántos gramos pesan 1 m de este mismo alambre?

PO: $12 \div 1\frac{1}{3}$ **R: 9 g.**

página 103

Aprendizaje esperado:
Resuelve divisiones de fracciones con números naturales sin y con simplificación.

Abrir el LT después de la solución.

P: ¿Cómo podemos calcular?
- Escribe el ejercicio en la pizarra.
- Solicite que piensen el cálculo.

S: Calcula $3 \div \frac{7}{2}$.
- Observe los cálculos, algunos estudiantes no convierten en fracción el número natural, Pregunte ***¿cómo escribir el 3 en forma de fracción?*** R: Solo colocamos 1 cómo denominador, que sería $\frac{3}{1}$.
- Realice el cálculo cómo $\frac{3}{1} \div \frac{2}{7}$.
- Invite a que comparen sus ideas en pareja y luego en plenaria.
- Confirme el proceso del cálculo.

C: Concluye.
- Se debe convertir el número natural en fracción colocando cómo denominador 1.

Ej: Simplifica el resultado.
- Convierte primeramente el número natural en fracción y en el proceso se simplifica.

E: Ejercita.
- E1: Convierte el número natural en fracción y simplifique si es posible.
- E2: Confirme primero que el PO y luego realice el cálculo.

Secuencia didáctica:

En esta clase se aprenderá a dividir un número natural entre fracción y viceversa, sin y con simplificación.

El punto clave está en la conversión del número natural en fracción colocando cómo denominador 1, si es necesario este punto se debe recordar y confirmar con los estudiantes en cada ejercicio.

S1C6 División entre una fracción mayor o menor que 1

Aprendizaje esperado:
Compara el cociente con el dividendo, cuando se divide entre una fracción menor o mayor que 1.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

Abrir el LT después de la solución.

P: Comprende el problema.

- Escribe el problema.
- Solicite que escriban los dos PO.

S: Compara el resultado.

- Realice los diagramas de líneas y solicite predecir las respuestas.
- ***¿En qué caso el cociente es menor o mayor que 16?***
- Realicen los cálculos para cada PO.
- Comente los resultados obtenidos con relación a 16.
- ***¿En a) el cociente (12) es menor o mayor que 16?*** R: Menor.
- ***¿En b) el cociente (24) es menor o mayor que 16?*** R: Mayor.
- Realice la comparación apoyándose en la recta numérica y complete los cuadritos.

C: Concluye.

- Si se divide entre una fracción mayor que 1, el cociente es menor que la cantidad comparada y si se divide entre una fracción menor que 1, el cociente es mayor que la cantidad comparada.

$16 \div 1\frac{1}{3} = 12$ $\quad 16 \div \frac{2}{3} = 24$

> 1   < 16   < 1   > 16

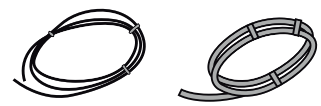
Contenido 6: División entre una fracción mayor o menor que 1

Problema

16 g de un alambre delgado mide $1\frac{1}{3}$ m y 16 g de un alambre grueso mide $\frac{2}{3}$ m.

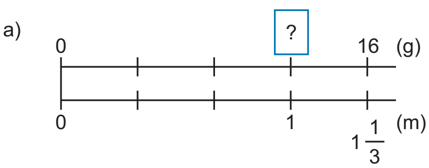
a) ¿Cuántos gramos pesa 1 m del alambre delgado?, ¿es mayor o menor que 16 g?

b) ¿Cuántos gramos pesa 1 m del alambre grueso?, ¿es mayor o menor que 16 g?



Solución

a)

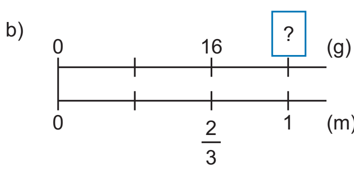


PO: $16 \div 1\frac{1}{3}$

$$16 \div 1\frac{1}{3} = \frac{16}{1} \div \frac{4}{3}$$
$$= \frac{16}{1} \times \frac{3}{4}$$
$$= \frac{\cancel{16}^{\,4} \times 3}{1 \times \cancel{4}_{\,1}}$$
$$= 12$$

R: 12 g, es **menor** que 16 g.

b)



PO: $16 \div \frac{2}{3}$

$$16 \div \frac{2}{3} = \frac{16}{1} \div \frac{2}{3}$$
$$= \frac{16}{1} \times \frac{3}{2}$$
$$= \frac{\cancel{16}^{\,8} \times 3}{1 \times \cancel{2}_{\,1}}$$
$$= 24$$

R: 24 g, es **mayor** que 16 g.

Conclusión

El cociente es menor, si se divide entre una fracción mayor que 1, y es mayor si se divide entre una fracción menor que 1.

página 104

Secuencia didáctica:

En esta clase se aprende a comparar el resultado cuando se divide entre una fracción menor o mayor que 1.

Es importante el uso de los diagramas para comprender que al dividir entre una fracción mayor que 1 el cociente será menor que la cantidad original, por el contrario, si se divide entre una fracción menor que 1 el cociente será mayor que la cantidad original.

Ejemplo

Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que $\frac{5}{6}$.

a) $\frac{5}{6} \div \frac{1}{4}$ b) $\frac{5}{6} \div \frac{7}{4}$ c) $\frac{5}{6} \div 1\frac{2}{3}$ d) $\frac{5}{6} \div 1$ e) $\frac{5}{6} \div \frac{2}{5}$

R: a) y e)

El divisor es menor que 1, así que los cocientes son mayores que $\frac{5}{6}$.

No es necesario hacer cálculos, pero puedes comprobarlo.

Ejercicios

1. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente menor que 24, sin calcular:

a) $24 \div \frac{4}{7}$ b) $24 \div \frac{3}{4}$ c) $24 \div \frac{2}{3}$ d) $24 \div 1\frac{1}{5}$

d); el divisor es una fracción mayor que 1.

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que $\frac{4}{7}$, sin calcular:

a) $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{7} \div 3$ c) $\frac{4}{7} \div \frac{1}{4}$ d) $\frac{4}{7} \div 1\frac{1}{4}$

a) y c); el divisor es una fracción menor que 1.

página 105

Observación:

Podemos comparar los resultados en la multiplicación y en la división:

Si multiplicamos por una fracción mayor que 1, el resultado es mayor que el número original y si dividimos entre una fracción mayor que 1, el resultado es menor que el número original, por ejemplo, si operamos con $\frac{4}{3}$ (> 1), tenemos:

$$\underbrace{12 \times \frac{4}{3} = 16}_{> 12} \quad y \quad \underbrace{12 \div \frac{4}{3} = 9}_{< 12}$$

Ej: Calcule.

- Podemos comparar directamente cada inciso aplicando la conclusión.
- haga notar que no es necesario realizar cálculos.

E: Ejercita.

- Verifique que responden aplicando directamente la conclusión (no es necesario realizar los cálculos).
- Invite a que expliquen el por qué esa respuesta.

Aprendizaje esperado:
Resuelve operaciones combinadas con multiplicación y división de fracciones.

Abrir el LT después de la solución.

P: ¿Cómo podemos calcular?

- Escribe el ejercicio en la pizarra.
- Solicite que piensen cómo hacer este cálculo.

S: Calcula $\frac{1}{2} \times \frac{7}{10} \div \frac{6}{5}$.

- Observe los cálculos, algunos de los estudiantes resuelven primero la multiplicación y luego la división desde la izquierda y está bien. Pregunte ***¿Cómo podemos calcular este ejercicio de una sola vez?***
- ***Al dividir ¿Qué hicieron con el divisor $\left(\frac{6}{5}\right)$?***

  R: Se invirtió.
- Confirme el procedimiento del cálculo, enfatizando en que todo se vuelve multiplicación.
- Invite a que comparen sus ideas previas con el nuevo resultado.

C: Multiplicación y división.

- Se puede multiplicar todo cambiando el divisor por su recíproco.

Ej: Simplifica el resultado.

- Calcule cómo multiplicación, cambiando los divisores por su recíproco y se simplifica.

E: Ejercita.

- Recuerde que se multiplica todo, cambiando los divisores por su recíproco y simplificar si es posible.

Sección 2: Operaciones combinadas de fracciones

Contenido 1: Multiplicación y división de fracciones

Problema

Calculemos: $\frac{1}{2} \times \frac{7}{10} \div \frac{6}{5}$

Solución

$$\frac{1}{2} \times \frac{7}{10} \div \frac{6}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{10} \times \frac{5}{6}$$

$$= \frac{1 \times 7 \times \cancel{5}^{1}}{2 \times \cancel{10}_{2} \times 6}$$

$$= \frac{7}{24}$$

Conclusión

Los cálculos que contengan multiplicaciones y divisiones, se puede multiplicar todo cambiando el divisor por su recíproco.

Ejemplo

Calculemos:

$$\frac{3}{4} \div \frac{6}{5} \div 5 = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{\cancel{3}^{1} \times \cancel{5}^{1} \times 1}{4 \times \cancel{6}_{2} \times \cancel{5}_{1}}$$

$$= \frac{1}{8}$$

Ejercicios

Calcula:

a) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{10} \div \frac{2}{7}$ **$\frac{7}{24}$**

b) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{8} \div \frac{7}{9}$ **$\frac{3}{28}$**

c) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{4} \div \frac{1}{6}$ **8**

d) $\frac{2}{9} \div \frac{4}{7} \div \frac{5}{6}$ **$\frac{7}{15}$**

e) $\frac{7}{12} \div \frac{5}{3} \times \frac{8}{5}$ **$\frac{14}{25}$**

f) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \div \frac{4}{3}$ **$\frac{2}{5}$**

g) $\frac{16}{7} \div 9 \times \frac{3}{8}$ **$\frac{2}{21}$**

h) $\frac{5}{9} \div \frac{3}{4} \times \frac{7}{10}$ **$\frac{14}{27}$**

página 106

Secuencia didáctica:

En esta segunda sección que consta de dos clases, estudiaremos las operaciones combinadas con multiplicación y división, primero solo con fracciones y luego con fracciones y números decimales.

En esta clase se aprenderá a multiplicar y dividir con tres fracciones sin y con simplificación, el punto importante es cambiar el divisor por su recíproco para poder multiplicar todo.

S2C2 Operaciones combinadas

Contenido 2: Operaciones combinadas

Problema

Calculemos $0{,}9 \div \frac{3}{5}$

a) Convirtiendo 0,9 en fracción. b) Convirtiendo $\frac{3}{5}$ en número decimal.

Solución

a) Convierto $0{,}9 = \frac{9}{10}$

$$0{,}9 \div \frac{3}{5} = \frac{9}{10} \div \frac{3}{5} = \frac{9}{10} \times \frac{5}{3} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{3}{2}$$

b) Convierto $\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0{,}6$

$$0{,}9 \div \frac{3}{5} = 0{,}9 \div 0{,}6 = 1{,}5$$

El resultado es el mismo: $\frac{3}{2} = 1{,}5$

Conclusión

Los cálculos que contengan fracciones y números decimales, se puede convertir todos en fracción o todos en números decimales y luego realizar el cálculo.

Ejemplo

Calcula: $0{,}5 \times \frac{1}{3}$

Voy a convertir la fracción en número decimal, sería $1 \div 3$.

$$\begin{array}{r|l} 1{,}0\,0 & 3 \\ -\;\;9 & 0{,}3\,3\ldots \\ \hline 1\,0 & \\ -\;\;9 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$\frac{1}{3}$ no lo podemos convertir a decimal.

$$0{,}5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \times 1}{\underset{2}{\cancel{10}} \times 3} = \frac{1}{6}$$

Ejercicios

1. Convierte la fracción en número decimal y calcula: a) $0{,}4 \div \frac{1}{2}$ **0,8** b) $\frac{3}{5} \times 0{,}2$ **0,12**

2. Convierte el número decimal en fracción y calcula:

a) $0{,}4 \div \frac{1}{2}$ $\frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{5} \times 0{,}2$ $\frac{3}{25}$ c) $0{,}5 \times \frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ d) $2\frac{1}{2} \times 2{,}5$ $\frac{25}{4}$ $\left(\text{o } 6\frac{1}{4}\right)$

página 107

Secuencia didáctica:

En esta clase se aprenderán operaciones combinadas de multiplicación y división con números decimales y fracciones, el punto importante es convertir todos los términos en un mismo tipo de número.

Aprendizaje esperado:

Resuelve operaciones combinadas de multiplicaciones y divisiones con números decimales y fracciones.

Unidad 9

Abrir el LT después de la solución.

P: ¿Cómo podemos calcular?

- Escribe los ejercicios.
- Piensen cómo hacer estos cálculos.

S: Calcula $0{,}9 \div \frac{3}{5}$.

- Observe los cálculos, es posible que algunos no puedan resolver. Pregunte ***¿dónde está la dificultad?***
  R: Hay decimales y fracciones.
- Recuerde el proceso de conversión para cada caso.
- Confirme el procedimiento del cálculo y hacer notar que los resultados son iguales, solo que están expresados de manera diferente.

C: Multiplicación y división.

- Se puede convertir todos en fracciones o todos en números decimales y realizar la operación combinada.

Ej: Simplifica el resultado.

- En algunos casos no podemos convertir exactamente una fracción en un número decimal.

E: Ejercita.

- Resuelve los ejercicios siguiendo las orientaciones.
- Observe que el resultado de los incisos a) y b) de los ejercicios 1. y 2. son iguales, solo que están expresados en número decimal y en fracción.

Practiquemos lo aprendido

1. Divide y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{7} \div \frac{2}{5}$ **$\frac{5}{14}$**

b) $\frac{2}{7} \div \frac{2}{3}$ **$\frac{3}{7}$**

c) $9 \div \frac{15}{4}$ **$\frac{12}{5}$ $\left(o\ 2\frac{2}{5}\right)$**

d) $1\frac{7}{9} \div \frac{8}{3}$ **$\frac{2}{3}$**

e) $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} \div \frac{7}{9}$ **$\frac{15}{14}$ $\left(o\ 1\frac{1}{14}\right)$**

f) $\frac{7}{3} \times \frac{1}{2} \div 14$ **$\frac{1}{12}$**

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que 15, sin calcular:

a) $15 \div \frac{3}{4}$

b) $15 \div \frac{4}{3}$

c) $15 \div \frac{2}{5}$

a) y c); el divisor es menor que 1.

3. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente menor que $\frac{2}{5}$, sin calcular:

a) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{5} \div 5$

c) $\frac{2}{5} \div \frac{9}{10}$

a) y b); el divisor es mayor que 1.

4. Convierte la fracción en número decimal y calcula:

a) $0{,}3 \times \frac{1}{2}$ **0,15**

b) $0{,}2 \times \frac{1}{10} \times 3$ **0,06**

5. Convierte el número decimal en fracción y calcula:

a) $\frac{3}{4} \div 0{,}5$ **$\frac{3}{2}$ $\left(o\ 1\frac{1}{2}\right)$**

b) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \div 0{,}6$ **$\frac{5}{24}$**

c) $0{,}2 \times \frac{1}{10} \times 3$ **$\frac{3}{50}$**

6. Escribe el PO y responde:

a) Si $\frac{2}{3}$ m de una varilla de hierro pesa $\frac{8}{9}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de esa misma varilla de hierro?

PO: $\frac{8}{9} \div \frac{2}{3}$ **R: $\frac{4}{3}$ kg. $\left(o\ 1\frac{1}{3}\text{ kg.}\right)$**

b) Se necesitan $\frac{5}{7}$ dL de pintura para pintar $1\frac{3}{7}$ m^2 de una pared, ¿cuántos decilitros de pintura se necesitan para pintar 1 m^2 de pared?

PO: $\frac{5}{7} \div 1\frac{3}{7}$ **R: $\frac{1}{2}$ dL.**

Prueba de Unidad 9: División de fracciones (25 min)

/10

Fecha:____________

Nombre: ____ **Sección:**__________

1. Divide y simplifica si es posible:

a) $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{7} \div \frac{4}{9}$

c) $\frac{3}{4} \div \frac{9}{8}$

d) $\frac{1}{4} \div \frac{5}{8} \times \frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{3} \div \frac{3}{4} \div 6$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que $\frac{2}{3}$, sin calcular:

a) $\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$

c) $\frac{2}{3} \div \frac{10}{9}$

3. Convierte la fracción en número decimal y calcula: $0{,}8 \div \frac{1}{5}$

4. Convierte el número decimal en fracción y calcula: $\frac{5}{4} \div 0{,}5$

5. Escribe el PO y responde:

Si $\frac{3}{4}$ m de una varilla de hierro pesa $\frac{9}{8}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de esa misma varilla de hierro?

Razón

(9 horas)

1. Competencia

- Aplica los conceptos de razón y cantidades directamente proporcionales en la resolución de situaciones de la vida cotidiana.

2. Secuencia de Aprendizaje

Quinto grado

U1: Multiplicación de números decimales

U3: División de números decimales

U4: Cantidad de veces
- Cantidad de veces con números naturales
- Cantidad de veces con números decimales

U6: Razón y tanto por ciento
- Cálculo de razones
- Tanto por ciento

U9: Fracción y números decimales
- Relaciones entre fracciones, decimales y números naturales

Sexto grado

U10: Razón
- Concepto de razón (a : b)
- Propiedad de las razones y sus aplicaciones

U11: Proporcionalidad
- Concepto de proporcionalidad
- Gráfica de proporcionalidad directa
- Regla de tres

Séptimo grado (secundaria)

U5: Proporcionalidad

Octavo grado (secundaria)

U3: Función de primer grado

3. Puntos Esenciales

Introducción

En esta unidad, los estudiantes aprenden los conceptos de razón y proporción. Es de especial interés la propiedad de las razones que se aprende en esta unidad, para ser aplicada en: determinación de elementos de una proporción, simplificación de razones y la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Concepto de razón

En quinto grado, el estudiante aprendió que la razón se determinaba como el cociente entre dos cantidades (comparada y básica). Sin embargo, esta noción de cociente es el que se conocerá como "valor de razón". Situaciones como:

"*por cada 2 cucharadas de salsa de tomate, 3 de mayonesa*"

"*por cada 3 cucharadas de aceite, 5 de vinagre*"

dan lugar a la noción de razón, en la cual, los elementos están vinculados de manera proporcional.

Para que los estudiantes comprendan este concepto, es clave que se aborden distintas situaciones como las mencionadas anteriormente, y otras más de su contexto.

La notación para la razón es **a : b**, la cual se lee "**a es a b**". Posiblemente al estudiante le suene extraña esta forma de leer. Por ello, es recomendable que cada razón sea derivada de una situación del entorno en la que las palabras utilizadas dan lugar a la lectura anterior. Por ejemplo:

Situación	Escritura y lectura de la razón
"por cada 2 cucharadas de salsa de tomate, 3 de mayonesa"	2 cucharadas de salsa de tomate y 3 mayonesa "2 : 3" "2 es a 3"

El cálculo del valor de la razón se hace a partir de la división entre cantidades: el punto de partida es recordar que la cantidad comparada entre la básica da lugar a la razón (aprendizaje en quinto grado). Esto da lugar a establecer que:

El valor de la razón **a : b** es **a ÷ b =** $\mathbf{\frac{a}{b}}$

Proporción

Las situaciones que dan lugar a razones cuyos resultados son el mismo, permiten establecer el concepto de proporción. Por ejemplo, en el siguiente problema:

*Carlos preparó una salsa usando 2 cucharaditas de salsa de tomate y 3 de mayonesa para una persona. Si Mateo quiere preparar **la misma salsa** para 2 personas, ¿cuántas cucharaditas de cada ingrediente necesita?*

Si se observa, aunque las cantidades de ingredientes varían, lo deben hacer en la misma relación, ya que se desea preparar la misma salsa (es decir, con el mismo sabor). Esta situación da lugar a las razones 2 : 3 y 4 : 6, cuyos valores son iguales. La igualdad resultante permite establecer lo que se denomina proporción:

$$2 : 3 = 4 : 6$$

En cuyo caso, se habla de razones equivalentes. Para determinar cuándo dos razones son equivalentes (o forman proporción) se debe entonces calcular los respectivos valores, que, a como se dijo anteriormente, se calcula efectuando división. Dichas divisiones pueden ser tratadas como fracción o como división con cociente decimal. En cualquiera de los casos, se debe monitorear la aplicación correcta de la división.

Propiedad de las razones

Una propiedad de una razón **a : b** muy importante establecida en esta unidad es la siguiente:

a) Si se multiplican a y b por el mismo número, la razón resultante es equivalente a **a : b**.

Por ejemplo:

$$\underset{\boxed{\times 2}}{\overset{\boxed{\times 2}}{1 : 3 = 2 : 6}}$$

b) Si se dividen a y b por el mismo número, la razón resultante es equivalente a **a : b**

Por ejemplo:

$$\begin{array}{c} \div 3 \\ 3 : 9 = 1 : 3 \\ \div 3 \end{array}$$

Dicha propiedad tiene múltiples aplicaciones, entre ellas:

✓ **Determinar un valor desconocido en una proporción**

Si se desea saber cuál es el número faltante en la siguiente proporción:

$$7 : 5 = 14 : \square$$

Se debe pensar en, ¿cómo están vinculados los elementos de la izquierda (7 y 14). Como 14 se obtiene de multiplicar 7 por 2, este mismo factor se multiplica a 5 para obtener el número faltante.

En otros casos, será de más fácil identificación el uso de la división (no el de multiplicación).

✓ **Simplificar razones**

El estudiante ha abordado con anterioridad la simplificación de fracciones. El concepto es el mismo para las razones: Simplificar una razón significa obtener otra razón igual a esta, en la que los números naturales involucrados son los más pequeños posibles.

El uso de la propiedad de las razones mencionada anteriormente, permite efectuar simplificaciones tales como:

$$\begin{array}{c} \div 6 \\ 42 : 54 = 7 : 9 \\ \div 6 \end{array}$$

La razón 42 : 54 se ha simplificado a 7 : 9. Es necesario hacer notar que en esta última, los números involucrados son los menores posibles. Otra forma de abordar la simplificación de razones, es justamente considerar el cálculo del valor de la razón con una fracción:

$$42 : 54 \longrightarrow \frac{\overset{7}{\cancel{42}}}{\underset{9}{\cancel{54}}}$$

La simplificación se puede hacer en razones cuyos elementos son números decimales o fracciones. En estos casos se hace necesario manejar algunos conceptos básicos tales como:

- Décima
- Mínimo común múltiplo

✓ **Resolver problemas de la vida cotidiana**

Hay situaciones de la vida cotidiana en las que se debe determinar un valor, el cual está relacionado con otros al formar una proporción, por ejemplo:

Para preparar un refresco, se mezclan 120 mL de agua con 40 mL de jugo. Si se tienen 160 mL de jugo, ¿cuántos mL de agua se necesitan para preparar un refresco de la misma concentración?

Se recomienda que, al abordar esta situación, se establezcan las razones:

120 : 40, la cual se deriva de la expresión “se mezclan 120 mL de agua con 40 mL de jugo”. Y, como se mezclarán $\square$ mL de agua con 160 mL de jugo, esto dará lugar a la razón:

$$\square : 160$$

Las razones anteriores darán lugar a la proporción

$$120 : 40 = \square : 160$$

El valor desconocido se calcula evidentemente con el uso de la propiedad de las razones.

4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

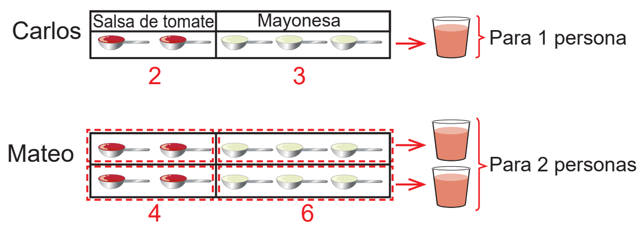
Sección 1, Contenido 1: Concepto de razón

U10: Razón
S1C1: Concepto de razón (p. 109)

__ / __

(P) Carlos hizo salsa con 2 cucharaditas de salsa de tomate y 3 de mayonesa para 1 persona. Mateo hará para 2 personas. ¿Cuántas cucharaditas de cada ingrediente necesita?

(S)



R: 4 cucharaditas de salsa de tomate y 6 de mayonesa.

(C) Razón

2 : 3 “2 es a 3”
4 : 6 “4 es a 6”

(E) a) Jugo de naranja y agua 1 : 3
b) Avena y miel 3 : 1
c) Vinagre y aceite 3 : 5

__ / __

U10: Razón
S1C1: Concepto de razón (p. 109)

(P) Carlos hizo salsa con 2 cucharaditas de salsa de tomate y 3 de mayonesa para 1 persona. Mateo hará para 2 personas. ¿Cuántas cucharaditas de cada ingrediente necesita?

(S) Salsa de tomate: $2 \times 2 = 4$
Mayonesa: $2 \times 3 = 6$

R: 4 cucharaditas de salsa de tomate y 6 de mayonesa.

(C) Razón
2 : 3 “2 es a 3”
4 : 6 “4 es a 6”

(E) 1. a) 1 : 3 ✓
b) 3 : 1 ✓
c) 3 : 5 ✓

Aprendizaje esperado:
Recuerda la escritura de una división como un decimal o una fracción y su asociación con el concepto de razón.

Ej1. Divide y escribe la respuesta como decimal y como fracción.

- Recuerde la división de números naturales, teniendo en cuenta:
  - ✓ Colocación de 0 en el cociente, si el dividendo es menor que el divisor.
  - ✓ La correspondiente escritura de una división como fracción, identificando: dividendo con numerador y divisor con denominador.

E: Ejercita.

- En cada inciso monitoree el cálculo correcto de cada división.
- Monitoree que escriban la fracción correspondiente a cada división, a como se hizo en el ejemplo.

Ej2. Escribe la razón y exprésala como un decimal o como una fracción.

- Recuerde que la razón se determina a partir de dos cantidades que se comparan, siendo una la cantidad básica y la otra la cantidad comparada.
- Explique que la razón será expresada tanto en decimal como en fracción.

E: Ejercita.

- En cada inciso monitoree: identificación de cantidad básica y comparada, el cálculo correcto de cada división, y la escritura como fracción.

Unidad 10

Unidad 10 Razón

Recordemos

Ejemplo 1

Divide 2 ÷ 5, escribiendo la respuesta:

a) en número decimal, hasta obtener residuo 0.

$$\begin{array}{r|l} 2{,}0 & 5 \\ \hline -\ 0 & 0{,}4 \\ 2\ 0 & \\ -\ 2\ 0 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

R: 0,4

b) como una fracción.

$2 \div 5 = \frac{2}{5}$

R: $\frac{2}{5}$

$\bigcirc \div \triangle = \frac{\bigcirc}{\triangle}$

numerador denominador

Ejercicios

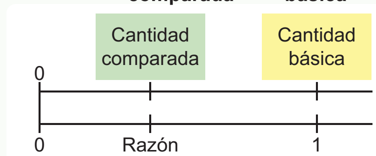
1. Divide hasta obtener residuo 0:
   a) 1 ÷ 2 **= 0,5** b) 8 ÷ 5 **= 1,6** c) 3 ÷ 4 **= 0,75**
2. Escribe cada división del Ejercicio 1 como una fracción.

Ejemplo 2

María resolvió 8 de 10 ejercicios correctamente. ¿Cuál es la razón de las respuestas correctas respecto al total?

Cantidad básica: 10
Cantidad comparada: 8
Entonces,
razón = 8 ÷ 10

Razón = cantidad comparada ÷ cantidad básica



a) respuesta en número decimal.

$$\begin{array}{r|l} 8{,}0 & 1\ 0 \\ \hline -\ 0 & 0{,}8 \\ 8\ 0 & \\ -\ 8\ 0 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

R: 0,8

b) como una fracción.

$8 \div 10 = \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{10}_{5}} = \frac{4}{5}$

R: $\frac{4}{5}$

Ejercicios

Calcula la razón en cada caso y exprésala como número decimal y como fracción.

a) En un salón hay 8 niñas de 16 estudiantes en total. ¿Cuál es la razón de niñas con respecto al total de estudiantes?
PO : 8 ÷ 16 Decimal: 0,5 Fracción: $\frac{1}{2}$

b) En un campo hay 24 árboles de naranja de 40 árboles en total. ¿Cuál es la razón de naranjos con respecto al total de árboles?
PO : 24 ÷ 40 Decimal: 0,6 Fracción: $\frac{3}{5}$

página 110

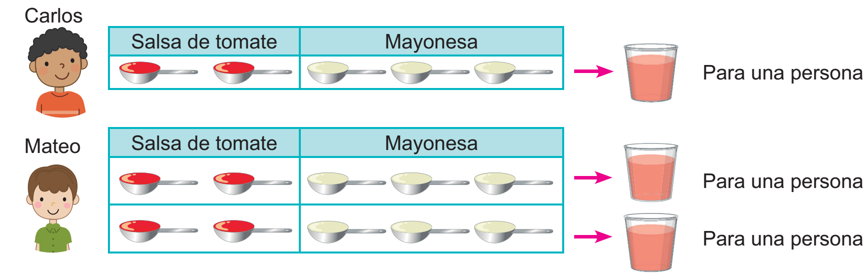
Sección 1: Razones y proporciones

Contenido 1: Concepto de razón

Problema

Carlos preparó una salsa usando 2 cucharaditas de salsa de tomate y 3 de mayonesa para una persona. Si Mateo quiere preparar la misma salsa para 2 personas, ¿cuántas cucharaditas de cada ingrediente necesita?

Solución



Si se duplica la cantidad de salsa de tomate y mayonesa, se puede hacer la misma salsa para 2 personas.

R: 4 cucharaditas de salsa de tomate y 6 de mayonesa.

Conclusión

La relación "2 cucharaditas de salsa de tomate y 3 de mayonesa" la expresamos como 2 : 3 usando el símbolo " : ".
"2 : 3" se lee "2 es a 3". Una expresión como 2 : 3 se llama **razón**.
En el caso de Mateo, la razón es 4 : 6, la cual se lee "4 es a 6".

Ejercicios

Escribe la razón de:

a) Jugo de naranja y agua para hacer un refresco.
1 : 3

b) Avena y miel para hacer galletas.
3 : 1

c) Vinagres y aceite para hacer salsa.
3 : 5

página 111

Aprendizaje esperado:

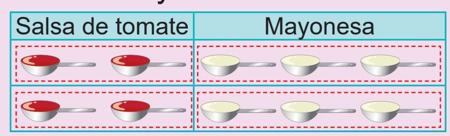
Comprende el concepto de razón como una comparación entre dos cantidades.

P: Lee el problema.

- Lee el problema y reflexiona: ***¿Cuántas cucharaditas de salsa de tomate se necesitan para 2 personas? ¿Cuántas de mayonesa?***

S: Calcula.

- Haga notar que, si para una persona se necesitan 2 de salsa de tomate, entonces para 2 (caso de Mateo) se requieren 4. De igual forma con la mayonesa:



- Explique que las cantidades para Mateo permiten formar la salsa con el mismo sabor.
- Enfatice que, por cada 2 cucharadas de salsa de tomate se usan 3 de mayonesa, significa que estas son las cantidades adecuadas (no más ni menos de una o de otra).

C: Concluye.

- Explique que "2 cucharaditas de salsa de tomate se usan 3 de mayonesa" se expresa como **2 : 3**, lo cual recibe el nombre de **razón**.

E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes logren identificar los elementos que forman cada razón. Puede ser útil que las verbalicen. Por ejemplo: por cada vaso de jugo de naranja, se requieren 3 de agua; por cada 3 tazas de avena, se usa 1 taza de miel, etc.

Unidad 10

Secuencia didáctica:

En quinto grado se estableció el concepto de razón, a partir de cantidades denominadas básica y comparada. En este contenido la noción de razón se establece a partir de una relación entre dos cantidades, vinculadas por una correspondencia natural entre los valores. En el próximo contenido se continuará su estudio convirtiendo la "razón" que aprendieron en 5to grado en el "valor de la razón", el cual se calcula dividiendo, ya sean números naturales, decimales o fracciones.

Aprendizaje esperado:
Identifica razones equivalentes y forma proporciones.

P: Lee el problema.

- Indique que lean el problema en el LT, enfatizando cuál es la cantidad básica y cuál la comparada.

S: Calcula.

- Solicite que calculen la razón en ambos casos a como aprendieron en 5to grado, expresando las respuestas como fracciones.
- Haga notarles que en ambos casos los valores son iguales.

C: Establece.

- Señale que el valor de una razón a : b se calcula como a ÷ b.
- Explique que dos razones son equivalentes si sus valores son iguales, en este caso forman una proporción, la cual se escribe como a : b = c : d.

Ej: Identifica razones equivalentes.

- Indique que, para encontrar una razón equivalente a 1 : 4, debe buscarse aquella que tenga el mismo valor que 1 : 4. Esto se hace expresando las divisiones como fracciones y simplificando.

E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes logren calcular siguiendo el ejemplo. En E2, indique (si es necesario) que deben encontrar también el valor de la razón 3 : 4.

Contenido 2: Razones equivalentes y proporción

Problema

En referencia a las salsas preparadas por Carlos y Mateo (en el contenido anterior):

a) Escribe la razón para cada una de las salsas, considerando la cantidad de mayonesa como la básica y la cantidad de salsa de tomate como la comparada.

b) ¿Cómo son los valores encontrados en a)?

Solución

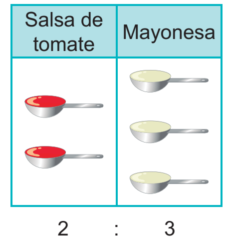
a) Si consideramos una cucharadita como 1,

Carlos — Cantidad comparada / Cantidad básica

Razón 2 : 3 → $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

Mateo — Cantidad comparada / Cantidad básica

Razón 4 : 6 → $4 \div 6 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$



b) Los valores obtenidos son iguales.

Conclusión

Para la razón **a : b**, su valor es **a** dividido por **b**, e indica cuántas veces **a** es **b**. Es decir,

El valor de la razón **a : b** es **a ÷ b =** $\frac{a}{b}$

Cuando los valores de las razones son iguales, decimos que **las razones son equivalentes** y expresamos la relación como

2 : 3 = 4 : 6

A esta igualdad se le conoce como **proporción**. Esta se lee “2 es a 3 como 4 es a 6”.

Ejemplo

Entre las siguientes razones, encuentra la que es igual a 1 : 4.

a) 10 : 5 b) 3 : 12 c) 3 : 9

Calculamos cada valor:

a) $10 \div 5 = \frac{10}{5} = \frac{2}{1} = 2$ b) $3 \div 12 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ c) $3 \div 9 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

El valor de la razón 1 : 4 es $1 \div 4 = \frac{1}{4}$. Como los valores de las razones 1 : 4 y b) son iguales, estas forman la proporción

1 : 4 = 3 : 12.

Ejercicios

1. Encuentra los valores de las razones 2 : 5 y 5 : 2. ¿Son iguales? Explica tu respuesta.
Ver respuestas abajo.
2. Entre las siguientes razones, encuentra la que es igual a 3 : 4.
a) 1 : 2 b) 4 : 5 c) 15 : 20 d) 4 : 1
Escribe la proporción que se obtiene de las dos razones con igual valor.

página 112

Secuencia didáctica:
En el contenido anterior se estableció el concepto de razón. En esta sesión se aborda el cálculo de valor de una razón a : b, como la división a ÷ b. A partir del cálculo de valores de una razón se puede establecer el de razones equivalentes, que son aquellas cuyos valores son iguales. Para determinar este tipo de razones, se debe efectuar divisiones y observar si los resultados son los mismos. Estos resultados pueden ser fracciones o decimales.

Respuestas:

1. Para 2 : 5 es $2 \div 5 = \frac{2}{5}$ Para 5 : 2 es $5 \div 2 = \frac{5}{2}$. No son iguales.

2. a) $1 \div 2 = \frac{1}{2}$ b) $4 \div 5 = \frac{4}{5}$ c) $15 \div 20 = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ d) $4 \div 1 = \frac{4}{1} = 4$
(mismo valor de 3 : 4)

Sección 2: Propiedad de las razones y su aplicación

Contenido 1: Propiedad de las razones

Problema

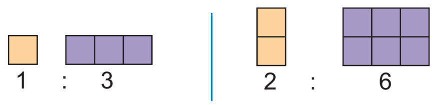
Las razones 1 : 3, 2 : 6, 3 : 9 son iguales.

a) Investiga la relación entre los números que conforman 1 : 3 y 2 : 6.

b) Investiga la relación entre los números que conforman 1 : 3 y 3 : 9.

Solución

a) Veamos la relación entre los números de 1 : 3 y 2 : 6,



Se duplican los cuadrados, es decir, cuando multiplicas 1 y 3 por 2, se obtienen 2 y 6:

$$\underset{\times 2}{\overset{\times 2}{1 : 3 = 2 : 6}}$$

Pero también, si dividimos 2 y 6 entre 2, se obtiene 1 y 3:

$$\underset{\div 2}{\overset{\div 2}{2 : 6 = 1 : 3}}$$

b) La relación entre los números de 1 : 3 y 3 : 9 se establece con la multiplicación (o división) por 3:

$$\underset{\times 3}{\overset{\times 3}{1 : 3 = 3 : 9}} \qquad \underset{\div 3}{\overset{\div 3}{3 : 9 = 1 : 3}}$$

Conclusión

En la razón **a : b** se cumple lo siguiente:

a) Si se multiplican **a** y **b** por el mismo número, la razón resultante es equivalente a **a : b**.

$$\underset{\boxed{\times 2}}{\overset{\boxed{\times 2}}{1 : 3 = 2 : 6}}$$

b) Si se dividen **a** y **b** por el mismo número, la razón resultante es equivalente a **a : b**.

$$\underset{\boxed{\div 3}}{\overset{\boxed{\div 3}}{3 : 9 = 1 : 3}}$$

página 113

Aprendizaje esperado:
Aplica la propiedad de las razones en el cálculo de elementos de una proporción.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Lee el problema.

- Lee el problema e interpreta las condiciones:
  ¿Qué significa que las razones dadas sean iguales?
  ¿Observas alguna relación entre los elementos de 1 : 3 y 2 : 6?

S: Calcula.

- Haga notar que los elementos de 2 : 6 se duplican en comparación con los elementos de 1 : 3. Es decir, se obtienen de multiplicar por 2.
- Habiendo explicado la situación entre 1 : 3 y 2 : 6 con multiplicación, solicite que analicen cómo de los elementos de 2 : 6 se pueden obtener los de 1 : 3. Se espera que ellos vean cómo obtener con división.
- Solicite que los estudiantes averigüen por su cuenta la relación entre los elementos de 1 : 3 y 3 : 9.

C: Concluye.

- Retome la solución del problema y señale que:
  ✓ De una razón se obtiene otra multiplicando sus elementos por el mismo número.
  ✓ De una razón se obtiene otra dividiendo sus elementos por el mismo número.

Secuencia didáctica:

En este contenido se establece la propiedad de las razones, con la cual se puede obtener otra razón a partir de la multiplicación o división de los elementos por la misma constante numérica.

Ej: Aplica la propiedad.

- Plantee la situación en a): ***¿Cómo podemos pasar de 3 a 15? ¿multiplicando o dividiendo?***
- Se espera que los estudiantes respondan "multiplicando por 5". Insista en que este factor es por el cual hay que multiplicar 4 para completar el cuadro.
- Proceda de forma similar a la anterior en el caso de b), pero esta vez conduciendo a que dividan para completar: ***¿Cómo podemos pasar de 8 a 4? ¿multiplicando o dividiendo?***

E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes logren calcular aplicando la conclusión.
- Indique que en el Ejercicio 1, completen pensando en multiplicación y división.
- En el ejercicio 2 es importante que piensen ¿por cuál número hay que multiplicar? ¿por cuál número hay que dividir? Señale que las flechas rojas se usan cuando la operación es la multiplicación, y es azul cuando se debe dividir.

Ejemplo

Completa el cuadrado con el número correspondiente y completa la proporción:

a) $3 : 4 = 15 : \square$

$\overset{\times 5}{3 : 4 = 15 : \square}$

Entonces

$4 \times 5 = 20$

R: 3 : 4 = 15 : **20**

b) $8 : 16 = 4 : \square$

$\overset{\div 2}{8 : 16 = 4 : \square}$

Entonces

$16 \div 2 = 8$

R: 8 : 16 = 4 : **8**

Ejercicios

1. Completa el cuadrado con el número correspondiente y completa la proporción:

a) $7 : 5 = 14 : \boxed{10}$

b) $20 : 15 = 4 : \boxed{3}$

c) $4 : \boxed{3} = 16 : 12$

d) $14 : \boxed{30} = 7 : 15$

2. Completa cada cuadrado con el número correcto:

a) $\overset{\times \boxed{2}}{4 : 5 = 8 : 10}$, $\times \boxed{2}$

b) $\overset{\times \boxed{5}}{3 : 2 = 15 : 10}$, $\times \boxed{5}$

c) $\overset{\div \boxed{3}}{15 : 6 = 5 : 2}$, $\div \boxed{3}$

d) $\overset{\div \boxed{7}}{42 : 14 = 6 : 2}$, $\div \boxed{7}$

página 114

Contenido 2: Simplificación de razones (1)

Problema

Expresa 42 : 54 como una razón más sencilla.

Solución

Se puede proceder de dos formas:

Podemos usar la propiedad de las fracciones dividiendo por un mismo número:

$$42 : 54 \;=\; 7 : 9 \quad (\div 6)$$

Es decir,

42 : 54 = 7 : 9

La razón se expresa como fracción:

$$42 : 54 \longrightarrow \frac{\cancel{42}^{\,7}}{\cancel{54}_{\,9}}$$

Así,

42 : 54 = 7 : 9

Conclusión

Simplificar una razón significa obtener otra razón igual a esta, en la que los números enteros involucrados son los más pequeños posibles.

Se puede simplificar la razón **a : b** dividiendo tanto **a** como **b** entre el máximo común divisor.

Ejercicios

1. Simplifica las siguientes razones:

a) 25 : 35 **5 : 7**
b) 18 : 12 **3 : 2**
c) 64 : 40 **8 : 5**
d) 27 : 81 **1 : 3**

2. ¿Cuál de las siguientes razones es equivalente a 2 : 3?

a) 8 : 12
b) 3 : 5
c) 6 : 10
d) 20 : 30

página 115

Aprendizaje esperado:
Aplica la propiedad de las razones para simplificar.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Lee el problema.

- Indique que lean el problema en el LT:
  ¿Qué significa expresar la razón en una forma más sencilla?

S: Calcula.

- Indique que se están buscando números menores a los dados en la razón, pero que dichos números formen una razón equivalente a la dada.
  ¿Cómo podemos usar la propiedad de las razones para esto?
- Si responden usando esta propiedad, solicite que también piensen expresando la división como fracción, para que asocien esto a la simplificación de fracciones ya aprendida.

C: Establece.

- Establezca que en la simplificación de razones se busca los números más pequeños posibles que forman una razón equivalente a la dada.

E: Ejercita.

- E1: Monitoree que los estudiantes logren simplificar hasta la expresión más simple.
- E2: Revise que encuentran las 2 razones equivalentes a 2 : 3. Indique que pueden resolver simplificando las razones dadas (en el caso de 3 : 5 esta ya está simplificada).

Secuencia didáctica:

En el contenido anterior se estableció la propiedad de razones, que permite obtener otras razones mediante multiplicación o división con un mismo factor. Esta propiedad se aplica en este contenido para la simplificación de razones. Es importante explicar claramente que en la simplificación de razones se debe obtener los números más pequeños posibles, a como se estudió en la simplificación de fracciones (puede hacérseles mención que esto se logra al dividir entre el máximo común divisor de los números dados).

S2C3 Simplificación de razones (2)

Aprendizaje esperado:
Aplica la propiedad de las razones para simplificar razones con decimales y fracciones.

P: Lee el problema.
- Indique que lean el problema en el LT.
  ¿Cómo podemos transformar las razones dadas en otras que involucren números naturales?

S: Calcula.
- Indique que, en el caso de los decimales, como son décimas, es posible multiplicar por 10 para obtener números naturales.
- Monitoree que efectúen la multiplicación por 10 en cada elemento y que simplifiquen.
- En el caso de las fracciones, señale que calculen el mínimo común múltiplo de los denominadores. Monitoree la multiplicación con cada fracción y la simplificación respectiva.

C: Establece.
- Establezca que si una razón tiene decimales o fracciones, se puede convertir en una razón con números naturales para poder simplificarla.

E: Ejercita.
- Observe que en el caso de los decimales hagan la multiplicación por 10 y que simplifiquen si es necesario.
- Monitoree que las operaciones con fracciones se apliquen debidamente.

Contenido 3: Simplificación de razones (2)

Problema

Simplifica las siguientes razones:

a) 0,6 : 1,5

b) $\frac{1}{2} : \frac{4}{3}$

Solución

a) Usamos las propiedades de las razones multiplicando ambos números por 10:

$$0{,}6 : 1{,}5 = (0{,}6 \times 10) : (1{,}5 \times 10)$$
$$= 6 : 15$$
$$= 2 : 5$$

b) Multiplicamos ambas fracciones por 6, el mínimo común múltiplo de 2 y 3.

$$\frac{1}{2} : \frac{4}{3} = \left(\frac{1}{2} \times 6\right) : \left(\frac{4}{3} \times 6\right)$$
$$= 3 : 8$$

Conclusión

Si una razón tiene decimales o fracciones, se puede convertir en una razón con números naturales para poder simplificarla.

Ejercicios

Simplifica las siguientes razones:

a) 0,6 : 0,5 **= 6 : 5**

b) 0,9 : 2,1 **= 3 : 7**

c) 2,4 : 3 **= 4 : 5**

d) $\frac{1}{6} : \frac{2}{9}$ **= 3 : 4**

e) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$ **= 5 : 6**

f) $\frac{18}{5} : 6$ **= 3 : 5**

página 116

Secuencia didáctica:
En el contenido anterior se usó la propiedad de razones para la simplificación cuando los elementos de la razón dada son números naturales. En este contenido, dichos elementos son decimales o fracciones, por lo cual, debe hacerse énfasis en buscar una razón equivalente en la que se involucren números naturales, lo cual será posible multiplicando por 10 (si hay décimas) o por el mínimo común múltiplo de los denominadores en el caso de fracciones.

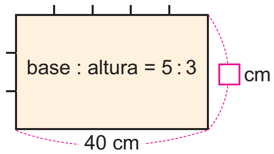
Unidad 10

Contenido 4: Aplicación de razón

Problema

Hay una hoja en forma rectangular, la razón entre base y altura es 5 : 3.

Si la base del rectángulo es 40 cm, ¿cuántos cm tiene la altura?



Solución

Representamos con un □ la longitud de altura. De la propiedad de las razones,

$$5 : 3 = 40 : \square \quad (\times 8)$$

Como 5 × 8 = 40, entonces se calcula □ como

$$\square = 3 \times 8 = 24$$

R: La longitud de la altura es 24 cm.

Conclusión

El problema se puede resolver centrándose en la relación entre las dos cantidades y utilizando la propiedad de las razones.

Ejemplo

Para preparar un refresco, se mezclan 120 mL de agua con 40 mL de jugo.

Si se tienen 160 mL de jugo, ¿cuántos mL de agua se necesitan para preparar un refresco de la misma concentración?

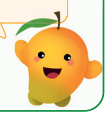
120: 40 = □ : 160

□ = 120 × 4 = 480

R: 480 mL.

De la propiedad de las razones:

$$120 : 40 = \square : 160 \quad (\times 4)$$



Ejercicios

Resuelve los siguientes problemas:

a) Preparamos café con leche en una razón de 3 : 2. Si tenemos 90 ml de café, ¿cuántos mililitros de leche necesitamos? **3 : 2 = 90 : □ R: 60 mL.**

b) Para preparar panqueques se usan 3 tazas de harina y 2 tazas de leche. Si se utilizarán 9 tazas de harina, ¿cuántas tazas de leche se necesitan? **3 : 2 = 9 : □ R: 6 tazas.**

c) Doña María, para preparar la masa utiliza 135 g de harina y 750 ml de agua, ¿cuántos gramos de harina necesita si usa 250 mL de agua?
135 : 750 = □ : 250 R: 45 g.

página 117

Aprendizaje esperado:

Aplica la propiedad de las razones en la resolución de situaciones del entorno.

P: Lee el problema.

- Indique que lean el problema en el LT. Explique que “la razón entre base y altura es 5 : 3” significa que la base se divide en 5 partes y la altura en 3, todas ellas de la misma longitud.

S: Calcula.

- Explique que, como se conoce la base (40 cm), pero se desconoce la altura, con la razón dada se forma la proporción:

$$5 : 3 = 40 : \square$$

- Pregunte: ***¿Por cuánto se multiplica el 5 para obtener 40?***
- A partir del factor encontrado (8), solicite que multipliquen también 3 por este factor para obtener la altura.

C: Establece.

- Establezca que algunos problemas que involucran razones se pueden resolver utilizando la propiedad de las razones.

Ej: Aplica.

- Indique que lean la situación del ejemplo: ***¿Puede formarse una razón con los mL de agua y de jugo?***

E: Ejercita.

- Monitoree que resuelvan los problemas planteando correctamente las proporciones.

Secuencia didáctica:

En contenidos anteriores se conoció la propiedad de las razones que permite simplificar, así como determinar valores de elementos desconocidos en una proporción. La aplicación de esta propiedad en esta sesión es en la resolución de problemas del entorno, para las cuales se debe plantear una proporción y determinar un valor desconocido, aplicando la propiedad en cuestión.

Practiquemos lo aprendido

1. Escribe la razón de:

   a) Jugo de naranja y agua para hacer un refresco.

   2 : 7

Jugo de naranja — Agua

   b) Café y leche.

   4 : 2

Café — Leche

2. Calcula los valores de cada razón:

   a) 2 : 5 — **$2 \div 5 = \frac{2}{5}$ (0,4)**

   b) 3 : 2 — **$3 \div 2 = \frac{3}{2}$ (1,5)**

   c) 1 : 4 — **$1 \div 4 = \frac{1}{4}$ (0,25)**

   d) 8 : 20 — **$8 \div 20 = \frac{2}{5}$ (0,4)**

3. Encuentra la razón del Ejercicio 2 que es equivalente a 6 : 4. Escribe como una proporción.

   Valor de 6 : 4 es $6 \div 4 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

   R: b) 3 : 2 = 6 : 4

4. Completa cada cuadro con el número correcto:

   a) $1 : 3 = 4 : \boxed{12}$ (× 4, × 4)

   b) $6 : 9 = 2 : \boxed{3}$ (÷ 3, ÷ 3)

   c) $3 : 5 = 21 : \boxed{35}$

   d) $6 : 24 = \boxed{3} : 12$

5. Simplifica las siguientes razones:

   a) 8 : 20 — **2 : 5**

   b) 7 : 14 — **1 : 2**

   c) 1,8 : 3 — **3 : 5**

   d) 5 : 0,5 — **10 : 1**

   e) $\frac{1}{6} : \frac{3}{4}$ — **2 : 9**

   f) $\frac{7}{3} : \frac{2}{9}$ — **21 : 2**

6. Resuelve:

   a) En una rifa, la razón entre papelitos premiados y no premiados es 4 : 9. Si hay 16 premiados, ¿cuántos papelitos no premiados se deben colocar?

   $4 : 9 = 16 : \boxed{}$ **R: 36 papelitos no premiados.**

   b) Para preparar salsa agridulce se usan 40 ml de salsa inglesa y 60 ml de salsa de tomate. Si se usan 120 mililitros de salsa inglesa, ¿cuántos mililitros de salsa de tomate deben usarse para obtener la misma salsa agridulce?

   $40 : 60 = 120 : \boxed{}$ **R: 180 mL.**

Prueba de Unidad 10: Razón (25 min)

/10

Fecha:____________

Nombre: ____ **Sección:**__________

1. Calcula el valor de cada razón:

   a) 3 : 5 b) 5 : 3 c) 4 : 6

2. De las razones del Ejercicio 1, encuentra la que es igual a 9 : 15 y escribe como una proporción.

3. Completa cada cuadro con el número correcto:

   a) 1 : 6 = 5 : $\square$

   b) 4 : $\square$ = 24 : 18

4. Simplifica la siguiente razón:
   18 : 24

5. Escribe el proceso de cálculo y responde:
   Para preparar galletas de avena, la razón entre la cantidad de harina y avena (en gramos) es 5 : 3. Si Pamela utiliza un paquete de 100 g de harina, ¿cuántos gramos de avena debe utilizar?

Proporcionalidad (14 horas)

1. Competencia

- Aplica los conceptos de razón y cantidades directamente proporcionales en la resolución de situaciones de la vida cotidiana.

2. Secuencia de Aprendizaje

Quinto grado

U1: Multiplicación de números decimales

U3: División de números decimales

U4: Cantidad de veces
- Cantidad de veces con números naturales
- Cantidad de veces con números decimales

U6: Razón y tanto por ciento
- Cálculo de razones
- Tanto por ciento

U9: Fracción y números decimales
- Relaciones entre fracciones, decimales y números naturales

Sexto grado

U10: Razón
- Concepto de razón (a : b)
- Propiedad de las razones y su aplicaciones

U11: Proporcionalidad
- Concepto de proporcionalidad
- Gráfica de proporcionalidad directa
- Regla de tres

Séptimo grado (secundaria)

U5: Proporcionalidad

Octavo grado (secundaria)

U3: Función de primer grado

3. Puntos Esenciales

Introducción

En esta unidad, se aborda el concepto de cantidades directamente proporcionales, tanto numérica como gráficamente. A su vez, esta noción se usa para establecer el proceso de regla de tres, la cual se aplica para resolver problemas de situaciones del entorno en las que se manejan cantidades directamente proporcionales.

Cantidades directamente proporcionales

El uso de tablas para el análisis de la relación de dos cantidades como las que se describen a continuación, permite que el estudiante infiera el comportamiento de estas:

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

En esta tabla se debe hacer notar que, cuando el tiempo se duplica, triplica,... también el nivel de agua se duplica, triplica, … Este es el concepto de cantidades directamente proporcionales.

El uso de variables tales como X y Y puede resultar un poco extraño para el estudiante. Sin embargo, su uso facilita el tratamiento gráfico de la proporcionalidad, además de que abona a la familiarización con elementos del álgebra que abordará en el siguiente nivel educativo.

El cambio en cantidades directamente proporcionales

Una propiedad fundamental de las cantidades directamente proporcionales es la referida a la cantidad de veces en la que cambian:

Si Y es directamente proporcional a X, entonces cuando X cambia en ☐ *veces, Y también cambia* ☐ *veces.*

El tratamiento de esta propiedad requiere:

- Dominio del concepto de cantidades directamente proporcionales y su aplicación en el trabajo con tablas.
- Cálculo de operaciones básicas (esencialmente multiplicaciones y divisiones).

Para calcular los valores en tablas como:

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

se debe analizar cómo el producto de 2 con 2,5 da como resultado 5, y que este mismo factor permite transformar 6 en 15.

Nótese que, las operaciones con fracciones y decimales es constante en toda la unidad, requiriéndose entonces que los cálculos con este tipo de números se aborden cuidadosamente.

La expresión para cantidades directamente proporcionales

Las cantidades directamente proporcionales están relacionadas por igualdades de la forma:

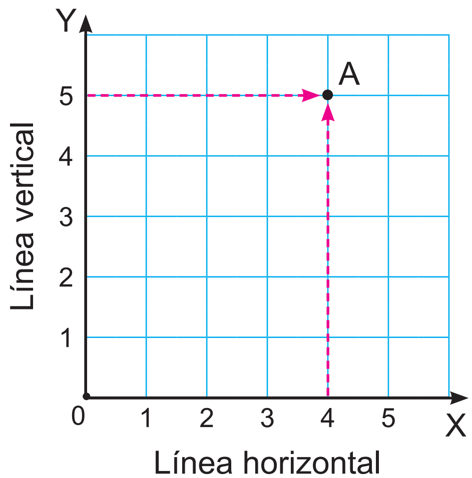
$$Y \div X = \text{constante}$$

$$Y = \text{constante} \times X$$

La derivación de estas igualdades se hace mediante una situación que permita ver que el cociente entre los valores respectivos de X y Y es constante.

Gráfica de proporcionalidad directa

Previo a graficar relaciones de proporcionalidad directa, el estudiante debe familiarizarse con el uso del plano cartesiano. Para ello, debe enfatizarse en el uso correcto de cada elemento que lo constituye:

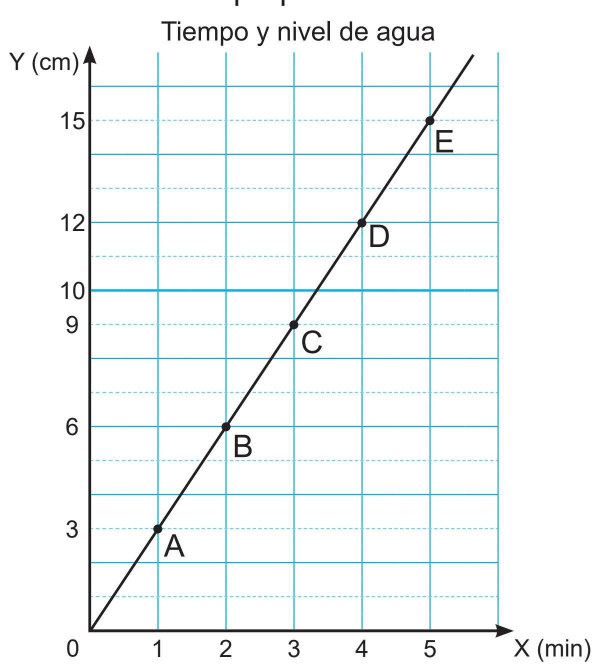


Se han agregado en el Anexo (LT P. 165 y 166; y GM P. 242 y 243), planos cartesianos para el trabajo de ejercicios en los que los estudiantes han de ubicar puntos.

Es de interés singular en esta temática, atender a posibles confusiones, por ejemplo, (2 ; 5) podrían confundirlo con (5 ; 2), o bien, para ubicar dicho punto, se tome la primera coordenada del par y se cuente en X, y la segunda coordenada se cuente en Y.

El trazado de la gráfica de proporcionalidad directa se debe efectuar atendiendo a:

- Trazado correcto del plano cartesiano.
- Ubicación correcta de puntos en el plano cartesiano.
- Trazado correcto de la línea recta: debe pasar por 0 y contener a todos los puntos de la tabla de proporcionalidad.



Regla de tres

La regla de tres es un proceso en el que: se tienen dos pares de valores correspondientes en cantidades directamente proporcionales, pero se desconoce uno de ellos, este se puede determinar:

X	a	c
Y	b	d

$a \times d = c \times b$

El manejo de este proceso se aborda primeramente en el cálculo numérico solamente:

X	3	9
Y	5	$\square$

$3 \times \square = 5 \times 9$

$3 \times \square = 45$

$\square = 45 \div 3 = 15$

Se debe guiar cuidadosamente la sucesión de cálculo operacionales.

Posteriormente, la regla de tres se aplica a situaciones del entorno en las cuales se presentan cantidades formando proporción:

Si 3 tomates valen C$10, ¿cuántos tomates se pueden comprar con C$40? Use regla de tres para resolver.

Para abordar una situación como esta, debe explicarse cómo colocar en un tabla los valores a los que se refiere el problema:

Cantidad de tomates	3	$\square$
Costo (C$)	10	40

A partir de esto, la situación se convierte en:

$\square \times 10 = 3 \times 40$

$\square \times 10 = 120$

$\square = 120 \div 10 = 12$

4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

Sección 1, Contenido 1: Cantidades directamente proporcionales

U11: Proporcionalidad __ / __

S1C1: Cantidades directamente proporcionales (p. 120 - 121)

(P) Se vierte agua en un tanque rectangular a un ritmo constante. El agua sube 3 cm por minuto.

(S) a) Completa la siguiente tabla:

b) ×2, ×3

c) ×2, ×3

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	...
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	...

×2, ×3, ×2, ×3

(C) Si mientras la cantidad X se duplica, triplica ..., la cantidad Y también se duplica, triplica ..., entonces Y es directamente proporcional a X.

(E) 1. a)

Altura X (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Área Y (cm^2)	6	12	18	24	30	36	...

2. a)

Lado X (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	20	24	...

__ / __

U11: Proporcionalidad

S1C1: Cantidades directamente proporcionalidades (p. 120 - 121)

(P) Se vierte agua en un tanque rectangular a un ritmo constante. El agua sube 3 cm por minuto.

(S) Completa la siguiente tabla:

b) ×2, ×3

c) ×2, ×3

Tiempo X (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	...

×2, ×3, ×2, ×3

(C) Si mientras la cantidad X se duplica, triplica ..., la cantidad Y también se duplica, triplica ..., entonces Y es directamente proporcional a X.

(E) Completa cada tabla:

1. a) ✓

Altura X (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Área Y (cm^2)	6	12	18	24	30	36	...

2. a) ✓

Lado X (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	20	24	...

Aprendizaje esperado:
Aplica el concepto de cantidades directamente proporcionales.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

Abrir el LT después de la solución.

P: Comparemos cómo cambian las cantidades.

- Lea el problema y anote la tabla en la pizarra. Explique el uso de las variables: se representará el tiempo con la letra X y el nivel de agua con la letra Y.

S: Relaciona.

- Explique: En un minuto hay 3 cm de agua, en 2 minutos hay 6 cm, ¿cuánto hay en 3? ¿y en 4?
- Los estudiantes observan el aumento de 3 en 3, y así completan la tabla de a).
- Explique el significado de duplicar, triplicar, cuadruplicar. Haga ver que, cuando se duplica 1 min (1 → 2 min), el agua también se duplica (3 → 6 cm), cuando se triplica (1 → 3 min), el agua también se triplica (3 → 9 cm), y así sucesivamente.
- Lo anterior se puede explicar en la tabla que aparece en el LT. Explique esta, a como se hizo iniciando en 1 min, la relación considerando el tiempo inicial 2 min.

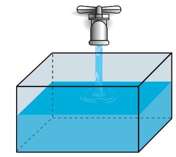
Unidad 11 **Proporcionalidad**

Sección 1: Concepto de proporcionalidad

Contenido 1: Cantidades directamente proporcionales

Problema

Se vierte agua en un tanque rectangular a un ritmo constante.
Si el agua sube 3 cm por minuto, analizamos la relación que existe entre el tiempo y el nivel de agua.



1 minuto después

2 minutos después

Si el tiempo X aumenta a 2, 3, 4, ... (min), analicemos qué ocurrirá con el nivel de agua Y cm.

a) Completa la siguiente tabla:

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3						…

b) ¿Cómo cambia el nivel de agua si el tiempo se duplica, triplica, ... iniciando desde 1 min?
c) ¿Cómo cambia el nivel de agua si el tiempo se duplica, triplica, ... iniciando desde 2 min?

Solución

a) El nivel de agua será de 3 cm después de 1 minuto y de 6 cm después de 2 minutos ...
La tabla se completa a como sigue:

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

b) Cuando el tiempo es 2, 3, 4, …veces el tiempo inicial (1 minuto), también el nivel de agua es 2, 3, 4,… veces 3 cm.

Duplicarlo significa 2 veces, triplicarlo significa 3 veces, cuadriplicarlo significa 4 veces ...

c) Cuando el tiempo se considera desde 2 min y este se duplica, triplica,... también el nivel de agua (6 cm) se duplica, triplica, ...

× 3 × 2 × 3 × 2

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

× 2 × 3 × 2 × 3

página 120

Secuencia didáctica:
En la unidad anterior se estableció el concepto de razón, en la que se establecía relaciones entre dos cantidades. En esta unidad se continúan relacionando, pero particularmente en el caso de cuando dichas cantidades son directamente proporcionales, esto es, cuando mientras una se duplica, triplica, cuadruplica, … , esto mismo ocurre con la otra. La proporcionalidad directa también se estudiará en contenidos posteriores desde el punto de vista gráfico.

Conclusión

Si hay dos cantidades X y Y, y X se duplica, triplica ..., y Y también se duplica, triplica ..., entonces se dice que Y es **directamente proporcional** a X.

× 4, × 3, × 2

X	1	2	3	4
Y	3	6	9	12

× 2, × 3, × 4

× 4, × 3, × 2

X	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	3	6	9	12	15	18	21	24

× 2, × 3, × 4

Estas tablas son de proporcionalidad directa.

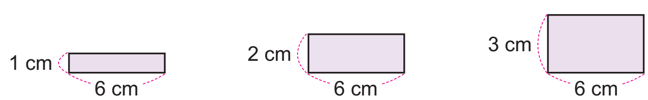
Ejercicios

Completa la tabla y analiza:

1. La longitud de la altura y el área de un rectángulo de base 6 cm.

   a) Completa la tabla:

Altura X (cm)	1	2	3	4	5	6	…
Área Y (cm²)	**6**	**12**	**18**	**24**	**30**	**36**	…



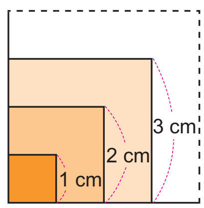
   b) ¿El Área Y es directamente proporcional a la Altura X? ¿Por qué?

   Sí, porque cuando Altura X se duplica, triplica, … Área Y también se duplica, triplica, …

2. La longitud de un lado y el perímetro de un cuadrado.

   a) Completa la tabla:

Lado X (cm)	1	2	3	4	5	6	…
Perímetro Y (cm)	**4**	**8**	**12**	**16**	**20**	**24**	…



   b) ¿Es Perímetro Y directamente proporcional a Lado X? ¿Por qué?

   Sí, porque cuando Lado X se duplica, triplica, … Perímetro Y también se duplica, triplica, …

C: Concluye.

- Establezca el concepto de cantidades directamente proporcionales: Si hay dos cantidades X y Y, y X se duplica, triplica ..., y Y también se duplica, triplica ..., entonces se dice que Y es directamente proporcional a X.
- Señale esto a partir de la situación explicada: si el tiempo se duplicaba, triplicaba, etc., el nivel de agua también se duplicaba, triplicaba, etc.

E: Ejercita.

- Para completar tablas: En a), los estudiantes deberán recordar la fórmula del área del rectángulo (base × altura) para completar. Para b), deberá recordarse que el perímetro de un cuadrado es 4 veces su lado.
- Para responder las preguntas acerca de la proporcionalidad directa entre las cantidades, indíqueles observar los números en las tablas que han completado: ¿ el área se duplica, triplica, etc…, cuando la altura se duplica, triplica, etc.? ¿el perímetro se duplica, triplica, etc… cuando el lado se duplica, triplica, etc.?
- Estas preguntas se sugiere responderlas de manera oral, ya que a los estudiantes les llevaría demasiado tiempo escribirlas en sus cuadernos.

Aprendizaje esperado:
Establece la propiedad de cantidades directamente proporcionales.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: ¿Cómo calcular sin completar casilla por casilla?

- Lea el problema resaltando que las cantidades son directamente proporcionales.

  ¿Cómo responder la pregunta sin tener que completar casilla por casilla en la tabla?

S: Relaciona.

- Recuérdeles que si el tiempo se duplica, triplica, cuadruplica, … el nivel de agua también.

  8 min es 8 veces 1, ¿cuánto es 8 veces el nivel del agua correspondiente?

- Los estudiantes calculan 8 veces 3, es decir 8 × 3. Señale en la tabla las columnas y ponga las flechas que corresponden a 8 veces (tanto en X como en Y)
- Indique que se puede calcular de otras formas:

  ¿8 es el doble de cuál número?

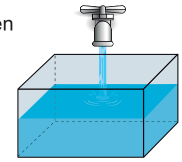
- Indique que calculen duplicando con la columna del 4, y vean que se obtiene el mismo resultado.
- Explique: 8 es 4 veces 2, así que se calcula 4 veces el valor correspondiente en Y, es decir, 4 veces 6.

Contenido 2: Propiedades de cantidades proporcionales (1)

Problema

A continuación se muestra la tabla de proporcionalidad directa que vimos en la clase anterior.

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	...
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	...



¿Qué nivel tendrá el agua después de 8 minutos?

Solución

8 minutos es 8 veces 1 minuto, entonces el nivel de agua es 8 veces 3 cm:

$$8 \times 3 = 24$$

R: 24 cm.

Hay otras soluciones posibles:

8 minutos es el doble de 4 minutos.

Entonces, el nivel de agua es el doble de 12 cm.

$$2 \times 12 = 24$$

R: 24 cm.

Otra forma:
8 minutos es 4 veces 2 minutos, entonces el nivel de agua es 4 veces 6 cm:
$4 \times 6 = 24$

× 8
× 4
× 2

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	…	8	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	…	24	…

× 2
× 4
× 8

página 122

Secuencia didáctica:

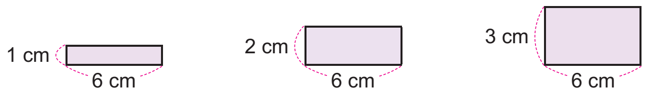
En el contenido anterior se estableció el concepto de cantidades directamente proporcionales. Dicho concepto lleva inmersa una propiedad de gran utilidad referida al cambio de dichas cantidades: mientras una cambia □ veces, la otra también cambia □ veces. Dicha propiedad se utiliza en esta sesión para determinar valores desconocidos sin tener que calcular uno a uno los valores de cada cantidad.

Conclusión

Si Y es directamente proporcional a X, entonces cuando X cambia en ☐ veces, Y también cambia ☐ veces.

Ejercicios

1. Se fija la altura de los rectángulos de base 6 cm.



Observa la tabla y responde:

Altura X (cm)	1	2	3	4	…
Área Y (cm^2)	6	12	18	24	…

a) ¿Cuál es el área de un rectángulo cuya altura mide 8 cm?

R: 48 cm^2

b) ¿Cuál es el área de un rectángulo cuya altura mide 10 cm?

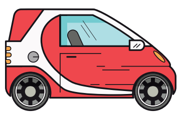
R: 60 cm^2

c) ¿Cuál es el área de un rectángulo cuya altura mide 12 cm?

R: 72 cm^2

2. El tiempo y la distancia recorrida por un automóvil son directamente proporcionales como se muestra en la siguiente tabla:

Tiempo X (h)	1	2	3	4	…
Distancia Y (km)	50	100	150	200	…



a) ¿Cuántos kilómetros recorrerá este automóvil en 6 horas?

R: 300 km

b) ¿Cuántos kilómetros recorrerá este automóvil en 10 horas?

R: 500 km

página 123

- Con cada uno de los casos abordados: 8 veces, 2 veces, 4 veces, construya las flechas en la tabla, que indican cómo este mismo cambio se aplicó tanto en X como en Y, y en todos ellos el resultado fue 24.

C: Concluye.

- Establezca que si Y es directamente proporcional a X, entonces cuando X cambia ☐ veces, Y también cambia ☐ veces.

E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes resuelven guiándose en la solución del problema. Puede dar pistas, por ejemplo, en la caso del ejercicio 1, preguntar:

¿8 es el doble de cuál número?

10 es 5 veces, ¿cuál número?

¿12 es el triple de cuál número?

- Algunos estudiantes quizás intenten responder completando casilla por casilla la tabla. Hágales notar que la forma rápida es a como se explicó en el problema.

Aprendizaje esperado:
Aplica la propiedad de cantidades directamente proporcionales en el cálculo de cuántas veces cambia.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Observa los factores de cambio.

- Escriba la tabla en la pizarra. Señale con las flechas, que X cambia 2,5 veces y $\frac{1}{3}$ veces.

¿Cómo podemos encontrar la cantidad de veces que cambian los valores correspondientes de Y?

S: Relaciona.

- Los estudiantes recordarán que, si las cantidades son directamente proporcionales, la misma cantidad de veces para X se da en los valores correspondientes de Y. Así, si X cambia 2,5 veces, Y también (de igual forma con la fracción de $\frac{1}{3}$).
- Solicite que comprueben los valores encontrados efectuando las multiplicaciones como en el LT, los resultados deben ser los valores de las columnas involucradas en la tabla.

C: Concluye.

- Establezca que la cantidad de veces puede ser un número decimal o una fracción.

Contenido 3: Propiedades de cantidades proporcionales (2)

Problema

A continuación se muestra la tabla de proporcionalidad directa que vimos en la clase anterior.

$\times \frac{1}{3}$

$\times 2{,}5$

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

$\times$ A

$\times$ B

a) Encuentra el valor del número A.

b) Encuentra el valor del número B.

Solución

a) Por proporcionalidad directa, si el tiempo aumenta 2,5 veces, el nivel del agua también aumenta 2,5 veces, es decir A = 2,5.
Se puede confirmar:

Valor del tiempo: 2 → 5 y $2{,}5 \times 2 = 5$

Nivel del agua: 6 → 15 y $2{,}5 \times 6 = 15$

b) Si el tiempo se reduce $\frac{1}{3}$ veces, el nivel del agua también se reduce $\frac{1}{3}$ veces, es decir B = $\frac{1}{3}$.
Se puede confirmar:

Valor del tiempo: 6 → 2 y $\frac{1}{3} \times 6 = 2$

Nivel del agua: 18 → 6 y $\frac{1}{3} \times 18 = 6$

Conclusión

Si Y es directamente proporcional a X, entonces cuando X cambia en $\boxed{}$ veces, Y también cambia $\boxed{}$ veces.

$\boxed{}$ puede ser no solo un número natural, sino también puede ser un número decimal o una fracción.

página 124

Secuencia didáctica:
En este contenido se continúa con la aplicación de la propiedad de cantidades directamente proporcionales, esta vez considerando cantidades de veces que pueden ser números decimales o fracciones. Es necesario que el estudiante compruebe que los valores encontrados son correctos: las multiplicaciones que se efectúen deben dar como resultado los valores correspondientes de la tabla.

Ejemplo

En la misma situación del Problema, se determinan los números A y B.

$\times 1{,}5$ $\quad$ $\times \frac{1}{2}$

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

$\times A$ $\quad$ $\times B$

Cuando el tiempo es de 1,5 veces, el nivel de agua también es de 1,5 veces.

Cuando el tiempo es de $\frac{1}{2}$ veces, el nivel de agua también es de $\frac{1}{2}$ veces.

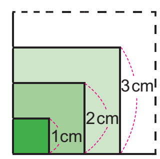
Por lo tanto, A = 1,5 y B = $\frac{1}{2}$.

Confirmación:
$1{,}5 \times 6 = 9$ y $\frac{1}{2} \times 18 = 9$

Ejercicios

Encuentra los números correspondientes a A, B, C y D.

a) El perímetro de un cuadrado es directamente proporcional a la longitud de su lado.



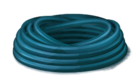
$\times 2{,}5$ $\quad$ $\times \frac{1}{2}$

Longitud X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	…

$\times A$ $\quad$ $\times B$

A = 2,5 $\quad$ B = $\frac{1}{2}$

b) El peso del alambre es directamente proporcional a su longitud.



$\times \frac{1}{4}$ $\quad$ $\times 2{,}5$

Longitud X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Peso Y (g)	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	…

$\times C$ $\quad$ $\times D$

C = $\frac{1}{4}$ $\quad$ D = 2,5

Ej: Calcula.

- Explique la relación mostrada en la tabla:
  - -3 es 1,5 veces 2. A partir de esto se calcula A.
  - -3 es $\frac{1}{2}$ veces 6. A partir de esto se calcula B.
  - -Las flechas en rosa corresponden a aumento y las celestes a disminución.

E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes resuelven guiándose en la solución del ejemplo. Es suficiente ver el factor de cambio en X para indicar cuál es el factor de cambio en Y.
- Solicite que expliquen cómo encontraron los valores de A, B, C, D.
- Al comprobar la respuesta de A, es una buena idea confirmar que 2,5 veces 2 es 5 y que 2,5 veces 8 es 20. Lo mismo con B, C y D.

Aprendizaje esperado:
Determina el cambio en cantidades directamente proporcionales.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Lee la información de la tabla.

- Escriba la tabla en la pizarra. Señale con las flechas, los cambios en X y Y.

¿Cómo podemos encontrar la cantidad de veces para X y Y en cada inciso?

S: Calcula.

- Explique que determinar los cambios corresponde a determinar la cantidad de veces, la cual se calcula dividiendo.
- Brinde la sugerencia para calcular la cantidad de veces:

Si se efectúa el cambio $\triangle \rightarrow \bigcirc$, se calcula

$$\bigcirc \div \triangle = \frac{\bigcirc}{\triangle}$$

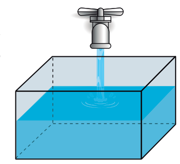
ya que $\triangle$ es la cantidad básica y $\bigcirc$ la comparada.

- Explique cómo calcular a). Los cambios se efectúan tanto en X como en Y.
- Haga notar que se obtienen los mismos valores.
- Solicite que, guiados de la explicación anterior, procedan con b).
- Solicite que expliquen porqué el valor encontrado tanto en X como en Y es el mismo.

Contenido 4: Cambios de cantidades directamente proporcionales

Problema

A continuación se muestra la tabla de proporcionalidad directa estudiada en la página 124. Si el tiempo X cambia como en a) y b), ¿cuántas veces cambia el nivel de agua?



Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

Utilice la idea de $\bigcirc \div \triangle = \frac{\bigcirc}{\triangle}$

Solución

a) El tiempo X y el nivel de agua Y cambian de la siguiente forma:

Cambio de X $\quad 2 \rightarrow 3 \quad 3 \div 2 = \frac{3}{2}$ (veces)

Cambio de Y $\quad 6 \rightarrow 9 \quad 9 \div 6 = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ (veces)

Cuando X aumenta $\frac{3}{2}$ veces, Y también aumenta $\frac{3}{2}$ veces.

b) El tiempo X y el nivel de agua Y cambian de la siguiente forma:

Cambio de X $\quad 6 \rightarrow 3 \quad 3 \div 6 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (veces)

Cambio de Y $\quad 18 \rightarrow 9 \quad 9 \div 18 = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$ (veces)

Cuando X se reduce $\frac{1}{2}$ veces, Y también se reduce $\frac{1}{2}$ veces.

Secuencia didáctica:
En contenidos anteriores se ha estudiado el cambio en cantidades directamente proporcionales. En este contenido se continúa con dicho estudio, observando que el cambio tanto en X como en Y para valores correspondientes es el mismo. Es importante tener en cuenta que la cantidad de veces se calcula mediante una división.

Conclusión

Si Y es directamente proporcional a X, el cambio en X es el mismo que en Y.

Ejercicios

Encuentra los números correspondientes de A, B, C y D.

a) El peso del alambre es directamente proporcional a su longitud.

× A   × B

Longitud X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Peso Y (g)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	…

× A   × B

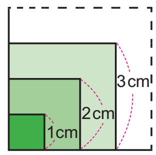
A = $\frac{1}{2}$ **B = 2,5**

b) El perímetro de un cuadrado es directamente proporcional a la longitud de su lado.

× C   × D

Lado X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	…

× C   × D



C = 2   **D = $\frac{3}{5}$**

C: Concluye.

- Establezca que, si Y es directamente proporcional a X, el cambio en los valores de X es el mismo que en los valores correspondientes de Y.

E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes resuelven guiándose en la solución del problema. Es suficiente calcular el factor de cambio en X para indicar cuál es el factor de cambio en Y. Sin embargo, solicite que comprueben este hecho con los valores en Y.
- Solicite que expliquen cómo encontraron los valores de A, B, C, D.

Aprendizaje esperado:
Expresa la relación entre cantidades directamente proporcionales.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Lee la información de la tabla.

- Escriba la tabla en la pizarra. Indique que las cantidades son directamente proporcionales y solicite que completen la tercera fila.

S: Completa.

- Si es necesario, indique que cada casilla se completa con los valores escritos por columna. Por ejemplo, la primera casilla desde la izquierda se completa dividiendo 3 ÷ 1.
- Observe los cálculos que efectúan para completar cada casilla. Corrija los errores que surjan.

¿Qué observan en los resultados?

- Los estudiantes indican que cada división dio el mismo resultado, 3. Indique que este valor que no cambia, se le llama constante.

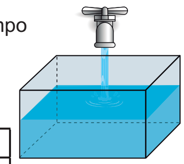
C: Concluye.

- Indique que 3 (división en cada columna) es constante y retome las igualdades

$$Y \div X = 3 \quad \text{y} \quad Y = 3 \times X.$$

Contenido 5: Expresión para cantidades directamente proporcionales

Problema



La siguiente tabla muestra la relación de proporcionalidad directa entre el tiempo y el nivel del agua.

Completa la siguiente tabla calculando "Nivel de agua ÷ Tiempo" para cada columna.

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	…
Nivel de agua Y ÷ Tiempo X						

Solución

Para completar se calcula

$$3 \div 1 = 3, \quad 6 \div 2 = 3, \quad 9 \div 3 = 3, \ldots$$

Por lo tanto,

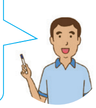
Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	…
Nivel de agua Y ÷ Tiempo X	3	3	3	3	3	…

Observamos que

Nivel de agua (Y) ÷ Tiempo (X) = 3

Esto se expresa como

Nivel de agua (Y) = 3 × Tiempo (X)



Conclusión

Cuando Y es directamente proporcional a X, entonces Y dividido por X no cambia, es decir, es constante.

$$Y \div X = \text{constante}$$

A partir de esto, podemos expresar

$$Y = \text{constante} \times X.$$

El valor de Nivel de agua ÷ Tiempo no cambia en cada columna, es decir es **constante**.

X	1	2	3	4	5	...
Y	3	6	9	12	15	...

× 3 × 3 × 3 × 3 × 3

× 3 (constante)

página 128

Secuencia didáctica:

En contenidos anteriores se ha estudiado la relación entre cantidades directamente proporcionales, analizando el cambio que se efectúa en una y cómo esto se refleja en la otra. En este contenido, la relación se establece mediante una igualdad, en la que figura un término constante que se puede calcular dividiendo los valores correspondientes de las cantidades o identificando un factor constante que permite, a partir de los valores de X, obtener los valores correspondientes de Y.

Ejemplo

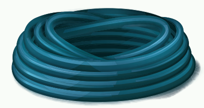
La siguiente tabla muestra la relación entre la longitud y el peso de un alambre:

Longitud (m)	1	2	3	4	5	6
Peso (g)	30	60	90	120	150	180

El peso es directamente proporcional a la longitud. Encuentra el valor de $\boxed{}$ en cada caso.

a) Peso ÷ Longitud = $\boxed{}$ → Peso ÷ Longitud = $\boxed{30}$

b) Peso = $\boxed{}$ × Longitud → Peso = $\boxed{30}$ × Longitud



Ejercicios

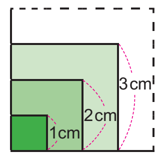
Encuentra el valor de $\boxed{}$ en cada caso.

1. El perímetro de un cuadrado es directamente proporcional a la longitud de su lado:

Lado X (cm)	1	2	3	4	...
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	...

a) Perímetro ÷ Lado = $\boxed{4}$

b) Perímetro = $\boxed{4}$ × Lado



2. El peso de un alambre es directamente proporcional a su longitud:

Longitud X (cm)	1	2	3	4	…
Peso Y (g)	5	10	15	20	…

Peso = $\boxed{5}$ × Longitud

3. La distancia recorrida por un automóvil es directamente proporcional al tiempo:

Tiempo X (h)	1	2	3	4	…
Distancia Y (km)	60	120	180	240	…

Distancia = $\boxed{60}$ × Tiempo

- A partir de lo anterior, indique que cuando X e Y son directamente proporcionales, ocurre:

$$Y \div X = \text{constante}$$
$$Y = \text{constante} \times X$$

- Haga notar que, en la tabla de proporcionalidad, el 3 es constante en los resultados de la división, y es el factor que permite obtener Y a partir de X.

Ej: Establece la relación.

- Indique que lean el ejemplo y que expliquen por qué 30 es el número que completa el recuadro.

E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes resuelven guiándose en el ejemplo.
- Solicite que expliquen cómo encontraron el valor que completa cada recuadro.
- Para los ejercicios 2 y 3, algunos estudiantes podrían darse cuenta que el recuadro se completa directamente con el valor de Y correspondiente a 1 en X. Indique que deben verificar que las divisiones dan siempre el mismo valor.

Aprendizaje esperado:
Ubica puntos en el plano cartesiano.

Materiales: Plano cartesiano como el del Problema del LT.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Lee el problema.

- Ubique en la pizarra un plano cartesiano. Explique el significado de cada segmento en la cuadrícula respecto a los puntos cardinales (este, norte).
- Explique la posición del parque respecto a la escuela y que esta se representará con el par de números (7 ; 2).

S: Completa.

- Observe las respuestas de los estudiantes a las posiciones solicitadas.
- Si colocan las componentes invertidas, por ejemplo: (5 ; 4) en lugar de (4 ; 5) para la iglesia, corrija indicando que el primer número se determina con la orientación Este, en este caso, con la línea horizontal, y la segunda componente, con el desplazamiento al Norte, es decir, la línea vertical.

C: Concluye.

- Establezca el concepto de par ordenado y el significado de cada componente.

A (4 ; 5)

Posición en la horizontal — Posición en la vertical

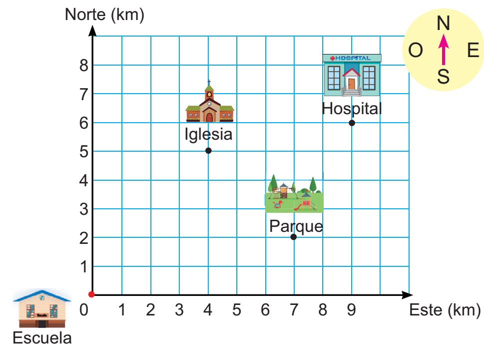
- La explicación debe ser acompañada del gráfico del plano cartesiano, en el que se muestren sus elementos.

Sección 2: Gráfica de proporcionalidad directa

Contenido 1: Plano cartesiano

Problema

En la figura, la posición del parque respecto a la escuela es 7 km al Este y 2 km al Norte, lo cual podemos expresar con el par de números (7 ; 2).



Expresa de la misma forma la posición de:

a) La iglesia.

b) El hospital.

Solución

a) Para la iglesia: 4 km al Este y 5 km al Norte. → (4 ; 5)

b) Para hospital: 9 km al Este y 6 km al Norte. → (9 ; 6)

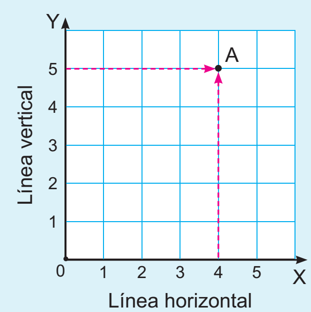
Conclusión

La posición de un punto en el plano se indica con un **par ordenado**.

A (4 ; 5)

Posición en la horizontal — Posición en la vertical

El plano con líneas verticales y horizontales se llama **plano cartesiano**.



página 130

Secuencia didáctica:

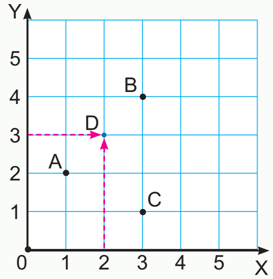
En esta sección se estudiará la gráfica de la proporcionalidad directa. Para ello, es necesario abordar el concepto de plano cartesiano, en el cual se ubicarán puntos, así como también, se identificarán pares ordenados a partir de puntos ya ubicados. Es necesario que la explicación de cómo ubicar puntos sea lo suficientemente clara, para que los estudiantes pueden replicar esta acción en la cuadrícula de sus cuadernos.

Ejemplo

En el siguiente plano cartesiano

a) los pares ordenados de cada punto son:
A (1 ; 2), B (3 ; 4), C (3 ; 1)

b) Se ubica el punto D (2 ; 3) con las flechas rosadas



Ejercicios

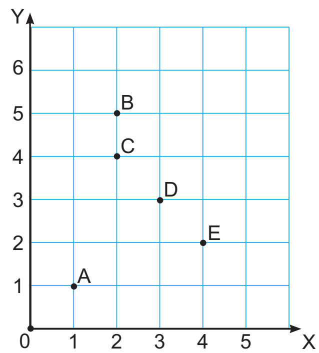
1. Observa la cuadrícula y responde las preguntas:

   a) ¿Cuál es el par ordenado del punto B?
   (2 ; 5)

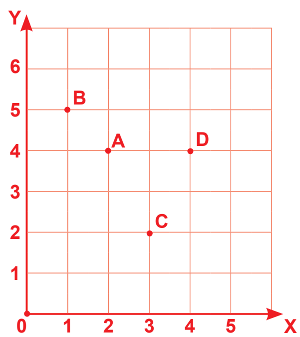
   b) ¿Cuál es el par ordenado del punto D?
   (3 ; 3)

   c) ¿Cuál punto está en (1 ; 1)?
   A

   d) ¿Cuál punto está en (4 ; 2)?
   E



2. Usa la cuadrícula de tu cuaderno, traza un plano cartesiano y ubica los puntos A (2 ; 4), B (1 ; 5), C (3 ; 2) y D (4 ; 4).



página 131

Ej: Localiza puntos y coordenadas.

- Ubique los puntos A, B, C en el plano cartesiano. Luego muestre por qué los pares ordenados respectivos son (1 ; 2), (3 ; 4) y (3 ; 1). Para esto, señale las unidades en la línea horizontal y en la línea vertical que son necesarias para llegar al punto.
- Ubique el punto D a partir del par ordenado (2 ; 3): cuente 2 unidades en X y 3 unidades en Y, para así localizar el punto (como se muestra en el LT).

E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes resuelven guiándose en el ejemplo.
- Solicite que expliquen sus respuestas en el ejercicio 1.
- Para el ejercicio 2, monitoree el uso correcto de la cuadrícula del cuaderno para trazar un plano cartesiano:
  - Trazado de una línea horizontal (X) y una línea vertical (Y), ambas deben iniciar desde el mismo punto (0).
  - Ubicar números a partir del 0 hacia la derecha, y del 0 hacia arriba, con la misma separación entre sí.

Aprendizaje esperado:
Traza la gráfica de proporcionalidad directa.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Lee el problema.

- Ubique en la pizarra la tabla de proporcionalidad directa y lea con los estudiantes en el LT el problema planteado.

S: Completa.

- Explique que, de cada columna de la tabla se obtiene un par ordenado. Indique cuáles son los pares ordenados.
- En la pizarra, trace un plano cartesiano con sus elementos:
  - Línea horizontal corresponde a X, y la línea vertical a Y.
  - Coloque los números en X y en Y, según los valores de la tabla:
    Cada marca en X corresponde a 1 minuto y cada marca en Y a 1 cm.
  - Coloque el título del gráfico.
- Ubique los puntos A - D siguiendo la explicación del contenido anterior.
- Haga notar que los puntos están alineados, por lo cual se traza una línea que parte de 0 y que contiene cada punto localizado.
- Monitoree que los estudiantes repliquen estos pasos utilizando la cuadrícula de su cuaderno, a como se hizo en contenido anterior. También se puede usar el plano cartesiano dado en Anexo P. 242 de la GM (LT P. 166).

Contenido 2: Gráfica de proporcionalidad directa (1)

Problema

La tabla de la derecha muestra la relación de proporcionalidad directa entre el tiempo y el nivel del agua. Grafique esta relación de proporcionalidad efectuando lo siguiente:

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	…

a) Escribe los pares ordenados que se obtienen de cada columna en la tabla, de izquierda como A, B, C, D y E.

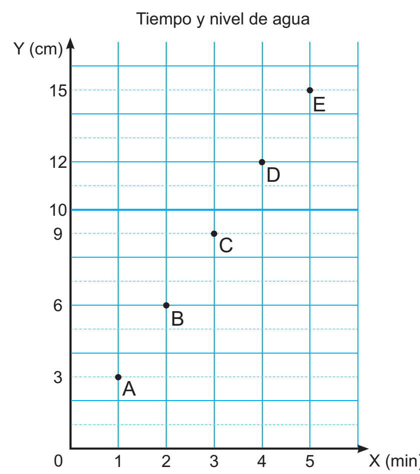
b) Ubique los pares ordenados de los puntos A, B, C, D y E en el plano cartesiano.

c) Una los puntos obtenidos en b). ¿Qué figura se forma?

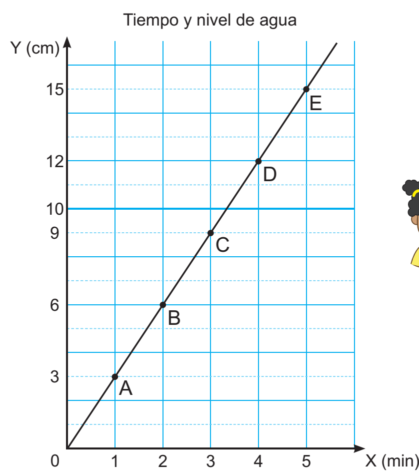
Solución

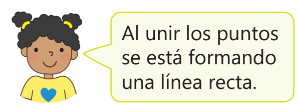
a) De la tabla se tienen los pares ordenados:
A (1 ; 3), B (2 ; 6), C (3 ; 9), D (4 ; 12) y E (5 ; 15).

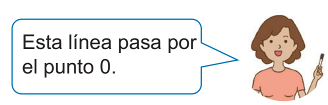
b) Si ubicamos estos puntos en el plano cartesiano se tiene el gráfico de la derecha.



c) Al unir los puntos A, B, C, D y E, obtenemos el gráfico de abajo.







página 132

Secuencia didáctica:

En el contenido anterior se abordó la ubicación de puntos en el plano cartesiano; esto junto con la tabla de proporcionalidad directa son elementos necesarios para graficar cantidades directamente proporcionales. Es importante resaltar la característica gráfica de este tipo de relación. La gráfica es una recta que pasa por el punto 0.

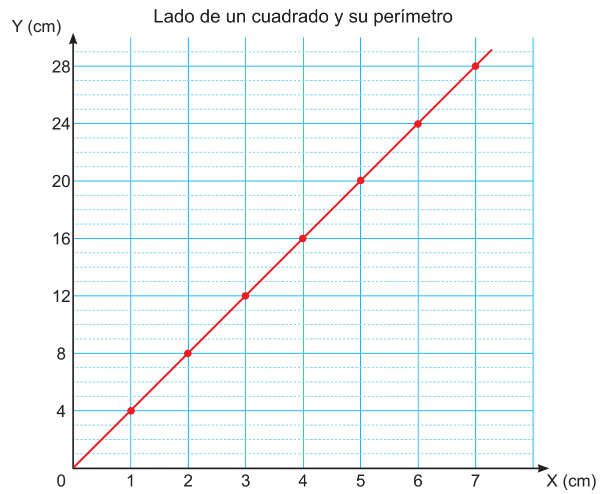
Conclusión

La gráfica correspondiente a la relación de dos cantidades directamente proporcionales es una línea recta que pasa por el punto 0.

Ejercicios

1. Grafica en tu cuaderno la relación del lado de un cuadrado y su perímetro, la cual se muestra en la tabla siguiente:

Lado X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	...
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	20	24	28	...



2. En base a las características de la gráfica, ¿son las cantidades del E1 directamente proporcionales? ¿Por qué?

Sí, porque la gráfica es una línea recta que pasa por el punto 0.

C: Concluye.

- Establezca que, la gráfica correspondiente a la relación de dos cantidades directamente proporcionales es una línea recta que pasa por el punto 0.

E: Ejercita.

- Monitoree el uso correcto del plano cartesiano facilitado en Anexos P. 242 de la GM (LT P. 166).
- Revise que los estudiantes coloquen correctamente los puntos y que tracen la recta pasando por 0 y conteniendo cada punto que ubicaron.
- Solicite que expliquen la respuesta brindada a la pregunta en E2. Esta explicación debe hacerse verbalmente.

Aprendizaje esperado:
Traza la gráfica de proporcionalidad directa modificando escala.

P: Lee el problema.

- Ubique en la pizarra la tabla de proporcionalidad directa y lea con los estudiantes en el LT el problema planteado.

S: Grafica.

- Haga notar que, a diferencia del contenido anterior, los valores en Y son mucho mayores que los de X, por lo cual, se modifica la marca: cada marca en la línea horizontal representa 1 h y cada marca en la línea vertical, 10 km.
- Explique el trazado del gráfico, siguiendo los mismos pasos tratados en el contenido anterior.
- Monitoree que los estudiantes repliquen estos pasos utilizando el plano cartesiano dado en Anexos de la GM P. 243 (en Anexos del LT P. 167).

C: Concluye.

- Establezca que, al graficar la relación de cantidades directamente proporcionales, se puede modificar la escala.

E: Ejercita.

- Monitoree que los estudiantes utilicen adecuadamente el plano cartesiano facilitado y grafiquen la proporcionalidad directa.

Contenido 3: Gráfica de proporcionalidad directa (2)

Problema

La tabla muestra la distancia recorrida por un automóvil según el tiempo.

a) Grafica la relación de proporcionalidad.

Tiempo X (h)	0	1	2	3	4	5	...
Distancia Y (km)	0	60	120	180	240	300	...

b) En base a las características de la gráfica, ¿son cantidades directamente proporcionales? ¿por qué?

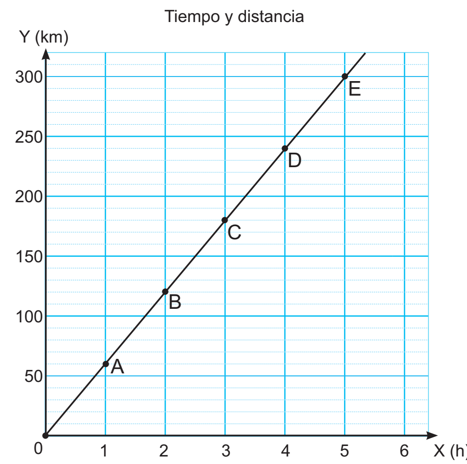
Solución

a) Como en la línea vertical se ubicarán valores mucho mayores que los de la línea horizontal, se modificará la escala: cada marca horizontal es 1 h y cada marca vertical es 10 km.

Al ubicar los puntos de la tabla, se tiene el gráfico de la derecha.

b) Efectivamente, es una recta que pasa por el punto 0.

Entonces, las cantidades son directamente proporcionales.



Conclusión

Al graficar la relación de cantidades directamente proporcionales, se puede modificar la escala.

Ejercicios

La siguiente tabla muestra la relación entre la longitud y el peso de un alambre:

Longitud (m)	1	2	3	4	5	...
Peso (g)	30	60	90	120	150	...

a) Haga un gráfico a partir de la tabla anterior. **Ver la respuesta abajo.**

b) En base a las características de la gráfica, ¿son cantidades directamente proporcionales? ¿Por qué?

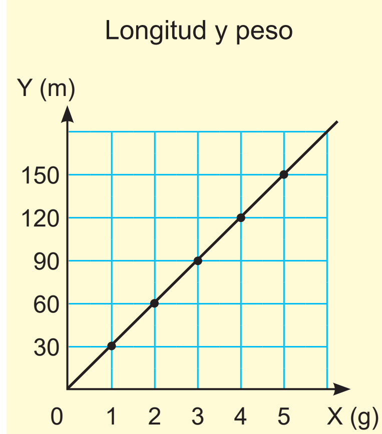
Sí, porque la gráfica es una línea recta que pasa por el punto 0.

página 134

Secuencia didáctica:

En este contenido se continúa con la gráfica de cantidades directamente proporcionales, pero esta vez, considerando una modificación en las marcas, ya que los valores de Y son mucho mayores que los de X. Se debe tener en cuenta la ubicación correcta de los puntos en el plano cartesiano, así como la justificación de por qué las cantidades son directamente proporcionales, lo cual se debe responder a partir de la gráfica.

Respuesta al inciso a) del ejercicio:



Sección 3: Regla de tres

Contenido 1: Introducción a la regla de tres

Problema

A continuación, se muestra la relación entre la longitud y el peso del alambre, las cuales son directamente proporcionales.

Longitud (cm)	1	2	3	4	5	6	…
Peso (g)	5	10	15	20	25	30	…

a) Elija las columnas con longitudes 2 y 5, y asegúrese de que el producto de las longitudes y los pesos de los oponentes sea igual.

b) Si la longitud del alambre es de 2 cm, su peso es de 10 g.
Usando la lógica del punto a), calcula su peso cuando la longitud es de 9 cm.

Solución

a) Ubicamos en una tabla los datos de longitudes 2 y 5:
Multiplicamos los números opuestos.

Longitud (cm)	2	5
Peso (g)	10	25

$2 \times 25 = 50, \quad 5 \times 10 = 50.$

$2 \times 25 = 5 \times 10$

Los dos productos son iguales.

b) Si el peso del alambre cuando mide 9 cm de largo es $\square$, la tabla se verá así:
Los dos productos de los números opuestos son iguales,

Longitud (cm)	2	9
Peso (g)	10	$\square$

$2 \times \square = 9 \times 10$

$2 \times \square = 90$

$\square = 90 \div 2 = 45$

R: 45 g.

Confirmación

$\times 9$

Longitud (cm)	1	2	...	9
Peso (g)	5	10	...	45

$\times 9$

Aprendizaje esperado:
Determina valores desconocidos aplicando regla de tres simple.

Desarrollar las 2 páginas en 45 min.

P: Lee el problema.

- Lea el problema con los estudiantes. Explique el significado de casillas opuestas:

2	5
10	25

Opuestos

Opuestos

S: Responde.

- Solicite que multipliquen los valores de las casillas opuestas.
  ¿Cómo son los resultados?
- Los estudiantes observan que los productos son iguales.
- Explique cómo el hecho de que los productos sean iguales, se puede usar para determinar un valor desconocido (como en b)):

Longitud (cm)	2	9
Peso (g)	10	$\square$

- A partir de la tabla anterior establezca la igualdad:

$$2 \times \square = 9 \times 10$$

- Solicite que encuentren el valor de $\square$. Monitoree el cálculo correcto de las operaciones.
- Haga notar que el valor encontrado cumple las condiciones de la proporcionalidad directa:

$\times 9$

1	2	...	9
5	10	...	45

$\times 9$

Secuencia didáctica:
En esta sección se estudiará la regla de tres y su uso para encontrar valores desconocidos en situaciones correspondientes a cantidades directamente proporcionales. En esta sesión se establece la consistencia de la regla de tres, mientras que, en el próximo contenido, este será aplicado en situaciones de la vida cotidiana.

C: Concluye.

- Establezca que, cuando se tienen dos pares de valores correspondientes en cantidades directamente proporcionales, pero se desconoce uno de ellos, este se puede determinar con la regla de tres:

X	a	c
Y	b	d

Ej: Calcula.

- Indique que lean el cálculo efectuado.
  ¿Qué productos se igualaron? ¿Por qué?
- Solicite que expliquen los cálculos efectuados para calcular el valor de $\square$, a partir de la igualdad

$$4 \times \square = 6 \times 10$$

E: Ejercita.

- Revise que los estudiantes encuentren el valor desconocido, a como se hizo en el ejemplo.
- Monitoree el cálculo correcto de las operaciones en cada caso.

Conclusión

Cuando se tienen dos pares de valores correspondientes en cantidades directamente proporcionales, pero se desconoce uno de ellos, este se puede determinar igualando la multiplicación de opuestos.

A este proceso se le denomina **regla de tres**.

X	a	c
Y	b	d

$a \times d = c \times b$

Ejemplo

Si Y es directamente proporcional a X, encuentra el valor de $\square$.

X	4	6
Y	10	$\square$

Se usa la regla de tres para resolver:

X	4	6
Y	10	$\square$

$4 \times \square = 6 \times 10$

$4 \times \square = 60$

$\square = 60 \div 4 = 15$

Ejercicios

Si Y es directamente proporcional a X, encuentra el valor de $\square$ utilizando regla de tres.

a)

X	3	5
Y	6	10

b)

X	4	14
Y	6	21

c)

X	6	15
Y	8	20

d)

X	9	30
Y	15	50

Contenido 2: Aplicación de la regla de tres

Problema

Si 3 tomates valen C$10, ¿cuántos tomates se pueden comprar con C$40? Use regla de tres para resolver.

Solución

La cantidad de tomates es proporcional al precio. Se usa regla de tres para resolver el problema:

Cantidad de tomates	3	$\square$
Costo (C$)	10	40

$\square \times 10 = 3 \times 40$

$\square \times 10 = 120$

$\square = 120 \div 10 = 12$

R: 12 tomates.

Conclusión

Se puede utilizar regla de tres para calcular un valor desconocido cuando se tienen cantidades directamente proporcionales.

Ejercicios

Resuelve los siguientes problemas utilizando regla de tres:

Las dos cantidades en cada problema son directamente proporcionales:

a) Si un alambre de 4 cm de largo pesa 18 g, ¿cuánto pesan 10 cm de este alambre?

Longitud (cm)	4	10
Peso (g)	18	?

$\square = 45$

R: 45 g

b) Si 5 dulces cuestan C$12, ¿cuántos de estos dulces se pueden comprar con C$60?

Dulces	5	?
Córdobas	12	60

$\square = 25$

R: 25 dulces

c) Octavio preparó 3 L de jugo con 15 naranjas. Si ahora tiene 30 naranjas, ¿cuántos L de jugo puede preparar?

$15 \times \square = 3 \times 30$

$\square = 6$

R: 6 L

página 137

Aprendizaje esperado:
Aplica la regla de tres en la resolución de situaciones de la vida cotidiana.

Secuencia didáctica:
En el contenido anterior, el estudiante conoció la consistencia de la regla de tres, para cantidades directamente proporcionales. En este contenido, dicho proceso se aplica para encontrar valores desconocidos en situaciones de la vida cotidiana. Es necesario enfatizar en cada situación, que las cantidades son directamente proporcionales, de lo contrario, su uso sería incorrecto.

P: Lee el problema.

- Lea el problema con los estudiantes.

  ¿Cómo se usó la regla de tres en el contenido anterior?

S: Calcula.

- Explique cómo ubicar los valores del problema en una tabla en la que figuren las cantidades vinculadas: cantidades de tomates y costo (C$).
- A partir de la tabla anterior establezca la igualdad:

  $\square \times 10 = 3 \times 40$
- Solicite que encuentren el valor de $\square$. Monitoree el cálculo correcto de las operaciones.

C: Concluye.

- Establezca que, se puede utilizar regla de tres para calcular un valor desconocido cuando se tienen cantidades directamente proporcionales.

E: Ejercita.

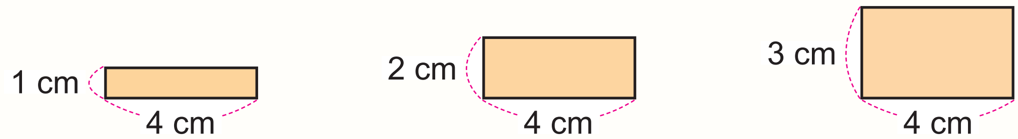
- Revise que los estudiantes encuentren el valor desconocido, a como se hizo en el problema. Enfatice en la colocación correcta de los valores en la tabla.
- Monitoree el cálculo correcto de las operaciones en cada caso.

Practiquemos lo aprendido

1. Completa la tabla y analiza:

a) La longitud de la altura y el área de un rectángulo de base 4 cm.

Altura X (cm)	1	2	3	4	5	6	…
Área Y (cm^2)	**4**	**8**	**12**	**16**	**20**	**24**	…



b) ¿Es Área Y del rectángulo directamente proporcional a Altura X? ¿Por qué?

R: Sí, porque cuando Altura X se duplica, triplica, ... , Área Y también se duplica, triplica, ...

2. La tabla representa la relación entre la longitud y el peso de alambre:

Longitud X (cm)	1	2	3	4	…
Peso Y (g)	9	18	27	36	…

a) ¿Cuánto gramos pesa un alambre de 8 cm?

PO: 8 × 9 (hay otras maneras)
R: 72 g.

b) ¿Cuántos gramos pesa un alambre de 12 cm?

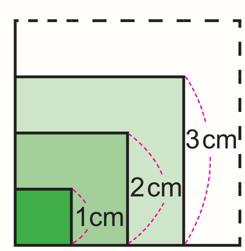
PO: 12 × 9 (hay otras maneras)
R: 108 g.

3. Encuentra los números A y B que se ajustan en la relación mostrada de la longitud del lado y el perímetro de un cuadrado:

× B
× 2

Lado X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	…

× A
× B



A = **2**

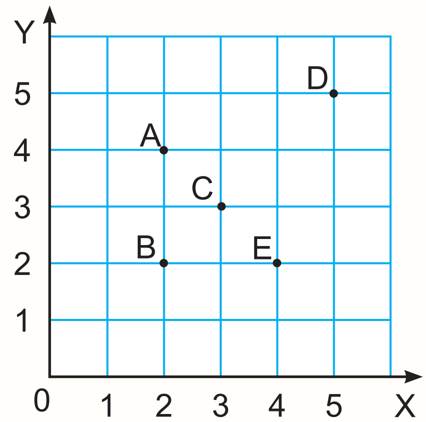
B = $\mathbf{\frac{3}{4}}$ **(0,75)**

Practiquemos lo aprendido

4. Entre los puntos de A a E, seleccione aquellos cuyos pares ordenados son:

a) (3 ; 3) **C**

b) (2 ; 4) **A**

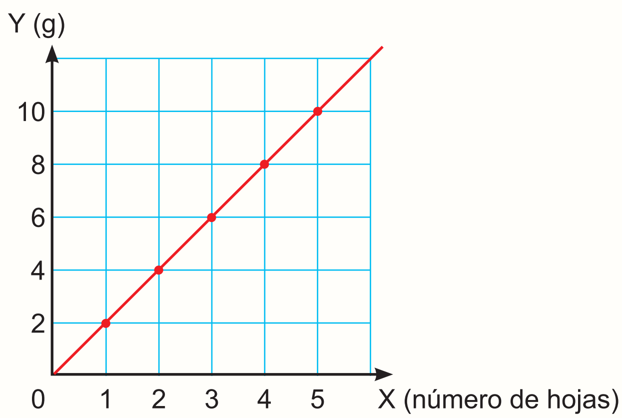


5. La siguiente tabla muestra la relación entre el número de hojas y sus pesos totales:

Número de hojas X	1	2	3	4	5	…
Peso Y (g)	2	4	6	8	10	…

a) Grafica la relación de proporcionalidad.

El número de hojas y sus pesos



b) En base a las características de la gráfica, ¿son cantidades directamente proporcionales? ¿por qué?

R: Sí, porque la gráfica es una línea recta que pasa por el punto 0.

6. Resuelve sabiendo que las cantidades son directamente proporcionales.
Si 3 lapiceros valen C$ 35, ¿cuántos lapiceros se pueden comprar con C$140?

Número de lapiceros	**3**	$\square$
Córdobas	**35**	**140**

$\square \times 35 = 3 \times 140$

$\square \times 35 = 420$

$\square = 420 \div 35 = 12$ **R: 12 lapiceros.**

Prueba de Unidad 11: Proporcionalidad (25 min)

/10

Fecha:____________

Nombre: ____ Sección:__________

1. Se abre un grifo para llenar una bañera. La tabla siguiente muestra la relación entre el tiempo y el nivel del agua en la bañera. Encuentra los números A, B y C que se ajustan en la relación mostrada:

× B

× 2 × C

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6
Nivel de agua Y (cm)	6	12	18	24	30	36

× A × C

× B

A =

B =

C =

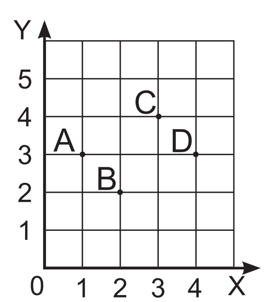
2. Observa la tabla y responde:

Tiempo X (horas)	1	2	3	4	...
Distancia Y (km)	7	14	21	28	...

a) ¿Cuánto distancia se ha recorrido en 7 horas?

b) ¿Cuánto distancia se ha recorrido en 10 horas?

3. Entre los puntos de A a D, selecciona el que tiene par ordenado a (4 ; 3).



4. Escribe el proceso de cálculo y responde:
Si 4 hojas de papel pesan 6 g, ¿cuántos gramos pesan 10 de estas hojas de papel?

Más información

Gráfica de proporcionalidad directa

Comparación de cantidades proporcionales a través de gráficas

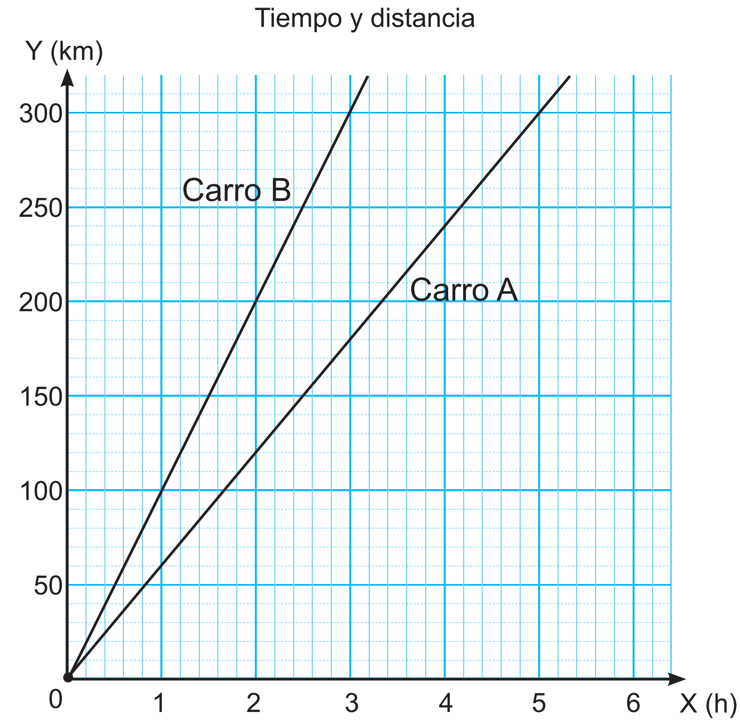
Problema

En la gráfica siguiente se muestra el tiempo y la distancia de dos carros cuando recorrieron la misma ruta al mismo tiempo.

a) Una hora después de partir, ¿cuántos kilómetros han recorrido el carro A y el carro B?

b) ¿Cuál crees que va más rápido, el carro A o el carro B?

c) ¿Cuántas horas pasaron desde que el carro B recorrió 300 km hasta que también el carro A recorrió 300 km?

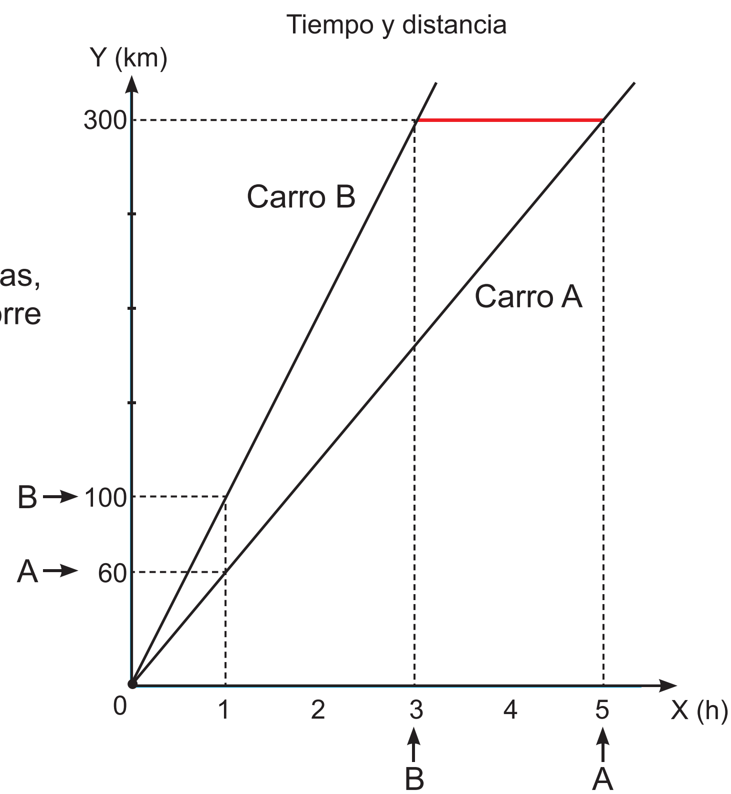


Solución

a) El carro A ha recorrido 60 km y B 100 km.

b) El carro B va más rápido.

c) El carro B recorre 300 km en 3 horas, mientras que el carro A los recorre en 5 horas.
Por lo tanto, pasaron 2 horas.



La gráfica de proporcionalidad directa brinda información para comparar.

Unidad 11

Casos posibles (6 horas)

1. Competencia

- Aplica el diagrama de árbol en arreglos y combinaciones de objetos en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

2. Secuencia de Aprendizaje

Cuarto grado

U13: Organización de datos

Quinto grado

U13: Gráfica lineal y promedio

Sexto grado

U12: Casos posibles
- Organización y análisis de formas de ordenar usando diagramas de árbol y tablas
- Organización y análisis de combinaciones usando diagramas de árbol y tablas

Séptimo grado (secundaria)

U6: Técnicas de conteo y probabilidades

3. Puntos Esenciales

Introducción

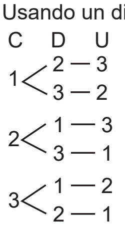
En esta unidad, los estudiantes aprenderán a emplear diagramas de árbol y tablas como herramientas para organizar de forma ordenada diversos elementos. Esto facilitará encontrar todos los casos posibles sin omitir ni repetir resultados. Los contenidos que se estudian son: Arreglos y combinaciones.

Arreglos

Este contenido se aborda en dos sesiones. En la primera, el estudiante conocerá el diagrama de árbol como una herramienta para organizar elementos de manera ordenada. En la segunda se apoyará del diagrama de árbol para resolver situaciones relacionadas a competencias o juegos.

En la primera sesión se analiza una situación donde se plantea el reto de encontrar todos los números de tres cifras que pueden formarse con las tarjetas numéricas del 1, 2 y 3. En la solución presentada, se muestran dos ideas, una donde se usa el diagrama de árbol y la otra donde se hace uso de una tabla.

Idea 1: Usando un diagrama



Idea 2: Usando una tabla

C	D	U
1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

Ideas de solución al problema de tarjetas

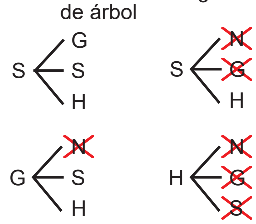
En la segunda sesión se trabajan problemas que se distinguen de los de la primera, ya que en esta última no hay repetición de resultados, mientras que, en la segunda, al tratarse de lanzamientos independientes, sí es posible.

Combinaciones

Este contenido se desarrolla en dos sesiones. El objetivo principal de la primera es que el estudiante distinga el tipo de problemas que se abordan en comparación con los estudiados previamente. Es fundamental que reconozca que, en este caso, el orden de los elementos no tiene relevancia.

En la primera sesión se presenta un problema relacionado con un torneo de béisbol en el que participa Nicaragua, donde cada par de equipos puede enfrentarse una sola vez. Esto lleva a eliminar, aquellos resultados que no deben ser considerados.

Idea 1: Usando un diagrama de árbol



Idea 2: Usando una tabla

	N	G	S	H
N		✓	✓	✓
G			✓	✓
S				✓
H				

Ideas de solución al problema de combinaciones

La segunda sesión se diferencia de la primera en que la solución no presenta las repeticiones.

4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

Sección 1, Contenido 1: Formas de ordenar (1)

U12: Casos posibles
S1C1: Formas de ordenar (1) (p. 142)

__ / __

P a) ¿Qué números de tres cifras se forman con las tarjetas numéricas del 1 al 3?
b) ¿Cuántas formas posibles hay?

C D U

1 < 2 — 3 / 3 — 2

2 < 1 — 3 / 3 — 1

3 < 1 — 2 / 2 — 1

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$

S a) 123, 132, 213, 231, 312, 321
b) 6 formas.

C Un diagrama con todos los casos posibles expresados como ramas de un árbol, se llama diagrama de árbol.

E

1 < 2 / 3 / 4

3 < 1 / 2 / 4

2 < 1 / 3 / 4

4 < 1 / 2 / 3

a) 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
b) 12 formas.

__ / __

U13: Casos posibles
S1C1: Formas de ordenar (1) (p. 142)

(P) a) ¿Qué números de tres cifras se forman con las tarjetas numéricas del 1 al 3?
b) ¿Cuántas formas posibles hay?

(S) C D U

1 < 2 — 3 / 3 — 2

2 < 1 — 3 / 3 — 1

3 < 1 — 2 / 2 — 1

a) 123, 132, 213, 231, 312, 321
b) 6 formas.

(C) Un diagrama con todos los casos posibles expresados como ramas de un árbol se llama diagrama de árbol.

(E)

1 < 2 / 3 / 4

3 < 1 / 2 / 4

2 < 1 / 3 / 4

4 < 1 / 2 / 3

a) 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43 ✓
b) 12 formas. ✓

S1C1 Formas de ordenar (1)

Aprendizaje esperado:
Organiza las disposiciones de objetos de forma ordenada.

Materiales: Tarjetas numéricas.

P: Piensa la forma de ordenar objetos.

- Pida que lean el problema y la solución. Pregunte:
  ¿Cómo se organizan las tarjetas? R: Con un diagrama o con una tabla.
- Explique que, la idea 1 es más práctica. Esta representación se llama diagrama de árbol.

S: Dibuja un diagrama de árbol.

- Explique que:
  - Primero, se fija la cifra de las centenas, por ejemplo, el 1.
  - Segundo, la de las decenas. Aquí se puede colocar 2 o 3.
  - Tercero, la de las unidades. Si en las decenas es 2, en las unidades es 3. En cambio, si en las decenas es 3, en las centenas es 2.
- Así, se forman los números 123 y 132.
- Solicite que hagan el diagrama para los casos restantes. Pregunte:
  ¿Cuáles son los números que se forman? R: 123, 132, 213, 231, 312, 321.
  ¿Cuántas formas posibles hay? R: 6.

C: Resume lo aprendido.

- Mencione que el diagrama de árbol ayuda a ordenar los elementos para encontrar todos los casos posibles.

E: Practica lo aprendido.

- Indique que resuelvan el ejercicio en su cuaderno, usando un diagrama de árbol.

Unidad 12

Unidad 12 **Casos posibles**

Sección 1: Arreglos

Contenido 1: Formas de ordenar (1)

Problema

María tiene las tarjetas numéricas

1 2 3

y quiere formar números de tres cifras.
a) Escribe los números que se forman.
b) ¿Cuántas formas posibles hay?

Solución

Idea 1: Usando un diagrama

C D U
1 < 2 — 3
  < 3 — 2
2 < 1 — 3
  < 3 — 1
3 < 1 — 2
  < 2 — 1

Idea 2: Usando una tabla

C	D	U
1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

Si la cifra en C es 1, en D es 2 o 3.
Si en D es 2, entonces ...

R: a) 123, 132, 213, 231, 312, 321.
b) 6 formas.

Conclusión

Para investigar la cantidad de formas de ordenar objetos se usan diagramas y tablas.
Un diagrama con todos los casos posibles expresados como ramas de un árbol, como el de la Idea 1, se llama **diagrama de árbol**.

Ejercicios

María tiene las tarjetas numéricas

1 2 3 4

y quiere elegir dos de estas para formar números de dos cifras.
a) Escribe los números que se forman. **12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43.**
b) ¿Cuántas formas posibles hay? **12 formas.**

página 142

Secuencia didáctica:
En esta clase, los estudiantes aprenderán a formar arreglos donde el orden en que se ubiquen los elementos importa. Para ello conocerán el diagrama de árbol y cómo este ayuda a encontrar todos los casos posibles en que una colección de objetos puede ordenarse. Para favorecer la comprensión del contenido se utiliza la formación de números de 3 y 2 cifras. En la solución del problema es importante explicar que, aunque las dos ideas representan lo mismo, la primera es más práctica porque no se deben de estar construyendo tablas.

Sugerencia al ejercicio:
Puede dar la siguiente pista: Si seleccionamos el 1, ¿cuántas posibilidades tenemos para la segunda tarjeta? Luego, indíqueles que continúen con los casos restantes.

S1C2 Formas de ordenar (2)

Contenido 2: Formas de ordenar (2)

Problema

Juan tira tres veces una moneda de C$ 1.

a) Si en el primer lanzamiento cae 1, ¿cuántos son los diferentes resultados que se pueden obtener?

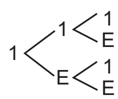
b) Si en el primer lanzamiento cae escudo (E), ¿cuántos son los diferentes resultados que se pueden obtener?

c) ¿Cuántos son los resultados posibles al tirar una moneda tres veces?

Solución

Usa 1 para representar cuando cae 1 y E cuando cae Escudo.

a) Idea 1: Usando un diagrama

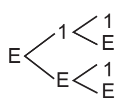


R: 4 resultados.

Idea 2: Usando una tabla

L1	L2	L3
1	1	1
1	1	E
1	E	1
1	E	E

b) Idea 1: Usando un diagrama



R: 4 resultados.

Idea 2: Usando una tabla

L1	L2	L3
E	1	1
E	1	E
E	E	1
E	E	E

c) R: 8 resultados.

Conclusión

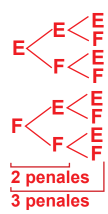
Al utilizar un diagrama de árbol o una tabla para colocar objetos de manera ordenada, se pueden examinar todos los casos sin perder ni repetir.

Ejercicios

Para registrar los resultados de una tanda de penales, se utiliza la letra “E” si el tiro es exitoso y “F” si se falla. Cuántos resultados diferentes pueden obtenerse al tirar:

a) 2 tiros penales consecutivos. **4 resultados.**

b) 3 tiros penales consecutivos. **8 resultados.**



Aprendizaje esperado:
Utiliza el diagrama de árbol para encontrar todos los casos posibles.

P: Piensa los distintos casos posibles.

- Pregunte, si se tira tres veces una moneda de C$ 1:

  ¿Cuántos son los resultados diferentes, si en el primer lanzamiento cayó 1? R: 4.

  ¿Cuántos son los resultados diferentes, si en el primer lanzamiento cayó E? R: 4.

  ¿Cuántos son los resultados posibles? R: 8.

S: Explora los resultados obtenidos.

- Indique a los estudiantes que comprueben su respuesta en el LT.
- Pida que escriban los diagramas de árbol en su cuaderno.

C: Resume lo aprendido.

- Explique la conclusión del LT.

E: Practica lo aprendido.

- Pida que hagan un diagrama de árbol para justificar sus respuestas.

Secuencia didáctica:

En esta clase, los estudiantes profundizan en la investigación sobre cómo organizar elementos de forma ordenada y determinar los casos posibles. Los problemas propuestos se desarrollan en contextos, como el lanzamiento de monedas o los tiros de penal en un partido de fútbol. Pero a diferencia de la clase anterior donde no se permitía repetición de las tarjetas, en esta, sí hay repetición ya que, si en el primer lanzamiento cae 1, en el segundo también puede caer 1.

Aprendizaje esperado:
Utiliza el diagrama de árbol para encontrar todos los arreglos de elementos donde el orden no importa.

P: Explora las combinaciones de partidos.

- Pida a los estudiantes que lean el problema. Pregunte:

  ¿N-G y G-N son la misma combinación? R: Sí, porque N y G juegan el mismo partido.

  ¿Qué diferencia hay entre este problema y los de la primera clase? R: En estos no importa el orden.

  ¿Cómo encontrar todas las combinaciones sin que se repitan? R: Se crean todos los diagramas de árbol y se tacha la que sea igual a una encontrada.

S: Explora los resultados obtenidos.

- Indique a los estudiantes que formen los diagramas de árbol y tachen la pareja que es igual a una encontrada.
- Pida que comprueben su respuesta en el LT.

C: Resume lo aprendido.

- Explique la conclusión del LT.

E: Practica lo aprendido.

- Pida que hagan un diagrama de árbol para justificar sus respuestas.

Sección 2: Combinaciones

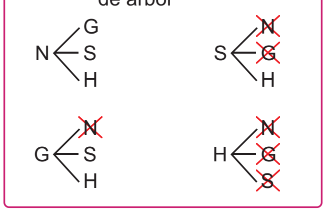
Contenido 1: Combinaciones (1)

Problema

Nicaragua (N), Guatemala (G), El Salvador (S) y Honduras (H) participan en un torneo de béisbol centroamericano. ¿Cuántos partidos se realizarán en una serie donde cada país juega solo un partido con su oponente?

Solución

Idea 1: Usando un diagrama de árbol



Idea 2: Usando una tabla

	N	G	S	H
N		✓	✓	✓
G			✓	✓
S				✓
H				

R: 6 partidos.

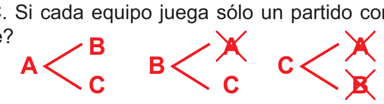
Conclusión

Para investigar posibles combinaciones, se hace uso de tablas o diagramas.
Al usar un diagrama de árbol:
- Primero, dibuja un diagrama de la misma manera que cuando pensabas en la forma de ordenar.
- Luego, si las combinaciones son iguales pon una X sobre una de ellas para borrarla.
- Por último, cuenta las combinaciones restantes.

Ejercicios

1. Hay 3 equipos de fútbol A, B y C. Si cada equipo juega sólo un partido con sus oponentes, ¿cuántos partidos pueden jugarse?

   3 partidos.



2. María, Juan, Carlos, Ana y Paola juegan en un torneo de ajedrez. ¿Cuántas partidas de ajedrez se realizarán si cada persona juega solo una vez con su oponente?

   10 partidas.

página 144

Secuencia didáctica:
En esta clase, se consideran los emparejamientos al seleccionar dos equipos de cuatro. Anteriormente, en las parejas importaba el orden, pero aquí el orden es irrelevante; N-G y G-N son las mismas parejas. Los estudiantes comienzan enumerando a todos los oponentes usando un diagrama de árbol, pero la clave es ayudarlos a comprender que, dadas las condiciones del problema, deben considerar las repeticiones de ellas. Es importante poder usar diagramas para evitar repeticiones.

Contenido 2: Combinaciones (2)

Problema

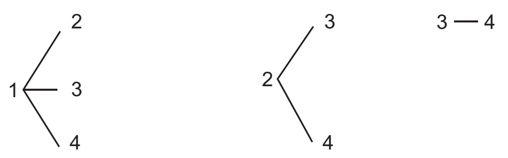
Dadas las tarjetas numéricas del 1 al 4:

1	2	3	4

Si se seleccionan 2 de estas, ¿de cuántas formas se pueden elegir?

Solución

Usando un diagrama de árbol:



R: 6 formas.

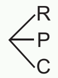
Conclusión

Un diagrama de árbol también es útil para investigar el número de combinaciones.

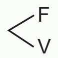
Ejemplo

Una comidería ofrece en su menú las siguientes carnes: Res (R), pollo (P), cerdo (C) y como complemento frijoles (F) y verduras (V). ¿Cuántas combinaciones de un tipo de carne y un tipo de complemento hay en total?

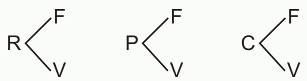
Hay 3 posibilidades de elegir un tipo de carne:



Hay 2 posibilidades de elegir un complemento:



Luego se tiene



R: 6 combinaciones.

Ejercicios

1. Se tienen 4 fichas de colores: Azul, Rojo, Verde y Café. ¿Cuántas combinaciones diferentes se pueden realizar tomando dos de estas fichas?
   6 combinaciones (AR, AV, AC, RV, RC, VC)
2. Al comprar un helado, se elige un recipiente: Cono o Vaso y un sabor: Fresa, Limón o Naranja. ¿Cuántas combinaciones diferentes hay?
   6 combinaciones (CF, CL, CN, VF, VL, VN)

página 145

Aprendizaje esperado:
Utiliza el diagrama de árbol para encontrar combinaciones.

P: Explora las posibles combinaciones.

- Pida a los estudiantes que lean el problema.
- Haga notar que el orden en que seleccionen 2 de las 4 tarjetas no importa.
- Pregunte:

  Si se elige 1, ¿cuál podría ser la segunda tarjeta?

  Si se elige 2, ¿cuál podría ser la segunda tarjeta?

  Aclare que no es necesario el 1, porque ya aparece en la combinación 1 y 2.

  Si se elige 3, ¿cuál podría ser la segunda tarjeta?

  En este caso no se escriben 1 y 2, porque ya están en la combinaciones 1 y 3, 2 y 3.

S: Determina los resultados posibles.

- Indique que formen los diagramas de árbol.
- Pida que comprueben su respuesta en el LT.

C: Resume lo aprendido.

- Explique la conclusión del LT.

Ej: Conoce otras situaciones donde se aplican las combinaciones.

- Solicite que lean el ejemplo.
- Pregunte:

  ¿Cuántas combinaciones de un tipo de carne con complemento se dan?

  ¿Cuántas combinaciones hay en total?

E: Practica lo aprendido.

- Pida que hagan un diagrama de árbol para justificar sus respuestas.

Secuencia didáctica:

En esta clase, los estudiantes profundizan en la investigación sobre cómo determinar el número de combinaciones posibles de ciertos elementos dados. El problema es similar al de la clase anterior, pues no importa el orden, pero la presentación de la solución varía porque ya no se presentan las repeticiones.

El ejemplo es una situación cotidiana, donde los estudiantes deben pensar las combinaciones posibles en la selección del tipo de carne de un almuerzo y el complemento.

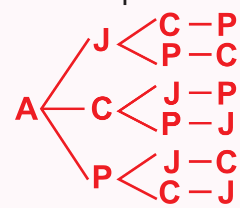
Practiquemos lo aprendido

1. Para registrar los resultados de una tanda de penales, se utiliza la letra "E" si el tiro es exitoso y "F" si se falla. ¿Cuántos resultados diferentes pueden obtenerse al tirar 3 tiros penales consecutivos?

   R: 8 resultados.

2. Ana, Juan, Carlos y Paola participan en una carrera. Si Ana queda en primer lugar, ¿de cuántas maneras se pueden ordenar?

   R: 6 formas.



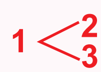
3. María tiene las tarjetas numéricas

   1 2 3

   y quiere elegir dos de estas para formar números de dos cifras.

   a) ¿Cuántos números se pueden formar que tengan 1 en las decenas?

   R: 2 números.



   b) ¿Cuántos números se pueden formar que tengan 2, 3 en las decenas, respectivamente?

   R: 2 números respectivamente.

   c) ¿Cuántos números de dos cifras se pueden formar?

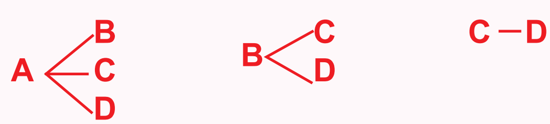
   R: 6 números.

4. En una heladería se pueden elegir 2 sabores diferentes de 3 disponibles: Chocolate, Fresa y Vainilla. ¿Cuántas combinaciones se pueden hacer?

   R: 3 combinaciones.

5. Hay 4 equipos de béisbol A, B, C y D. Si cada equipo juega solo un partido con sus oponentes, ¿cuántos partidos pueden jugarse?

   R: 6 partidos.



6. Hay camisetas de 2 colores: Rojo y Verde; y pantalones de 3 colores: Blanco, Negro y Marrón, si se escoge una camiseta y un pantalón, ¿cuántas combinaciones hay?

   R: 6 combinaciones.

Unidad 12

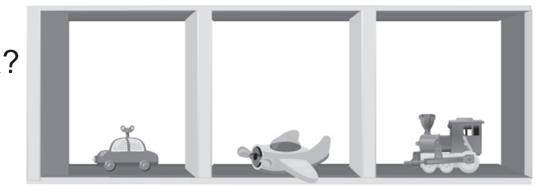
Prueba de Unidad 12: Casos posibles (25 min) /10

Fecha:____________

Nombre: ____ **Sección:**__________

Realiza un diagrama de árbol para cada ejercicio y responde:

1. Juan tiene 3 juguetes: un carro, un avión y un tren.
   ¿De cuántas maneras puede organizarlos en una repisa?



2. José, Ana, María y Carlos participarán en una carrera de relevos.
   Si José corre de primero, ¿de cuántas maneras se pueden ordenar?

3. Juan tira una moneda de C$ 1.
   ¿Cuántos son los resultados posibles al tirarla tres veces?
   Se utiliza "1" si cae 1 y "E" si cae escudo.

4. Hay 4 crayones de colores diferentes: rojo, amarillo, verde y negro.
   ¿De cuántas maneras distintas se puede seleccionar 2 de estos colores?

5. Al comprar un helado, se elige un recipiente: Cono o Vaso; y un sabor: Banano, Naranja o Mango. ¿Cuántas combinaciones diferentes hay?

Unidad 13

Factorización prima (6 horas)

1. Competencia

- Aplica el concepto de factorización prima, la multiplicación y división de números decimales y fracciones en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

2. Secuencia de Aprendizaje

Quinto grado	Sexto grado	Octavo grado (secundaria)
U8: Múltiplos y divisores • Números pares e impares • Múltiplos y mínimo común múltiplo • Divisores y máximo común divisor • Números primos y compuestos	**U13: Factorización prima** • Números primos, compuestos y factorización prima • m.c.d. y m.c.m.	**U4: Radicales**

3. Puntos Esenciales

Introducción

En esta unidad, los estudiantes aprenderán a expresar números naturales en factorización prima. Este conocimiento les facilitará el cálculo del m.c.d. y el m.c.m. de dos números. Los contenidos que se estudian son: Números primos y compuestos, factorización prima, máximo común divisor y mínimo común múltiplo.

Números primos y compuestos

En este contenido los estudiantes recuerdan los conceptos de números primos y compuestos. La clase se introduce solicitando encontrar los divisores de los primeros diez números naturales. Esto lleva a establecer que un número primo tiene exactamente dos divisores.

Número	Divisores
1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5

Número	Divisores
6	1, 2, 3, 6
7	1, 7
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10

Divisores de los primeros diez números naturales

En esta sesión se trabaja únicamente con números naturales del 1 al 20. Es importante que el estudiante comprenda que todo número par mayor que 2 es un número compuesto, ya que al dividirlo entre 2 se obtiene un cociente entero y, por lo tanto, posee más de dos divisores.

Factorización prima

Los estudiantes deben encontrar los divisores de 30, distintos de 1 y, a partir de ellos, expresar el número como producto de algunos de esos divisores. El propósito es que descubran que 30 puede escribirse como $2 \times 3 \times 5$, observando que todos sus factores son números primos y llamando a este proceso factorización prima.

Para llevarlo a la práctica, el estudiante debe identificar el menor número primo que divide al número dado, realizar la división y, luego, repetir el proceso con el cociente obtenido hasta llegar únicamente a factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 8 = 2 \times 2 \times 2 \\ 12 = 2 \times 2 \times 3 \end{array}$$

Factores primos comunes

Factorización prima de 8 y 12

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

Para calcular el m.c.d., se expresan los números en factores primos y luego se multiplican los factores comunes a ambas factorizaciones, y para el m.c.m. se multiplican los factores comunes y no comunes. Este procedimiento permite establecer los pasos para calcular el m.c.d. y el m.c.m. de dos números a partir de su factorización prima.

4. Ejemplos de Plan de pizarra y Cuaderno de los estudiantes

Sección 1, Contenido 2: Factorización prima

U13: Factorización prima
S1C2: Factorización prima (p. 149)

__ / __

Ⓟ Expresa a 30 como producto de algunos de sus divisores.

Ⓢ Divisores distintos de 1: 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

$30 = 2 \times 15 \quad 30 = 3 \times 10 \quad 30 = 5 \times 6 \quad 30 = 2 \times 3 \times 5$

Ⓒ Un número compuesto puede ser expresado como producto de números primos.
Factorización prima: $30 = 2 \times 3 \times 5$

Ⓔj a)

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 42 \div 2 = 21 \\ 21 \div 3 = 7 \\ 7 \div 7 = 1 \end{array}$$

$42 = 2 \times 3 \times 7$

b)

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 120 \div 2 = 60 \\ 60 \div 2 = 30 \\ 30 \div 2 = 15 \\ 15 \div 3 = 5 \\ 5 \div 5 = 1 \end{array}$$

$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

Ⓔ a)

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 12 \div 2 = 6 \\ 6 \div 2 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array}$$

$12 = 2 \times 2 \times 3$

b)

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

c)

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

__ / __

U13: Factorización prima
S1C2: Factorización prima (p. 149)

Ⓟ Expresa a 30 como producto de algunos de sus divisores.

Ⓢ Divisores distintos de 1:
2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
$30 = 2 \times 15 \qquad 30 = 3 \times 10$
$30 = 5 \times 6 \qquad 30 = 2 \times 3 \times 5$

Ⓒ Un número compuesto puede ser expresado como producto de números primos
Factorización prima: $30 = 2 \times 3 \times 5$

Ⓔ

a)

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 12 \div 2 = 6 \\ 6 \div 2 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array}$$

$12 = 2 \times 2 \times 3$ ✓

b)

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ✓

c)

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ✓

Aprendizaje esperado:
Reconoce números primos y compuestos.

P: Explora los divisores.

- Explique que un número natural es divisor de otro, si lo divide exactamente.
- Pregunte:
  ¿Cuáles son los divisores de 10? R: 1, 2, 5, 10.
- Indique que encuentren los números del 1 al 10 que tienen exactamente 2 divisores.

S: Reconoce los números que tienen exactamente 2 divisores.

- Dibuje en la pizarra una tabla como la de la solución, pida a los estudiantes que la copien en su cuaderno y la completen.
- Una vez hayan completado la tabla, pídales que comprueben su respuesta en el LT.
- Pregunte, ***¿Cuáles son los números buscados?*** R: 2, 3, 5, 7.
- Solicite que copien la respuesta en su cuaderno.

C: Resume lo aprendido.

- Explique la conclusión.

Ej: Aplica lo aprendido.

- Indique que lean el ejemplo. ***¿Por qué los números pares diferentes de 2 son compuestos?*** R: Porque el 2 los divide, tienen más de dos divisores (al menos, 1, 2 y el mismo número).

E: Practica lo aprendido.

- Solicite a los estudiantes que resuelvan los ejercicios en su cuaderno.

Unidad 13

Factorización prima

Sección 1: Concepto de factorización prima

Contenido 1: Números primos y compuestos

Problema

a) ¿Cuáles son los divisores de los números naturales del 1 al 10?

b) ¿Cuáles son los números que tienen exactamente 2 divisores? ¿qué nombre reciben estos números?

Un divisor es un número que divide a otro exactamente.

Solución

a)

Número	Divisores
1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5

Número	Divisores
6	1, 2, 3, 6
7	1, 7
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10

b) 2, 3, 5, y 7 tienen 2 divisores y se llaman números primos.

Conclusión

Un número natural que tiene solo 2 divisores (1 y él mismo), se llama **número primo**.
Un número que tiene más de 2 divisores se llama **número compuesto**.
1 no es un número ni primo ni compuesto.

Ejemplo

Los números pares 4, 6, 8, ... ¿son primos o compuestos?

Los números pares 4, 6, 8, … todos tienen al 2 como divisor, por lo que todos tienen más de 2 divisores.
Esto significa que son números compuestos.

Ejercicios

a) Copia la tabla en tu cuaderno y escribe los divisores de cada número.

Número	Divisores
11	**1, 11**
12	**1, 2, 3, 4, 6, 12**
13	**1, 13**
14	**1, 2, 7, 14**
15	**1, 3, 5, 15**

Número	Divisores
16	**1, 2, 4, 8, 16**
17	**1, 17**
18	**1,2,3, 6,9,18**
19	**1, 19**
20	**1,2,4,5,10,20**

b) Clasifica los números anteriores en primos o compuestos.

Primos: 11, 13, 17, 19 **Compuestos: 12, 14, 15, 16, 18, 20**

página 148

Secuencia didáctica:

En esta clase, los estudiantes recordarán los conceptos de números primos y compuestos. Aunque este tema ya fue estudiado en quinto grado, se realizará un estudio completo para que quienes presentaron dificultades tengan la oportunidad de reforzar sus conocimientos. De este modo, estarán mejor preparados para afrontar satisfactoriamente los contenidos restantes de la unidad, en los que deberán expresar números mediante su factorización prima.

Contenido 2: Factorización prima

Problema

a) ¿Cuáles son los divisores de 30 que son diferentes de 1?

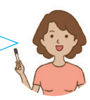
b) Expresa a 30 como producto de algunos de estos números.

Solución

a) 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

b) $30 = 2 \times 15$ $30 = 3 \times 10$ $30 = 5 \times 6$ $30 = 2 \times 3 \times 5$

Cada número que forma el producto se llama **factor**.
Todos los factores del último producto son números primos.



Conclusión

Un número compuesto puede ser expresado como producto de números primos y cada número primo se llama **factor primo**.
A este proceso se le llama **factorización prima**.
Al escribir $30 = 2 \times 3 \times 5$ se dice que 30 está escrito como producto de factores primos.

Ejemplo

Escribe como producto de factores primos:

a) 42

42	2	$42 \div 2 = 21$
21	3	$21 \div 3 = 7$
7	7	$7 \div 7 = 1$
1		

$42 = 2 \times 3 \times 7$

Piensa el menor número primo que divide a 42. Divide y luego piensa un número que divide al cociente obtenido...

b) 120

120	2	$120 \div 2 = 60$
60	2	$60 \div 2 = 30$
30	2	$30 \div 2 = 15$
15	3	$15 \div 3 = 5$
5	5	$5 \div 5 = 1$
1		

$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

Se pueden repetir factores.

Ejercicios

Expresa cada número como producto de factores primos: **Ver respuesta abajo.**

a) 12 b) 16 c) 24 d) 50 e) 63

Aprendizaje esperado:
Expresa números compuestos en su factorización prima.

P: Encuentra los divisores de 30.

- Indique que escriban en su cuaderno los divisores de 30 que son distintos de 1.
- Escríbalos en la pizarra y pida que comprueben su respuesta.

S: Expresa a 30 como producto de sus divisores.

- Solicite que expresen a 30 como producto de algunos de sus divisores.
- Es posible que lo hagan como el producto de dos números. En este caso, sugiera que piensen en expresarlo como el producto de 3 de ellos.
- Tenga en cuenta que la multiplicación es conmutativa, por lo que el orden en que se muestren los resultados puede que no sea el mismo.
- Resalte que en $30 = 2 \times 3 \times 5$ (o sus variantes), cada factor es primo.

C: Resume lo aprendido.

- Explique la conclusión del LT.

Ej: Aplica lo aprendido.

- Indique que lean el ejemplo. Señale que:
  - Se inicia pensando en el menor número primo que es divisor del número dado.
  - Un factor primo se puede repetir en la descomposición, como es el caso de 2 en b).

E: Practica lo aprendido.

- Pida que resuelvan los ejercicios en su cuaderno.

Secuencia didáctica:
En esta clase, los estudiantes aprenden que un número compuesto puede ser expresado como el producto de 2 o más números primos. Este proceso es de utilidad para las clases siguientes, donde se calculará el m.c.d. y m.c.m. de dos números, usando su descomposición en factores primos.

Respuesta al ejercicio:

a) $12 = 2 \times 2 \times 3$
b) $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$
c) $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$
d) $50 = 2 \times 5 \times 5$
e) $63 = 3 \times 3 \times 7$

S2C1 Máximo común divisor (m.c.d.)

Aprendizaje esperado:
Utiliza la factorización prima para el cálculo del m.c.d. de dos números.

P: Explora las factorizaciones de 8 y 12.

- Escriba en la pizarra las descomposiciones de 8 y 12. Solicite que escriban en el cuaderno la factorización prima de cada número.
  R: $8 = 2 \times 2 \times 2$
  $12 = 2 \times 2 \times 3$
- Haga notar que 2 es un factor común en ambas descomposiciones que aparece dos veces.

S: Explora el m.c.d. de 8 y 12.

- Indique a los estudiantes que hagan el producto de los factores primos comunes en ambas descomposiciones. R: $2 \times 2 = 4$
- Pida que comprueben su respuesta en el LT.
- Pregunte, ***¿Cuál es el m.c.d. o máximo común divisor de 8 y 12?*** R: 4.

C: Resume lo aprendido.

- Explique la conclusión del LT.

Ej: Aplica lo aprendido.

- Pida que lean el ejemplo. Pregunte:
  a) ***¿Por qué 2 es el m.c.d. de 14 y 30?*** R: Sus factorizaciones solo tienen a 2 como factor común.
  b) ***¿Por qué 1 es el m.c.d. de 8 y 9?*** R: No tienen factores primos comunes, así solo el 1 los divide a ambos.

E: Practica lo aprendido.

- Pida que expresen los números en su factorización prima y calculen el m.c.d.

Sección 2: Aplicación de factorización prima

Contenido 1: Máximo común divisor (m.c.d.)

Problema

a) Expresa a 8 y 12 como producto de factores primos.
b) Multiplica los factores primos comunes de 8 y 12.

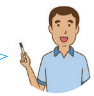
8	2		12	2
4	2		6	2
2	2		3	3
1			1	

Solución

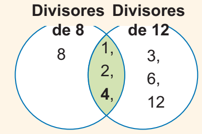
a) $8 = 2 \times 2 \times 2$
$12 = 2 \times 2 \times 3$
Factores primos comunes

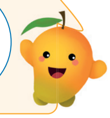
b) Al efectuar el producto, se tiene
$2 \times 2 = 4$

El número 4 es el m.c.d. de 8 y 12.



El m.c.d. es el mayor de los divisores comunes.





Conclusión

El m.c.d. de 2 números que tienen más de 1 factor en común, se calcula así:
1. Factoriza cada número en factores primos.
2. Multiplica los factores primos que son comunes.

Si solo tienen un factor en común, este número es el m.c.d.
Si no tienen factores primos comunes, el m.c.d. es 1.

Ejemplo

Calcula el m.c.d. usando la factorización prima:

a) 14 y 30

14	2		30	2
7	7		15	3
1			5	5
			1	

$14 = 2 \times 7$
$30 = 2 \times 3 \times 5$
El m.c.d. de 14 y 30 es 2.

Los factores comunes están en color azul.

b) 8 y 9

8	2		9	3
4	2		3	3
2	2		1	
1				

$8 = 2 \times 2 \times 2$
$9 = 3 \times 3$
El m.c.d. de 8 y 9 es 1.

1 es el único divisor común de 8 y 9.

Ejercicios

Calcula el m.c.d. usando la factorización prima:

a) 12 y 15
$12 = 2 \times 2 \times 3$
$15 = 3 \times 5$
m.c.d. es 3

b) 8 y 20
$8 = 2 \times 2 \times 2$
$20 = 2 \times 2 \times 5$
m.c.d. es 4

c) 8 y 16
$8 = 2 \times 2 \times 2$
$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$
m.c.d. es 8

d) 12 y 35
$12 = 2 \times 2 \times 3$
$35 = 5 \times 7$
m.c.d. es 1

página 150

Solo para visualizar en pantalla

Secuencia didáctica:

En esta clase, los estudiantes utilizarán la factorización prima de números naturales para calcular el m.c.d. de dos números. En quinto grado se estudió el m.c.d. mediante el cálculo de los divisores de los dos números y luego encontrando el mayor de los divisores comunes. Sin embargo, esta forma resulta engorrosa con números grandes, por lo que aquí se aprenderá un proceso que resultará práctico para los estudiantes.

Tenga en cuenta que, 1 es divisor de todos los números naturales, así que es el único factor común de todos ellos.

Unidad 13

Contenido 2: Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

Problema

a) Expresa a 8 y 12 como producto de factores primos.
b) Multiplica los factores primos comunes y no comunes de 8 y 12.

8	2		12	2
4	2		6	2
2	2		3	3
1			1	

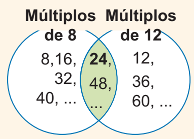
Solución

a) 8 = 2 × 2 × 2
12 = 2 × 2 × 3

b) Al efectuar el producto, se tiene
2 × 2 × 2 × 3 = 24

El número 24 es el m.c.m. de 8 y 12.

El m.c.m. es el menor de los múltiplos comunes.



Conclusión

El m.c.m. de 2 números se calcula así:
1. Factoriza cada número en factores primos.
2. Multiplica los factores primos comunes y no comunes.

Ejemplo

Calcula el m.c.m. usando la factorización prima:

a) 12 y 30

12	2		30	2
6	2		15	3
3	3		5	5
1			1	

12 = 2 × 2 × 3
30 = 2 × 3 × 5
El m.c.m. de 12 y 30 es
2 × 3 × 2 × 5 = 60.

b) 8 y 9

8	2		9	3
4	2		3	3
2	2		1	
1				

8 = 2 × 2 × 2
9 = 3 × 3
El m.c.m. de 8 y 9 es
2 × 2 × 2 × 3 × 3 = 72.

Ejercicios

Calcula el m.c.m. usando la factorización prima:

a) 12 y 15
3 × 2 × 2 × 5
m.c.m. es 60

b) 8 y 20
2 × 2 × 2 × 5
m.c.m. es 40

c) 8 y 16
2 × 2 × 2 × 2
m.c.m. es 16

d) 12 y 35
2 × 2 × 3 × 5 × 7
m.c.m. es 420

página 151

Aprendizaje esperado:
Utiliza la factorización prima para el cálculo del m.c.m. de dos números.

P: Explora las factorizaciones primas de 8 y 12.

- Escriba en la pizarra la factorización prima de cada número. R: 8 = 2 × 2 × 2
  12 = 2 × 2 × 3
- Pida que las escriban en su cuaderno y subrayen los factores comunes. Revise y corrija si es necesario.

S: Explora el m.c.m. de 8 y 12.

- Indique a los estudiantes que hagan el cálculo de los factores primos comunes en ambas descomposiciones y los no comunes.
  R: 2 × 2 × 2 × 3 = 24
- Pida que comprueben su respuesta en el LT.
- Pregunte, ***¿Cuál es el m.c.m. o mínimo común múltiplo de 8 y 12?*** R: 24

C: Resume lo aprendido.

- Explique la conclusión del LT.

Ej: Aplica lo aprendido.

- Pida que lean el ejemplo. Pregunte:
  a) ***¿Por qué el segundo 2 en la factorización de 12 no es un factor común?*** R: No aparece en la factorización de 30.
  b) ***¿Con quién coincide el m.c.m. de 8 y 9?*** R: Con el producto de ellos.

E: Practica lo aprendido.

- Pida que usen la factorización prima encontrada en los ejercicios de la clase anterior para calcular el m.c.m.

Secuencia didáctica:
En esta clase, los estudiantes utilizarán la factorización prima de números naturales para calcular el m.c.m. de dos números. En quinto grado se estudió el m.c.m. mediante el cálculo de los múltiplos de los dos números y luego encontrando el menor de los múltiplos comunes. Sin embargo, esta forma resulta engorrosa con números grandes, por lo que aquí, al igual que se hizo para el m.c.d., se aprenderá un proceso que resultará práctico para los estudiantes.

Considere que cuando dos números no tienen factores primos en común, su mínimo común múltiplo es el producto de ellos.

Practiquemos lo aprendido

1. Copia la tabla en tu cuaderno y escribe los divisores de cada número:

Número	Divisores
21	**1, 3, 7, 21**
22	**1, 2, 11, 22**
23	**1, 23**
24	**1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24**
25	**1, 5, 25**
26	**1, 2, 13, 26**
27	**1, 3, 9, 27**
28	**1, 2, 4, 7, 14, 28**
29	**1, 29**
30	**1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30**

Clasifica los números anteriores en primos o compuestos.
Primos: 23, 29 **Compuestos: 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30**

2. Expresa como producto de factores primos:

a) 18 $= 2 \times 3 \times 3$ b) 25 $= 5 \times 5$ c) 60 $= 2 \times 2 \times 3 \times 5$

d) 80 $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$ e) 100 $= 2 \times 2 \times 5 \times 5$

3. Calcula el m.c.d. de:

a) 15 y 24
$15 = 3 \times 5$
$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$
R: 3

b) 8 y 16
$8 = 2 \times 2 \times 2$
$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$
R: 8

c) 12 y 25
$12 = 2 \times 2 \times 3$
$25 = 5 \times 5$
R: 1

4. Calcula el m.c.m. de:

a) 15 y 24
$3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2$
R: 120

b) 8 y 16
$2 \times 2 \times 2 \times 2$
R: 16

c) 12 y 25
$2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$
R: 300

Prueba de Unidad 13: Factorización prima (25 min)

/10

Fecha:____________

Nombre: ____ **Sección:**__________

1. Escribe los divisores de cada número:

Número	Divisores
10	

Número	Divisores
13	

Clasifica los números dados en primos o compuestos.

2. Expresa como producto de factores primos:
   a) 21 b) 36

3. Calcula el m.c.d. de:
   a) 12 y 18 b) 8 y 24

4. Calcula el m.c.m. de:
   a) 12 y 18 b) 8 y 24

Respuestas de Pruebas de Unidad

Unidad 1: Multiplicación de números decimales — LT 11 GM 37

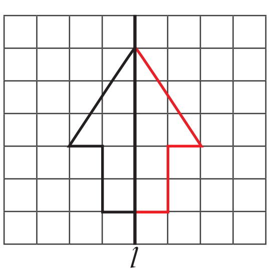
1. a)
$$\begin{array}{r} 2{,}1 \\ \times\quad 4{,}1 \\ \hline 2\ 1 \\ +\ 8\ 4\ \ \\ \hline 8{,}6\ 1 \end{array}$$
b)
$$\begin{array}{r} 4{,}8 \\ \times\quad 1{,}5 \\ \hline 2\ 4\ 0 \\ +\ 4\ 8\ \ \\ \hline 7{,}2\ \cancel{0} \end{array}$$
c)
$$\begin{array}{r} 3{,}1\ 4 \\ \times\quad 3{,}2 \\ \hline 6\ 2\ 8 \\ +\ 9\ 4\ 2\ \ \\ \hline 1\ 0{,}0\ 4\ 8 \end{array}$$
d)
$$\begin{array}{r} 0{,}0\ 5 \\ \times\quad 9{,}6 \\ \hline 3\ 0 \\ +\ 4\ 5\ \ \\ \hline 0{,}4\ 8\ \cancel{0} \end{array}$$
e) $4 \times 2{,}5 \times 3{,}7 = 10 \times 3{,}7$
$= 37$

f) $(7{,}6 + 2{,}4) \times 0{,}8 = 10 \times 0{,}8$
$= 8$

2. a) PO: $3{,}4 \times 2{,}2$ R: 7,48 libras.
b) PO: $3{,}5 \times 1{,}62$ R: 5,67 L.

Unidad 2: Polígonos y simetría lineal — LT 21 GM 51

1. a) 60° b) Triángulo equilátero.
c) 3 cm
2. C
3. a) AH b) 5 cm c) 83° d) 4 cm
4.



Unidad 3: División de números decimales — LT 31 GM 65

1. a)
$$\begin{array}{r|l} 3\cancel{,}9{,}0 & 1\cancel{,}3 \\ \cline{2-2} -3\ 9\ \ & 3\ 0 \\ \cline{1-1} 0\ 0 & \\ -\ 0\ 0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$
b)
$$\begin{array}{r|l} 0\cancel{,}9{,}0 & 0\cancel{,}5 \\ \cline{2-2} -\ 5\ \ & 1{,}8 \\ \cline{1-1} 4\ 0 & \\ -\ 4\ 0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$
c)
$$\begin{array}{r|l} 4\cancel{,}8{,}0 & 3\cancel{,}2 \\ \cline{2-2} -3\ 2\ \ & 1{,}5 \\ \cline{1-1} 1\ 6\ 0 & \\ -1\ 6\ 0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$
d)
$$\begin{array}{r|l} 7\cancel{,}8{,}2 & 2\cancel{,}3 \\ \cline{2-2} -6\ 9\ \ & 3{,}4 \\ \cline{1-1} 9\ 2 & \\ -\ 9\ 2 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$
e) $1{,}74 \div 2{,}9$
$$\begin{array}{r|l} 1\cancel{,}7{,}4 & 2\cancel{,}9 \\ \cline{2-2} -\ \ 0\ \ & 0{,}6 \\ \cline{1-1} 1\ 7\ 4 & \\ -1\ 7\ 4 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$
f) $1{,}2 \div 4{,}8$
$$\begin{array}{r|l} 1\cancel{,}2{,}0\ 0 & 4\cancel{,}8 \\ \cline{2-2} -\ \ 0\ \ \ \ & 0{,}2\ 5 \\ \cline{1-1} 1\ 2\ 0\ \ & \\ -\ \ 9\ 6\ \ & \\ \cline{1-1} 2\ 4\ 0 & \\ -\ \ 2\ 4\ 0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$
2. a)
$$\begin{array}{r|l} 1\cancel{,}4{,}0\ 0 & 0\cancel{,}3 \\ \cline{2-2} -1\ 2\ \ \ \ & 4{,}6\ 6... \\ \cline{1-1} 2\ 0\ \ & \\ -\ 1\ 8\ \ & \\ \cline{1-1} 2\ 0 & \\ -\ 1\ 8 & \\ \cline{1-1} 2 & \end{array}$$
$6 > 5$
Redondeado: 4,7

b)
$$\begin{array}{r|l} 1\cancel{,}7{,}4\ 0\ 0 & 0\cancel{,}9 \\ \cline{2-2} -\ \ 9\ \ \ \ \ \ & 1{,}9\ 3\ 3... \\ \cline{1-1} 8\ 4\ \ \ \ & \\ -\ 8\ 1\ \ \ \ & \\ \cline{1-1} 3\ 0\ \ & \\ -\ 2\ 7\ \ & \\ \cline{1-1} 3\ 0 & \\ -\ 2\ 7 & \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$
$3 < 5$
Redondeado: 1,93

3. PO: $3{,}84 \div 1{,}6$ R: 2,4 kg.

Unidad 4: Poliedros y cuerpos que ruedan — LT 37 GM 75

1. Poliedros: A, C
Cuerpos que ruedan: B, D, E
2.

	Figura C	Figura D
Número de bases	1	1
Forma de la(s) base(s)	Cuadrado	Círculo

3. a = 3 cm b = 5 cm
4. PO: $3{,}14 \times 8$ R: 25,12 cm

Unidad 5: Área — LT 57 GM 99

1. Área = $(8 + 6) \times 4 \div 2 = 28$ R: 28 cm^2
2. Área = $8 \times 6 \div 2 = 24$ R: 24 cm^2
3. Área de paralelogramo = 21
Área de triángulo = 7
Área = $21 + 7 = 28$ R: 28 cm^2

4. Área = 3,14 × 4 × 4 = 50,24
   R: 50,24 cm^2

5. Área = 4 × 4 – 3,14 × 2 × 2 = 3,44
   R: 3,44 cm^2

Unidad 6: Introducción a la multiplicación y división de fracciones — LT 65 GM 111

1. a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{2}\left(o\ 1\frac{1}{2}\right)$ c) $\frac{9}{2}\left(o\ 4\frac{1}{2}\right)$

   d) $\frac{3}{7}$ e) $\frac{2}{15}$ f) $\frac{3}{20}$

2. a) PO: $6 \times \frac{3}{4}$ R: $\frac{9}{2}$ m^2 $\left(o\ 4\frac{1}{2}\ m^2\right)$

   b) PO: $\frac{5}{6} \div 4$ R: $\frac{5}{24}$ kg.

Unidad 7: Multiplicación de fracciones — LT 79 GM 129

1. a) $\frac{3}{20}$ b) $\frac{5}{21}$

   c) $\frac{2}{9}$ d) $\left(\frac{5}{10}+\frac{1}{10}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$

2. a) Área = $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ R: $\frac{4}{9}$ m^2.

3. a) $\frac{8}{5}$ b) 4

4. PO: $\frac{2}{3} \times \frac{5}{8}$ R: $\frac{5}{12}$ dL.

Unidad 8: Volumen — LT 95 GM 149

1. a) V = 10 × 6 × 6 = 360 R: 360 cm^3.
   b) V = 4 × 3 × 2 = 24 R: 24 m^3.
   c) V = 4 × 4 × 4 = 64 R: 64 cm^3.
   d) V = 15 × 8 × 5 + 8 × 4 × 5 = 760
   (hay otras maneras)
   R: 760 cm^3.

2. 4000 cm^3.
   4 L.

Unidad 9: División de fracciones — LT 109 GM 167

1. a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{9}{14}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{15}$ e) $\frac{2}{27}$

2. b)

3. 0,8 ÷ 0,2 = 4

4. $\frac{5}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ $\left(o\ 2\frac{1}{2}\right)$

5. PO: $\frac{9}{8} \div \frac{3}{4}$ R: $\frac{3}{2}$ kg $\left(o\ 1\frac{1}{2}\ \text{kg}\right)$

Unidad 10: Razón — LT 119 GM 181

1. a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{2}{3}$

2. a)
   3 : 5 = 9 : 15

3. a) 1 : 6 = 5 : $\boxed{30}$ b) 4 : $\boxed{3}$ = 24 : 18

4. 18 : 24 = 3 : 4

5. 5 : 3 = 100 : $\boxed{}$ R: 60 g.

Unidad 11: Proporcionalidad — LT 140 GM 206

1. A = 2

   B = 3

   C = $\frac{2}{3}$

2. a) PO: 7 × 7 R: 49 km.

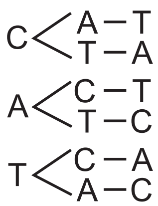
   b) PO: 10 × 7 (hay otras maneras)
   R: 70 km.

3. D

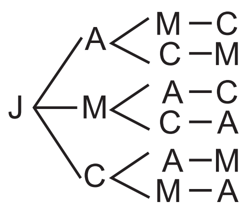
4. PO: 10 × 6 ÷ 4
   R: 15 g.

Unidad 12: Casos posibles

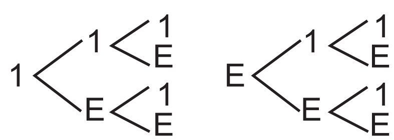
LT 147 GM 215

1.


6 maneras.

2.


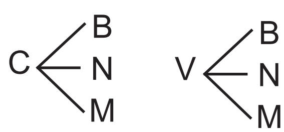
6 maneras.

3.


8 resultados.

4.


6 maneras.

5.


6 combinaciones.

Unidad 13: Factorización prima

LT 153 GM 223

1.

Número	Divisores
10	1, 2, 5, 10

Número	Divisores
13	1, 13

Primo: 13 Compuesto: 10

2. a) $21 = 3 \times 7$

   b) $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

3. a) $12 = 2 \times 2 \times 3$
   $18 = 2 \times 3 \times 3$
   $2 \times 3 = 6$
   m.c.d. es 6

   b) $8 = 2 \times 2 \times 2$
   $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$
   m.c.d. es 8

4. a) $2 \times 3 \times 2 \times 3$
   m.c.m. es 36

   b) $2 \times 2 \times 2 \times 3$
   m.c.m. es 24

Respuestas adicionales

1. Procesos de cálculo de los Ejercicios

Unidad 1: Multiplicación de números decimales

Recordemos P. 28 (LT P. 2) Ejemplo 2, E

a) $\begin{array}{r} 23 \\ \times 21 \\ \hline 23 \\ +46 \\ \hline 483 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 12 \\ \times 34 \\ \hline 48 \\ +36 \\ \hline 408 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 15 \\ \times 32 \\ \hline 30 \\ +45 \\ \hline 480 \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 1{,}7 \\ \times 5 \\ \hline 8{,}5 \end{array}$ e) $\begin{array}{r} 2{,}44 \\ \times 12 \\ \hline 488 \\ +244 \\ \hline 29{,}28 \end{array}$ f) $\begin{array}{r} 0{,}23 \\ \times 4 \\ \hline 0{,}92 \end{array}$

Recordemos P. 28 (LT P. 2) Ejemplo 3, E

a) (4 + 6) x 12 = 10 x 12 = 120 b) (14 - 9) x 6 = 5 x 6 = 30 c) (12 + 18) x 25 = 30 x 25 = 750

S1C3 P. 31 (LT P. 5) E-1

a) $\begin{array}{r} 2{,}4 \\ \times 1{,}2 \\ \hline 48 \\ +24 \\ \hline 2{,}88 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 1{,}3 \\ \times 3{,}2 \\ \hline 26 \\ +39 \\ \hline 4{,}16 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 1{,}6 \\ \times 4{,}5 \\ \hline 80 \\ +64 \\ \hline 7{,}2\cancel{0} \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 4{,}2 \\ \times 1{,}3 \\ \hline 126 \\ +42 \\ \hline 5{,}46 \end{array}$ e) $\begin{array}{r} 2{,}6 \\ \times 2{,}4 \\ \hline 104 \\ +52 \\ \hline 6{,}24 \end{array}$ f) $\begin{array}{r} 3{,}5 \\ \times 1{,}8 \\ \hline 280 \\ +35 \\ \hline 6{,}3\cancel{0} \end{array}$

S1C4 P. 32 (LT P. 6) E-1

a) $\begin{array}{r} 1{,}23 \\ \times 1{,}2 \\ \hline 246 \\ +123 \\ \hline 1{,}476 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 3{,}14 \\ \times 2{,}6 \\ \hline 1884 \\ +628 \\ \hline 8{,}164 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 0{,}08 \\ \times 4{,}1 \\ \hline 008 \\ +032 \\ \hline 0{,}328 \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 2{,}56 \\ \times 2{,}5 \\ \hline 1280 \\ +512 \\ \hline 6{,}4\cancel{0}\cancel{0} \end{array}$ e) $\begin{array}{r} 0{,}21 \\ \times 2{,}3 \\ \hline 063 \\ +042 \\ \hline 0{,}483 \end{array}$ f) $\begin{array}{r} 0{,}14 \\ \times 3{,}5 \\ \hline 070 \\ +042 \\ \hline 0{,}49\cancel{0} \end{array}$

S2C1 P. 34 (LT P. 8) E

a) $\begin{array}{r} 2{,}1 \\ \times 3{,}2 \\ \hline 42 \\ +63 \\ \hline 6{,}72 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 7{,}5 \\ \times 3{,}6 \\ \hline 450 \\ +225 \\ \hline 27{,}\cancel{0}\cancel{0} \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 1{,}5 \\ \times 1{,}5 \\ \hline 75 \\ +15 \\ \hline 2{,}25 \end{array}$

2. Procesos de cálculo de los Ejercicios

Unidad 3: División de números decimales

Recordemos P. 56 (LT P. 22) E

a) $\begin{array}{r|l} 1{,}5 & 3 \\ \cline{2-2} -1\,5 & 0{,}5 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ b) $\begin{array}{r|l} 2{,}4 & 6 \\ \cline{2-2} -2\,4 & 0{,}4 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ c) $\begin{array}{r|l} 4{,}2 & 7 \\ \cline{2-2} -4\,2 & 0{,}6 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ d) $\begin{array}{r|l} 3{,}6 & 2 \\ \cline{2-2} -2 & 1{,}8 \\ \cline{1-1} 1\,6 & \\ -1\,6 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ e) $\begin{array}{r|l} 8{,}4 & 4 \\ \cline{2-2} -8\,0 & 2{,}1 \\ \cline{1-1} 0\,4 & \\ -\ 4 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$

f) $\begin{array}{r|l} 2{,}0 & 5 \\ \cline{2-2} -2\,0 & 0{,}4 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ g) $\begin{array}{r|l} 9{,}0 & 2 \\ \cline{2-2} -8\,0 & 4{,}5 \\ \cline{1-1} 1\,0 & \\ -1\,0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ h) $\begin{array}{r|l} 67{,}6 & 52 \\ \cline{2-2} -52 & 1{,}3 \\ \cline{1-1} 156 & \\ -156 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ i) $\begin{array}{r|l} 88{,}2 & 21 \\ \cline{2-2} -84 & 4{,}2 \\ \cline{1-1} 42 & \\ -\ 42 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$

S1C2 P. 58 (LT P. 24) E-1

a) $\begin{array}{r|l} 27{,}6 & 23 \\ \cline{2-2} -23 & 1{,}2 \\ \cline{1-1} 46 & \\ -\ 46 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ b) $\begin{array}{r|l} 37{,}5 & 15 \\ \cline{2-2} -30 & 2{,}5 \\ \cline{1-1} 75 & \\ -\ 75 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ c) $\begin{array}{r|l} 54{,}6 & 42 \\ \cline{2-2} -42 & 1{,}3 \\ \cline{1-1} 126 & \\ -126 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ d) $\begin{array}{r|l} 71{,}4 & 17 \\ \cline{2-2} -68 & 4{,}2 \\ \cline{1-1} 34 & \\ -\ 34 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ e) $\begin{array}{r|l} 50{,}7 & 39 \\ \cline{2-2} -39 & 1{,}3 \\ \cline{1-1} 117 & \\ -117 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$ f) $\begin{array}{r|l} 54{,}4 & 16 \\ \cline{2-2} -48 & 3{,}4 \\ \cline{1-1} 64 & \\ -\ 64 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$

S1C3 P. 59 (LT P. 25) E-1

a) 5,0,4 | 1,2
−4 8   4,2
2 4
− 2 4
0

b) 3,9,2 | 2,8
−2 8   1,4
1 1 2
−1 1 2
0

c) 2,2,1 | 1,7
−1 7   1,3
5 1
− 5 1
0

d) 1,8,9 | 0,3
−1 8   6,3
0 9
− 9
0

e) 5,4,6 | 3,9
−3 9   1,4
1 5 6
−1 5 6
0

f) 8,6,8 | 0,4
−8   21,7
0 6
− 4
2 8
− 2 8
0

S1C4 P. 60 (LT P. 26) E-1

a) 1,2,8 | 3,2
− 0   0,4
1 2 8
−1 2 8
0

b) 3,4,4 | 4,3
− 0   0,8
3 4 4
−3 4 4
0

c) 2,3,0 0 | 9,2
0   0,2 5
2 3 0
−1 8 4
4 6 0
− 4 6 0
0

d) 4,6,5 0 | 6,2
0   0,7 5
4 6 5
−4 3 4
3 1 0
− 3 1 0
0

S1C4 P. 60 (LT P. 26) E-2

a) 5,4,0 | 4,5
−4 5   1,2
9 0
− 9 0
0

b) 3,9,0 | 1,5
−3 0   2,6
9 0
− 9 0
0

c) 0,2,0 | 0,5
0   0,4
2 0
− 2 0
0

d) 6,0,0 | 2,4
4 8   2,5
1 2 0
−1 2 0
0

S2C1 P. 62 (LT P. 28) E-1

a) 2,5 | 0,7
−2 1   3
0,4
Comprobación:
3 × 0,7 + 0,4 = 2,5

b) 9,7 | 4,2
−8 4   2
1,3
Comprobación:
2 × 4,2 + 1,3 = 9,7

c) 1,5,6 | 3,1
−1 5 5   5
0,1
Comprobación:
5 × 3,1 + 0,1 = 15,6

d) 4,9 | 2,3
−4 6   2
0,3
Comprobación:
2 × 2,3 + 0,3 = 4,9

e) 3 6,1 | 6,8
−3 4 0   5
2,1
Comprobación:
5 × 6,8 + 2,1 = 36,1

f) 5 1,2 | 8,9
−4 4 5   5
6,7
Comprobación:
5 × 8,9 + 6,7 = 51,2

S2C2 P. 63 (LT P. 29) E-1

a) 2,5,0 0 | 1,5
−1 5   1,6 6...
1 0 0   6 > 5
− 9 0   R: 1,7
1 0 0
− 9 0
1 0

b) 1,4,0 0 | 0,6
−1 2   2,3 3...
2 0   3 < 5
− 1 8   R: 2,3
2 0
− 1 8
2

c) 1,3,0 0 | 0,3
1 2   4,3 3...
1 0   3 < 5
− 9   R: 4,3
1 0
− 9
0

S2C2 P. 63 (LT P. 29) E-2

a) 2,3,1 0 0 | 0,9
−1 8   2,5 6 6...
5 1   6 > 5
− 4 5   R: 2,57
6 0
− 5 4
6 0
− 5 4
6

b) 7,3,0 0 0 | 4,5
−4 5   1,6 2 2...
2 8 0   2 < 5
−2 7 0   R: 1,62
1 0 0
− 9 0
1 0 0
− 9 0
1 0

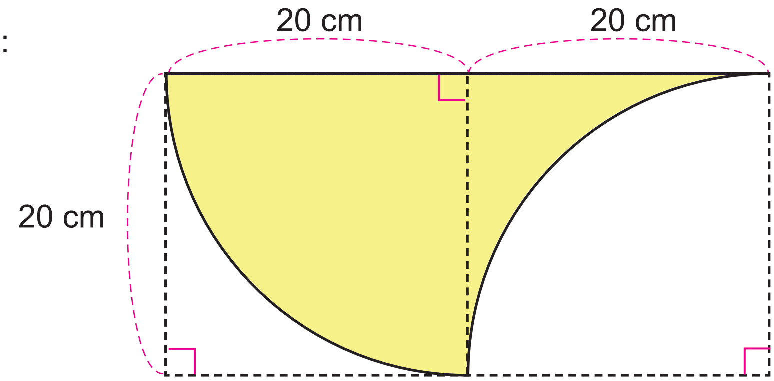
c) 5,1,0 0 0 | 2,7
−2 7   1,8 8 8...
2 4 0   8 > 5
−2 1 6   R: 1,89
2 4 0
− 2 1 6
2 4 0
− 2 1 6
2 4

Desafíos

Desafío 1 Área de regiones circulares

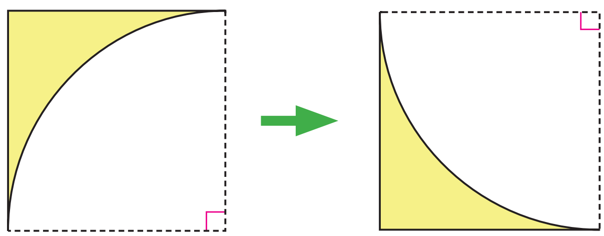
Problema

Calcula el área de la región amarilla:

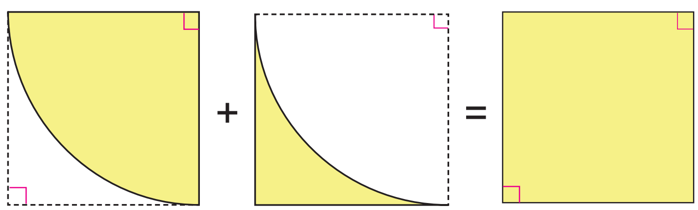


Solución

Si se toma el cuadrado de la derecha y se gira de la siguiente manera:



Se observa que la parte amarilla es lo que falta en el cuadrado de la izquierda, cubriendo entre las dos, un cuadrado:



Por tanto, el área amarilla corresponde a la de un cuadrado de lado 20 cm:

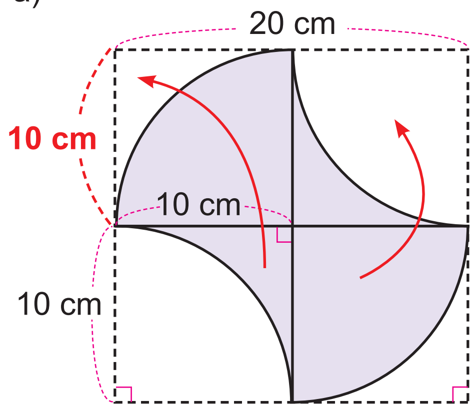
$$\text{Área} = 20 \times 20 = 400$$

Así que, el área es 400 cm^2.

Ejercicios

Encuentra el área coloreada en cada figura:

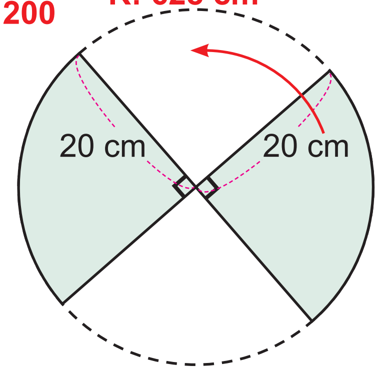
a)



Área = 20 × 10 = 200
R: 200 cm^2

b)

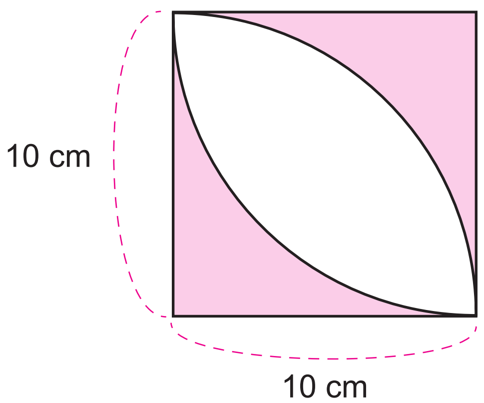
Área = 3,14 × 20 × 20 ÷ 2 = 628
R: 628 cm^2



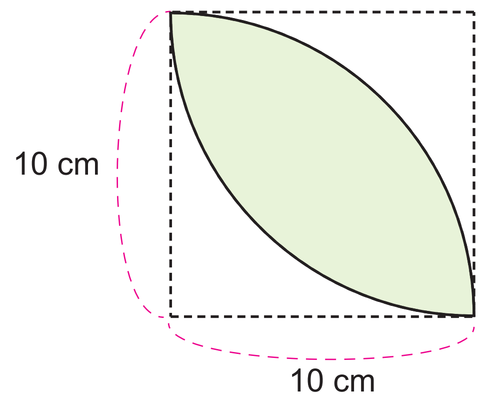
Más cálculo de área sombreada

Calculemos el área sombreada en las siguientes figuras.

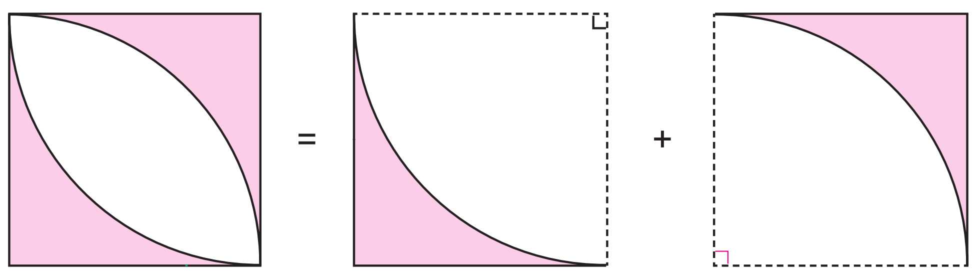
a)



b)

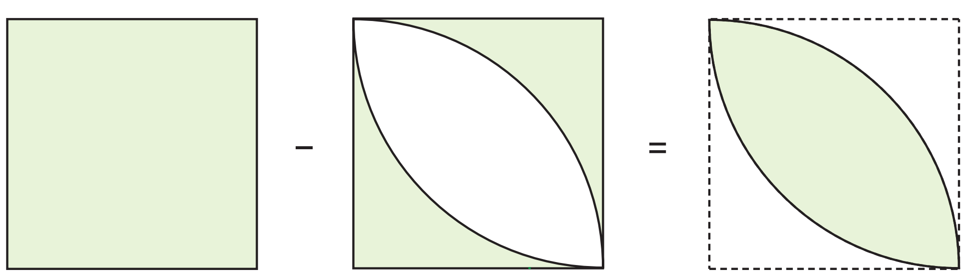


a) Observemos que



En el inciso a) de los ejercicios del contenido 6 se encontró que el área en cualquiera de las figuras de la derecha es 21,5 cm^2, por tanto el área sombreada es $2 \times 21,5 = 43$ cm^2.

b) Si al cuadrado de lado 10 cm se le quita la región sombreada del inciso a) se tiene



Se calcula entonces

$$10 \times 10 - 43 = 100 - 43 = 57$$

El área sombreada es 57 cm^2.

Desafío 2 Operaciones combinadas con decimales y fracciones

Problema

Calculemos: $0{,}3 \div \frac{3}{2} \times 3$

a) Convirtiendo 0,3 en fracción.

b) Convirtiendo $\frac{3}{2}$ en número decimal.

Solución

a) Convierto $0{,}3 = \frac{3}{10}$

$$0{,}3 \div \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{10} \div \frac{3}{2} \times 3$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{5}{\cancel{10}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times 3$$

$$= \frac{1}{5} \times 3$$

$$= \frac{3}{5}$$

b) Convierto $\frac{3}{2} = 1{,}5$

$$0{,}3 \div \frac{3}{2} \times 3 = 0{,}3 \div 1{,}5 \times 3$$

$$= 0{,}2 \times 3$$

$$= 0{,}6$$

Las dos respuestas son iguales

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0{,}6$

Conclusión

Los cálculos que contengan fracciones, decimales y naturales con multiplicaciones y divisiones, se puede calcular convirtiendo todos los términos en decimales o en fracciones.

Ejemplo

Divide: $0{,}1 \div \frac{2}{3} \times 2$

Voy a convertir la fracción en número decimal, sería $2 \div 3$

$$\begin{array}{r|l} 200 & 3 \\ \hline -18 & 0{,}66\ldots \\ \hline 20 & \\ -18 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

La fracción no es un número decimal exacto, en este caso se convierte el número decimal en fracción.

$$0{,}1 \div \frac{2}{3} \times 2 = \frac{1}{10} \div \frac{2}{3} \times 2$$

$$= \frac{1}{10} \times \frac{3}{\underset{1}{\cancel{2}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{1}$$

$$= \frac{3}{10}$$

Ejercicios

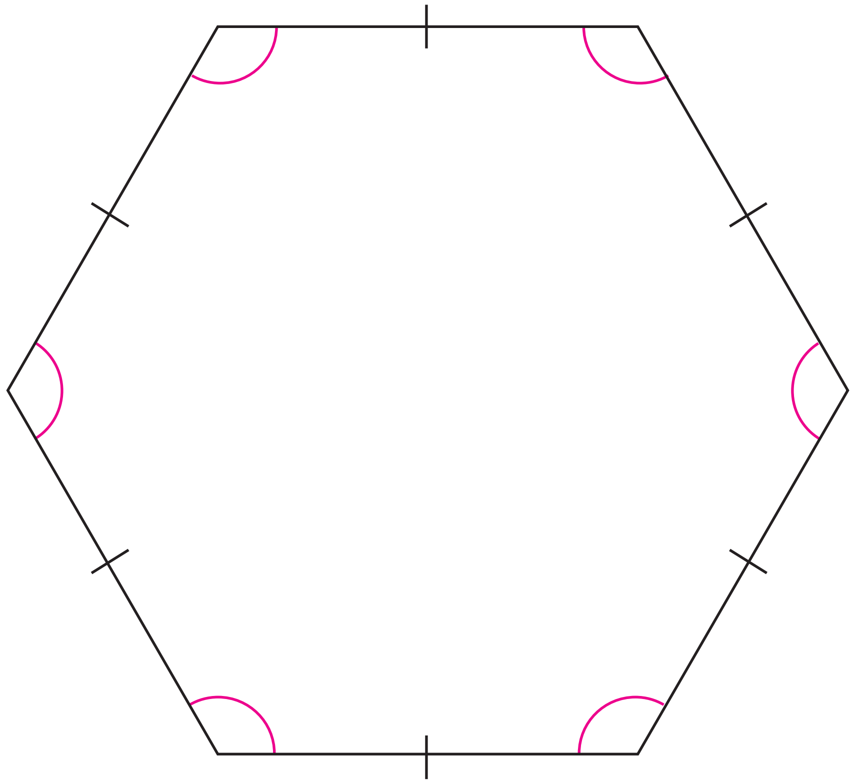
Calcula:

1. Convirtiendo en fracción: a) $0{,}4 \times \frac{5}{6} \div 3$ **$\frac{2}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$** b) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \div 0{,}6$ **$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{24}$**

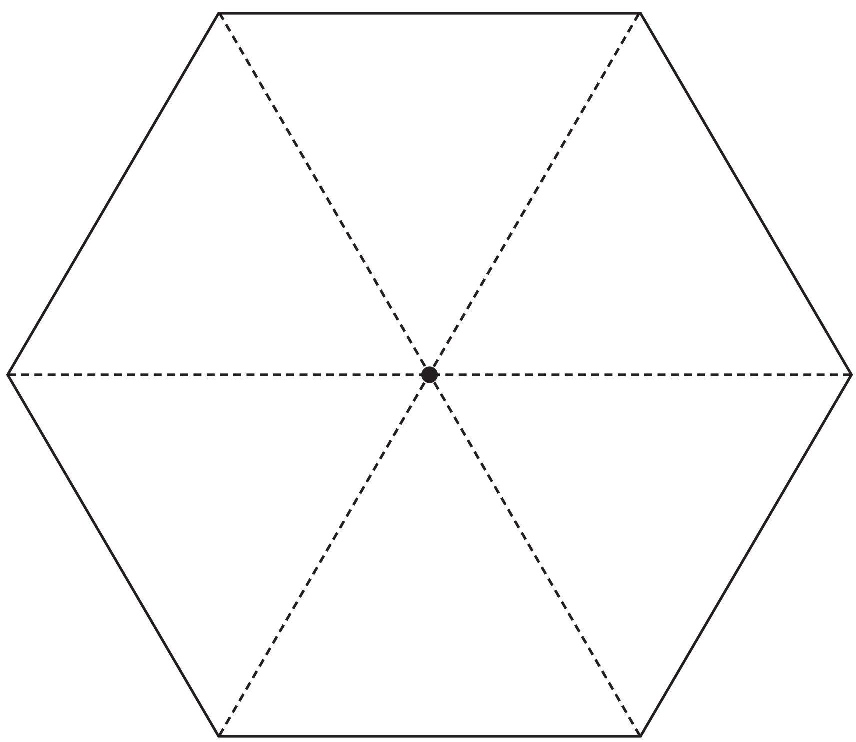
2. Convirtiendo en decimal: a) $\frac{3}{5} \div 0{,}5 \times 2$ **$0{,}6 \div 0{,}5 \times 2 = 2{,}4$** b) $3 \times \frac{4}{5} \div 0{,}4$ **$3 \times 0{,}8 \div 0{,}4 = 6$**

Unidad 2: Polígonos y simetría lineal

Recordemos (LT P. 12), Ejercicio 3

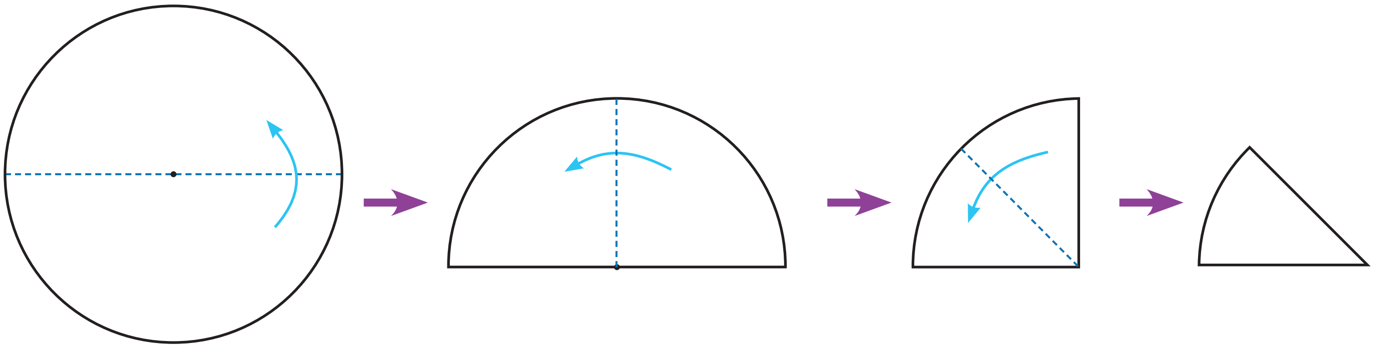


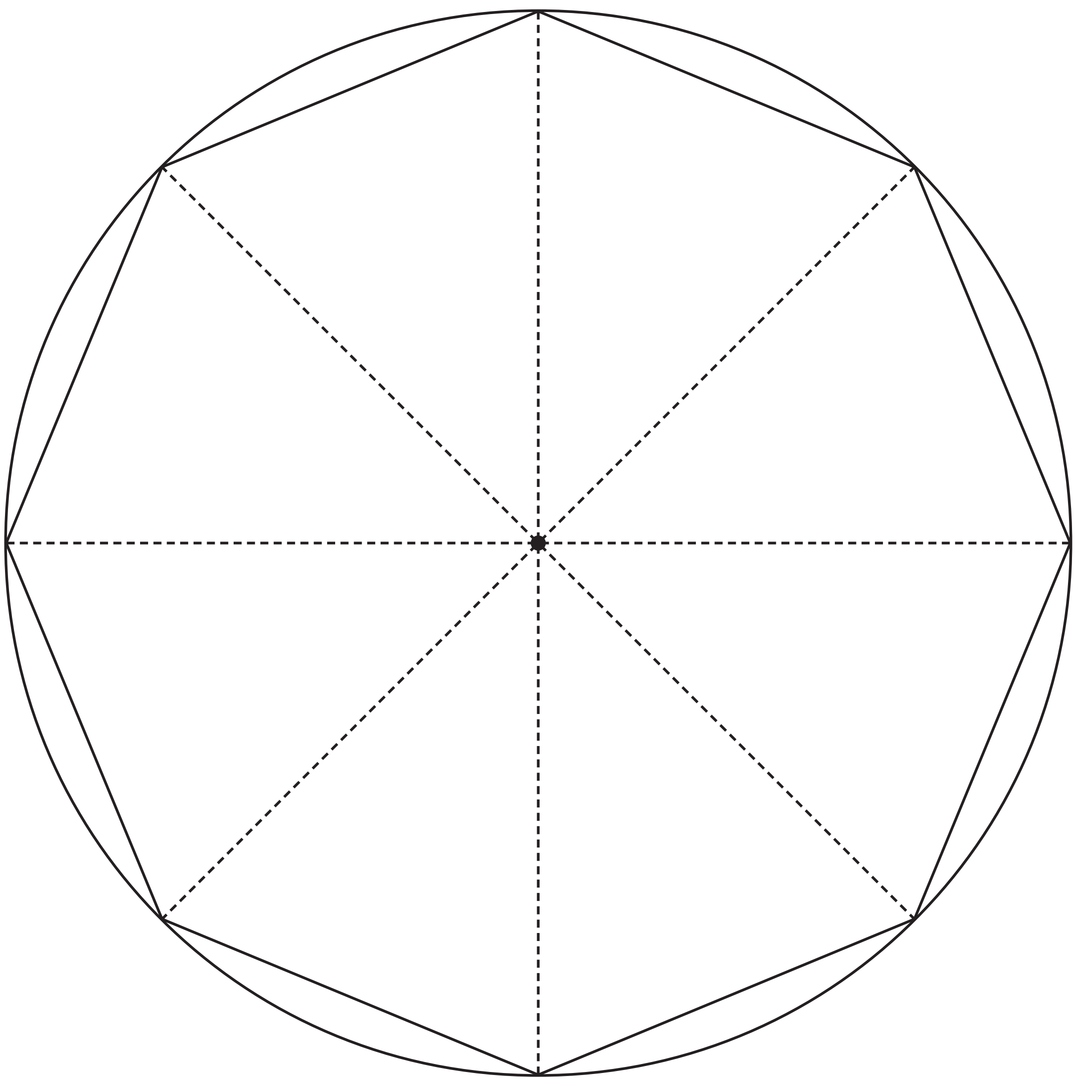
S1C2 (LT P. 14), Solución y Ejemplo



Unidad 2: Polígonos y simetría lineal

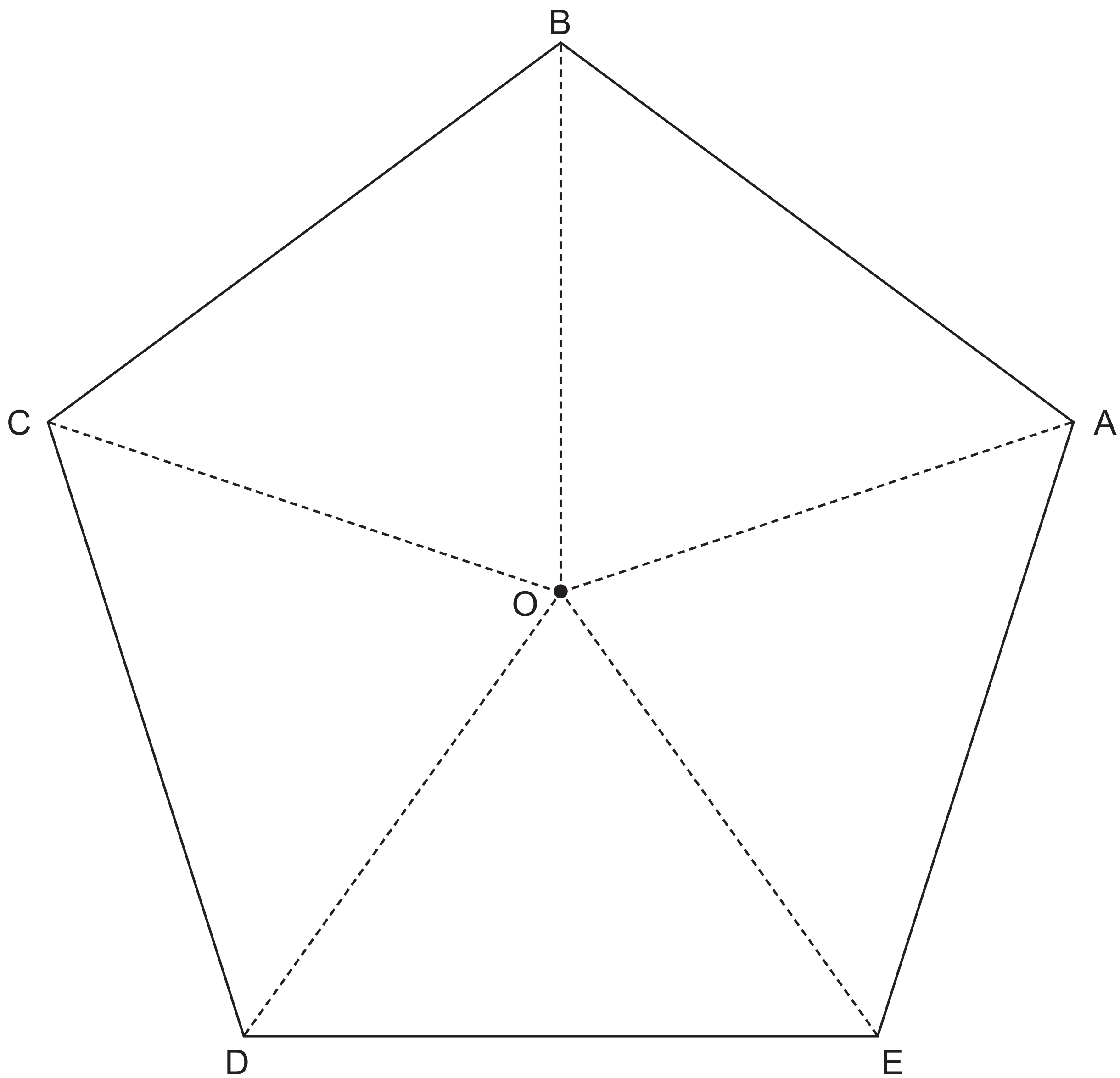
S1C1 (LT P. 13), Solución





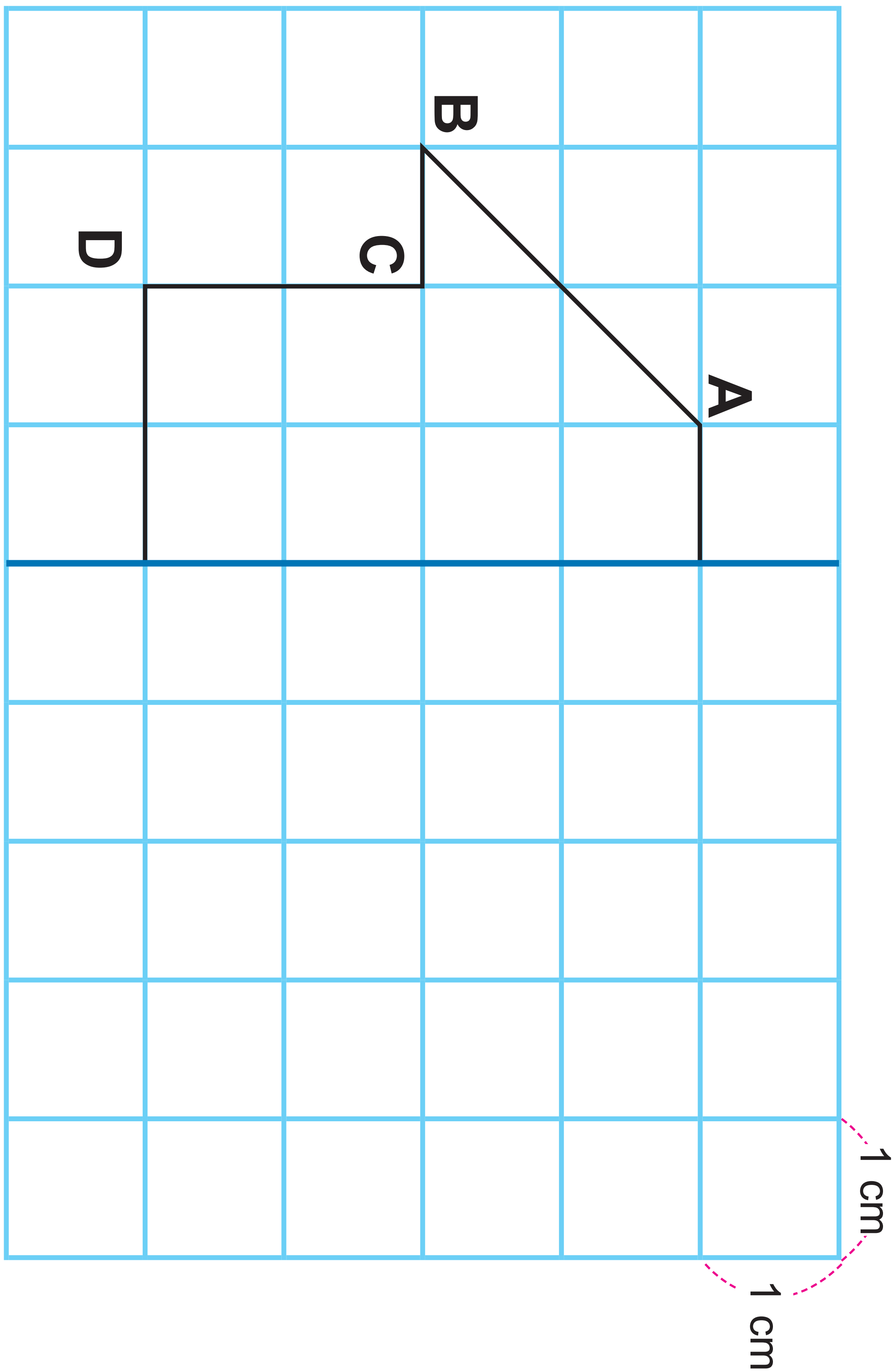
Unidad 2: Polígonos y simetría lineal

S1C3 (LT P. 15), Solución



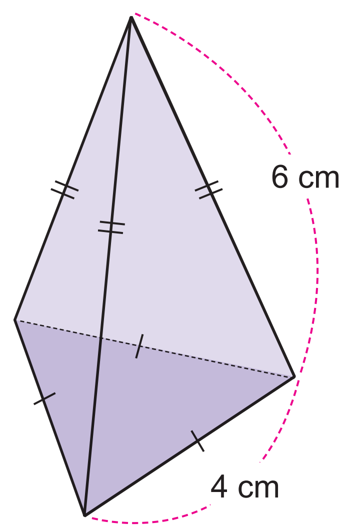
Unidad 2: Polígonos y simetría lineal

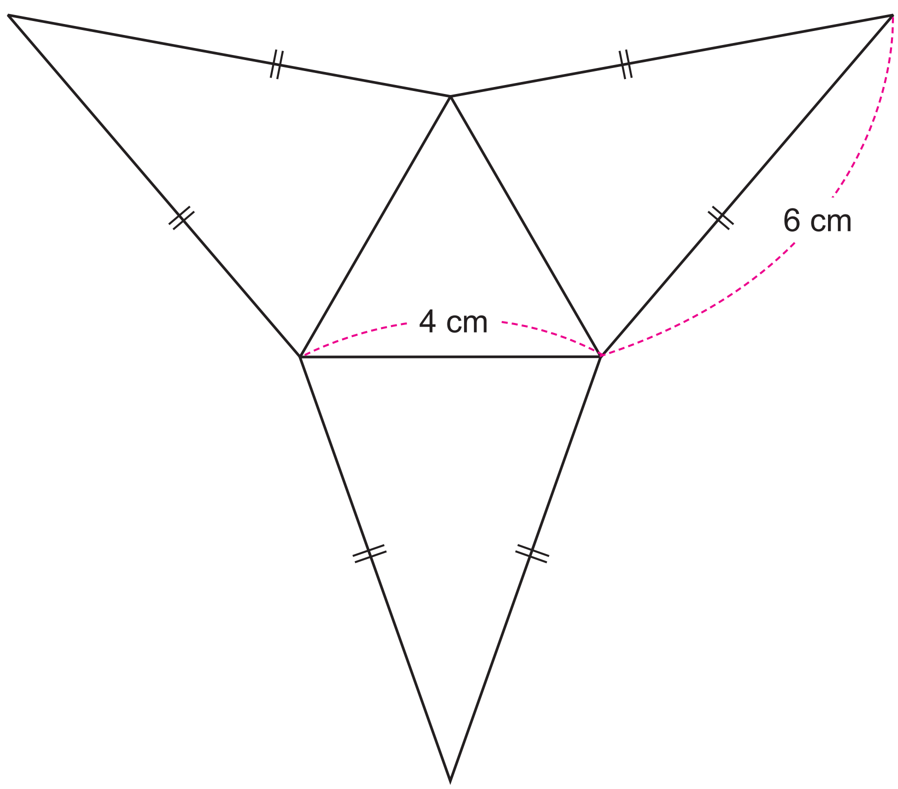
S2C4 (LT P. 19), Solución



Unidad 4: Poliedros y cuerpos que ruedan

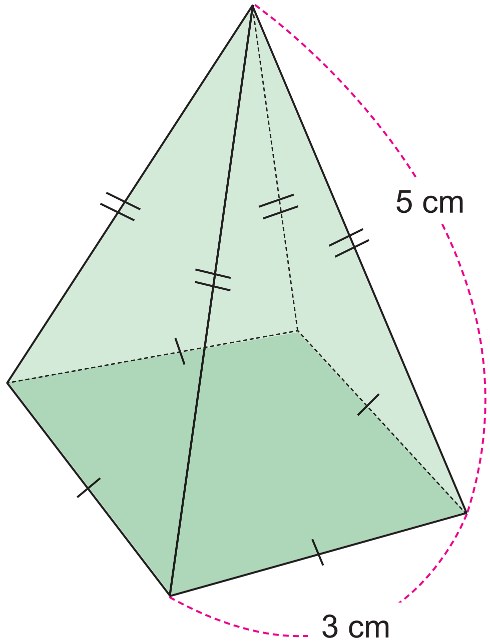
S2C1 (LT P. 34), Solución

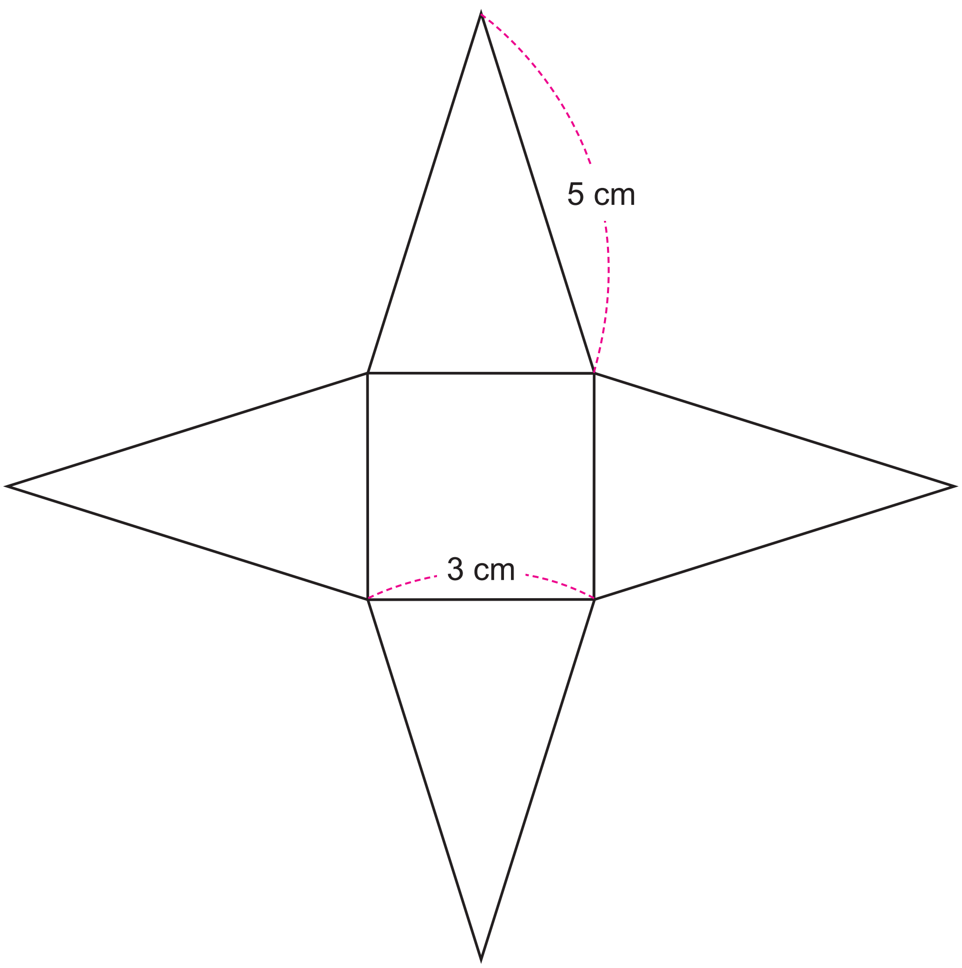




Unidad 4: Poliedros y cuerpos que ruedan

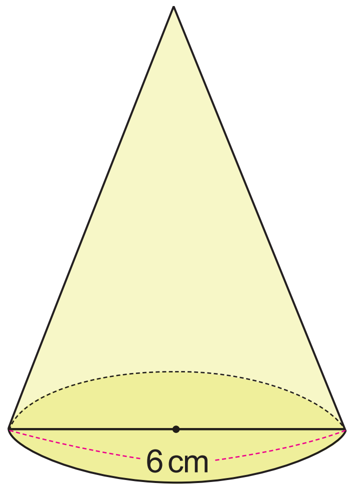
S2C1 (LT P. 34), Ejercicio 2

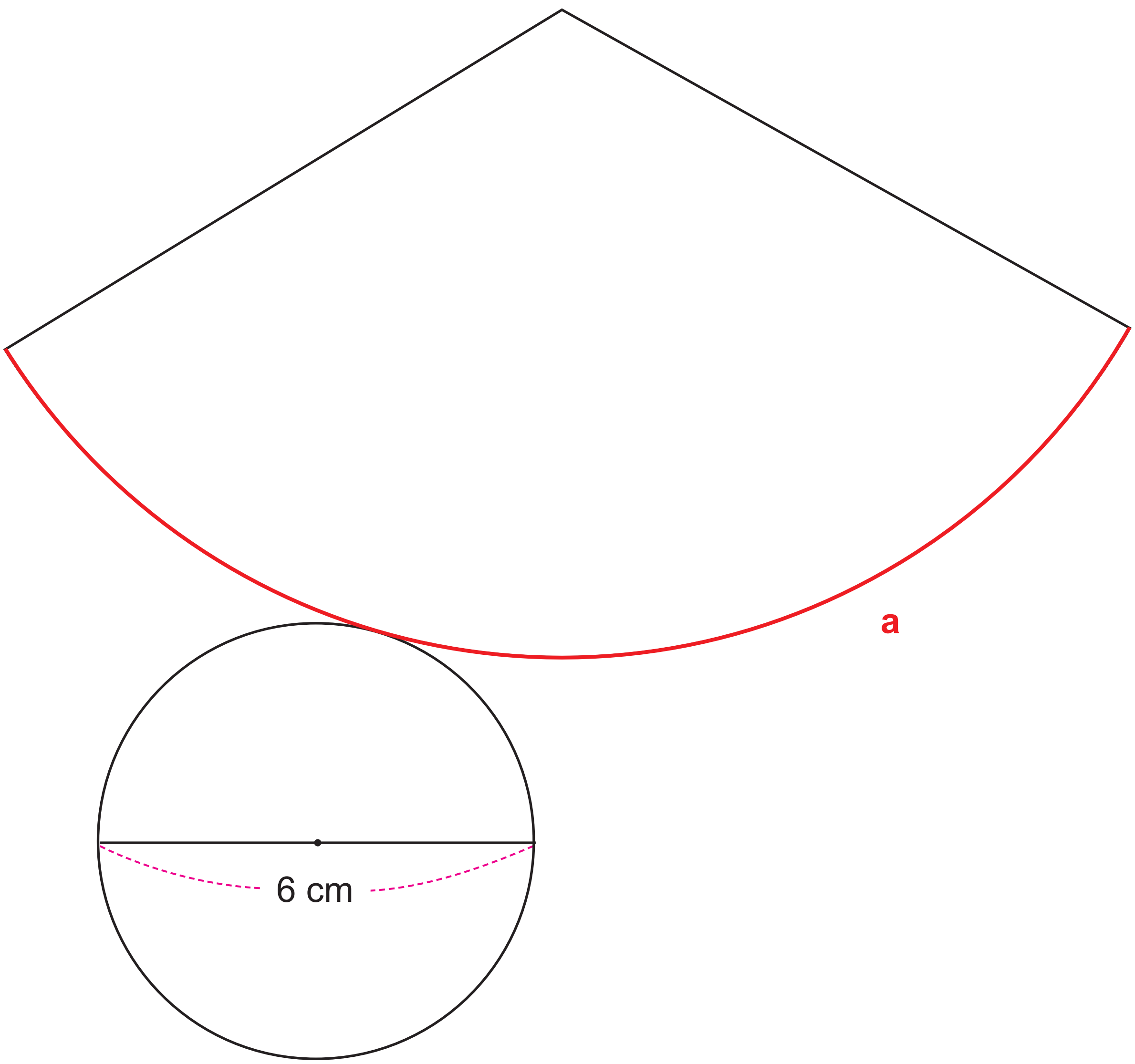




Unidad 4: Poliedros y cuerpos que ruedan

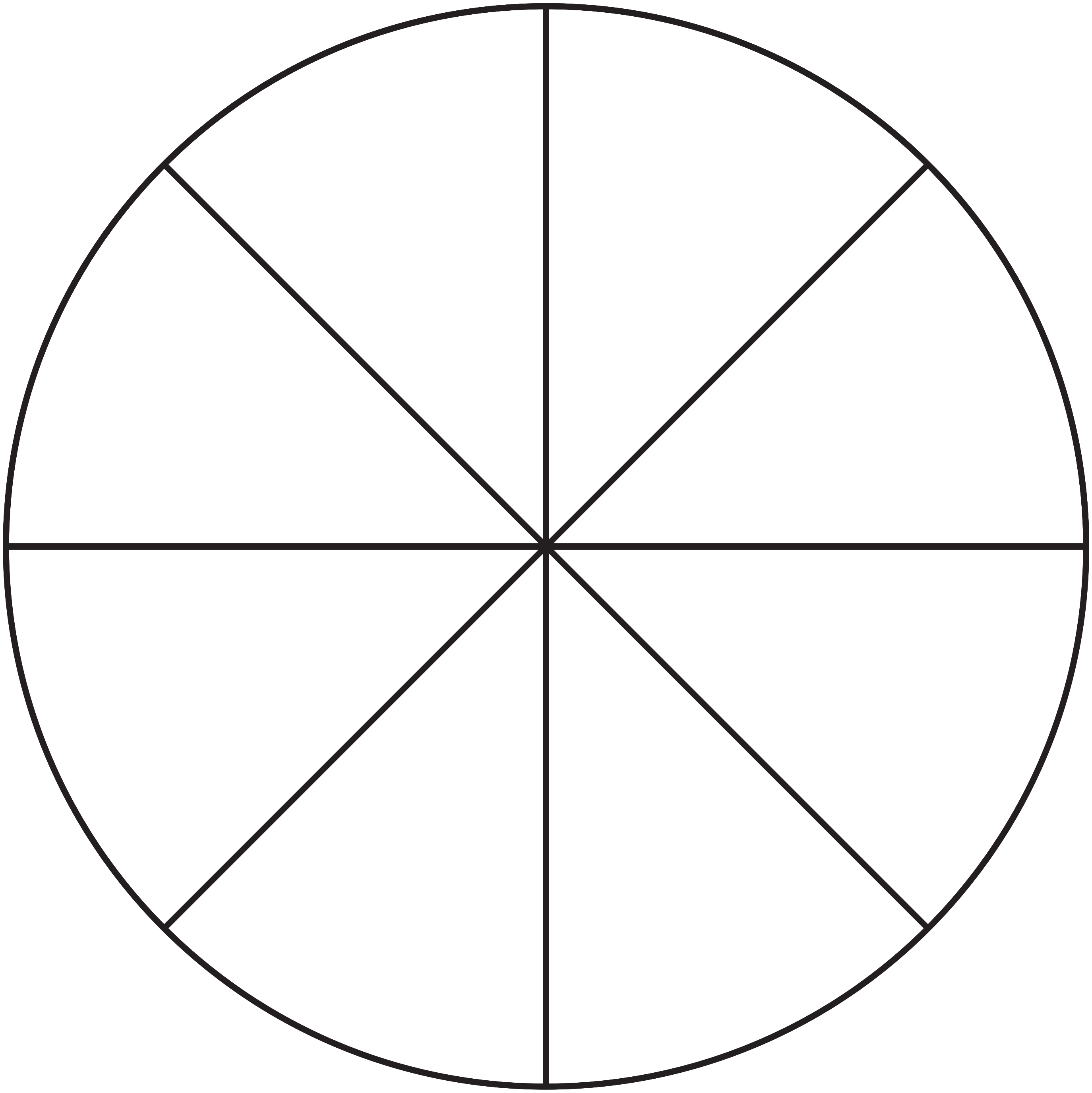
S2C2 (LT P. 35), Problema

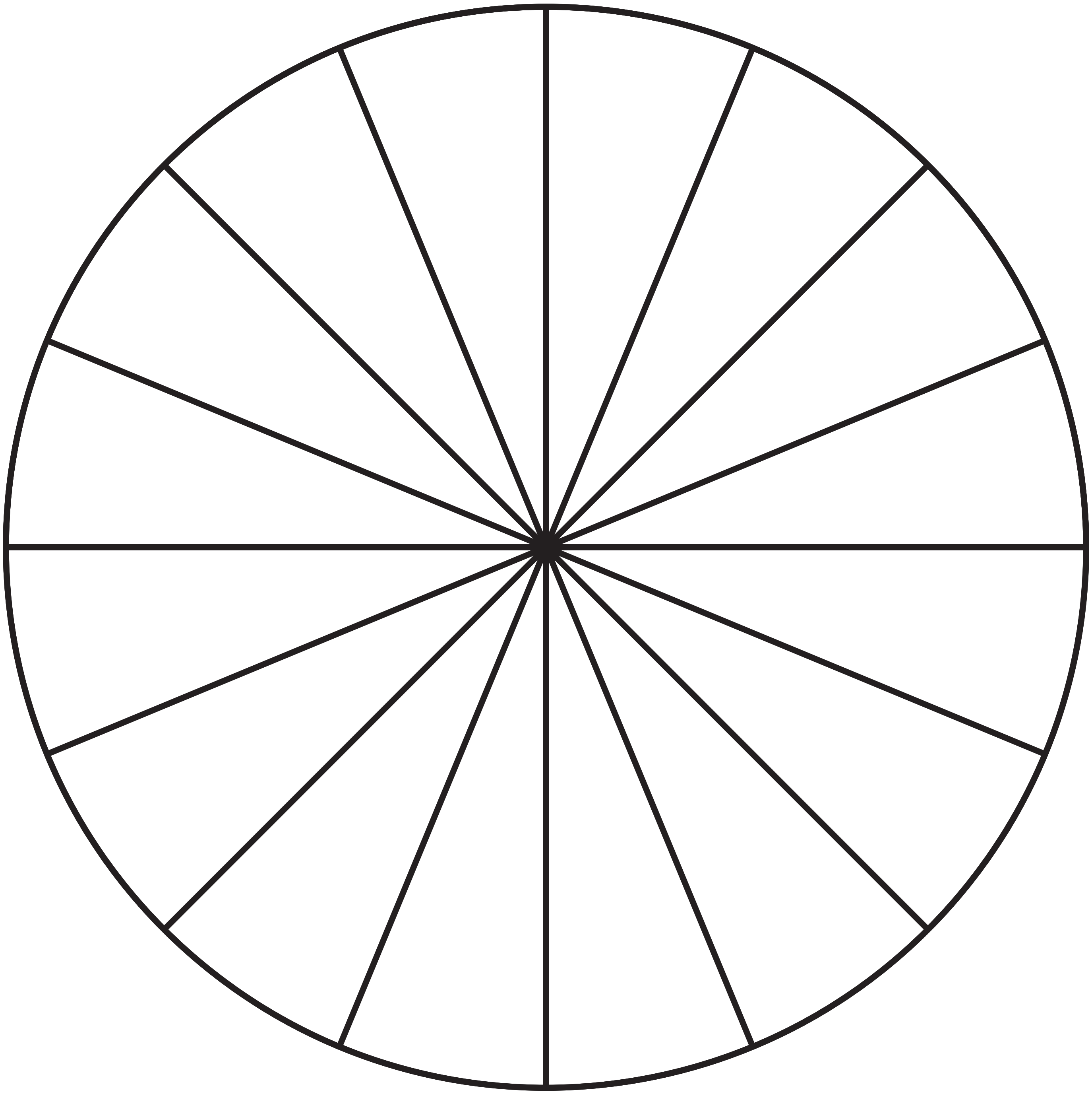


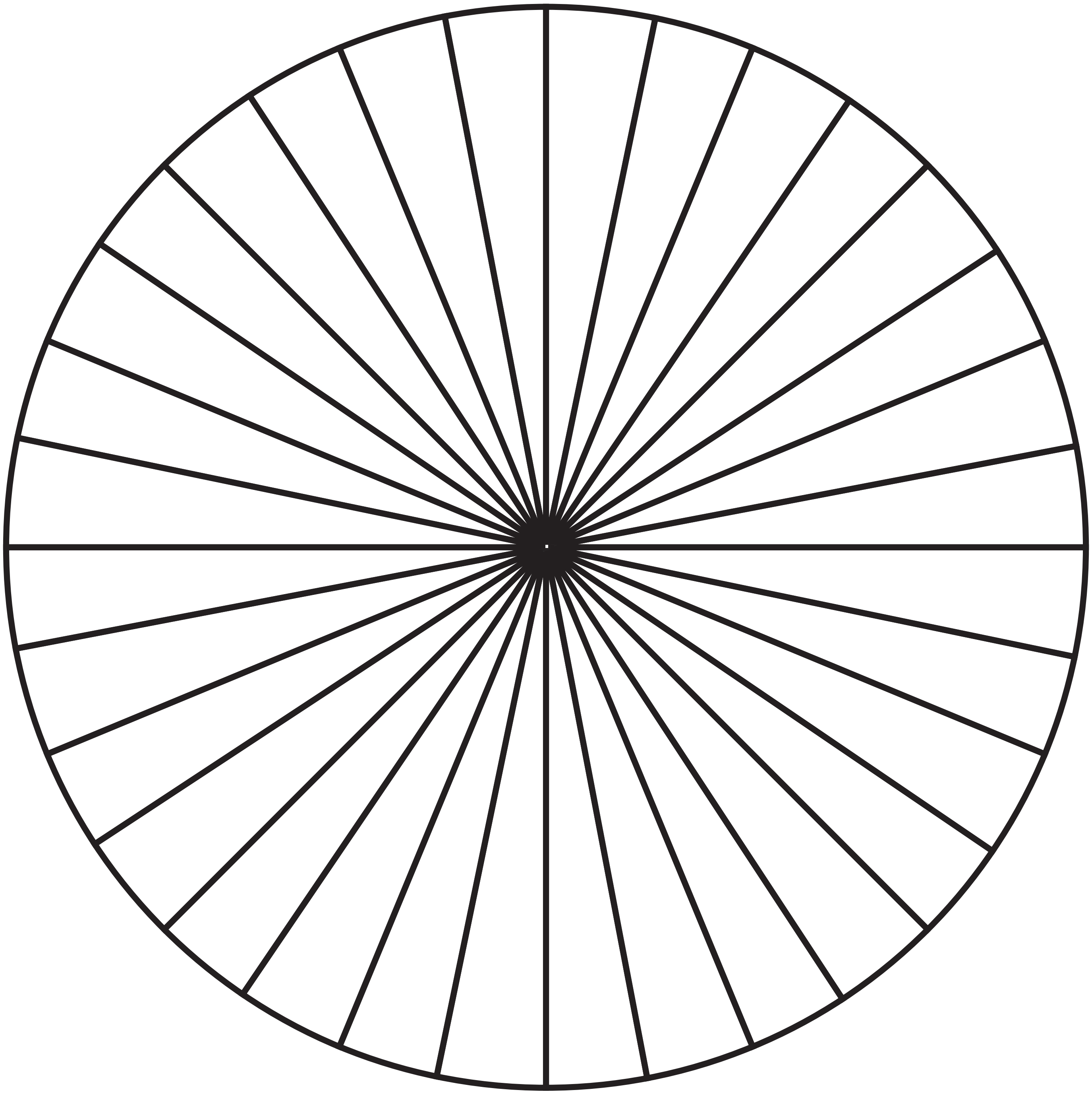


Unidad 5: Área

S2C4 P. 93 (LT P. 51), Actividad

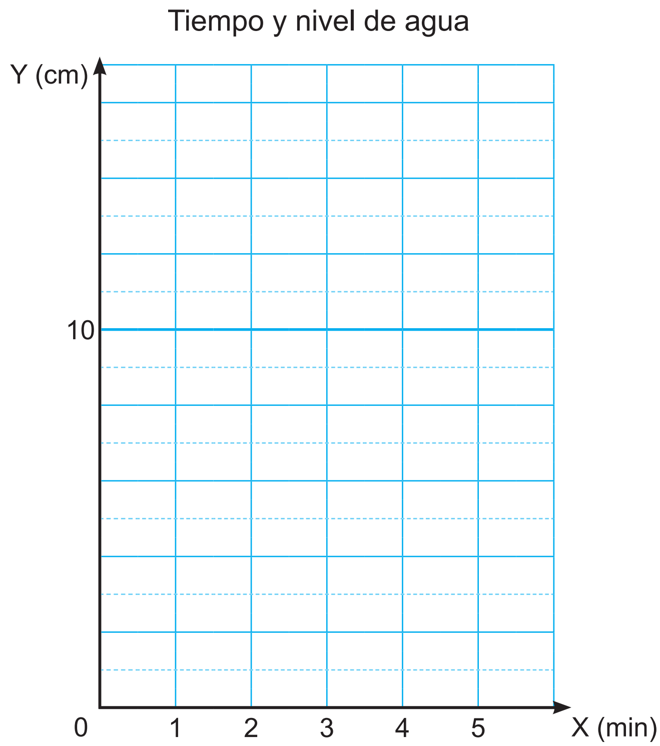




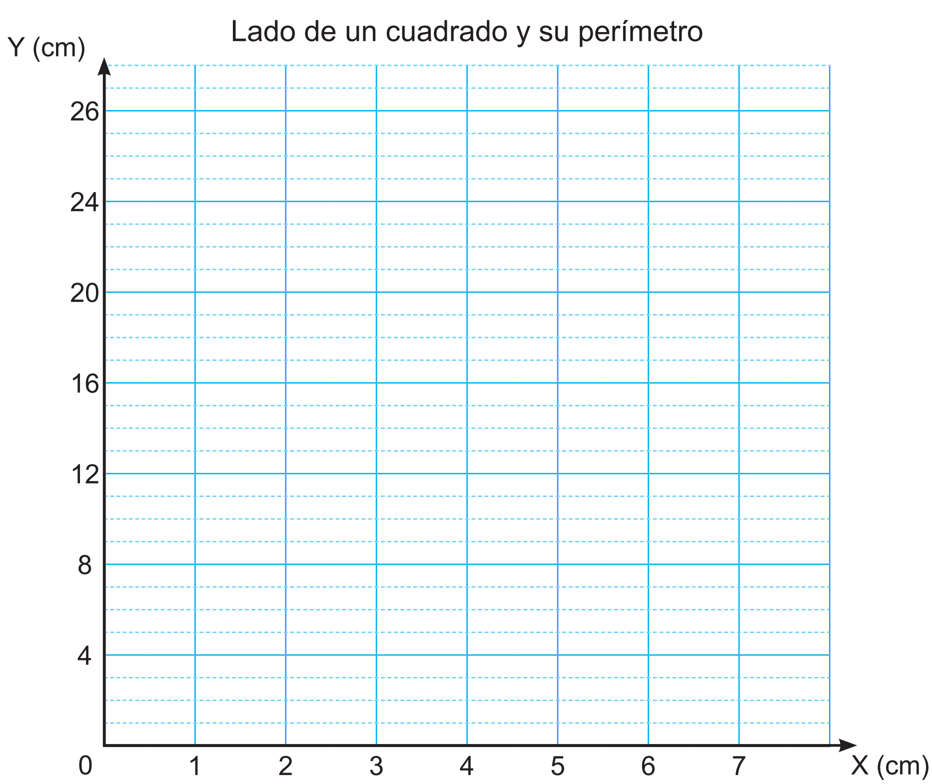


Unidad 11: Proporcionalidad

S2C2 (LT P. 132) Problema



S2C2 (LT P. 133) Ejercicio 1

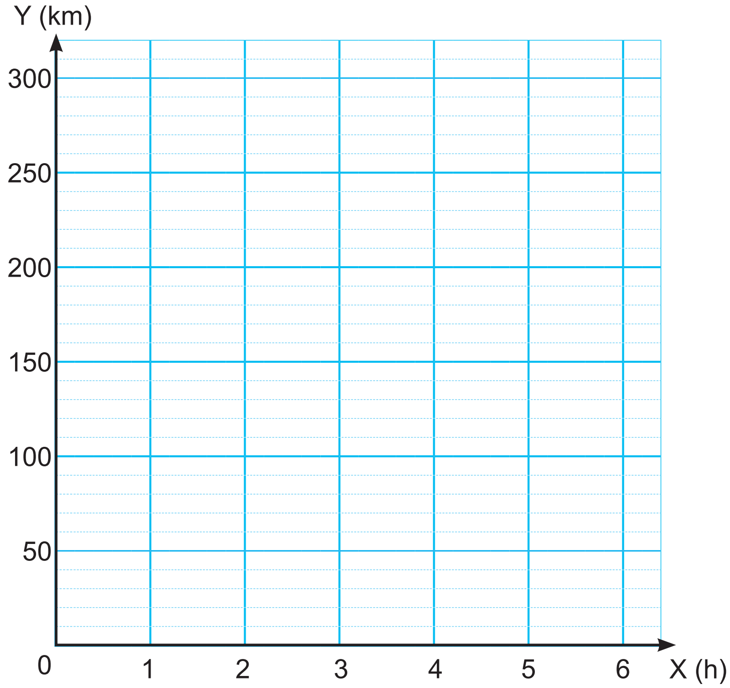


Año 2026

Unidad 11: Proporcionalidad

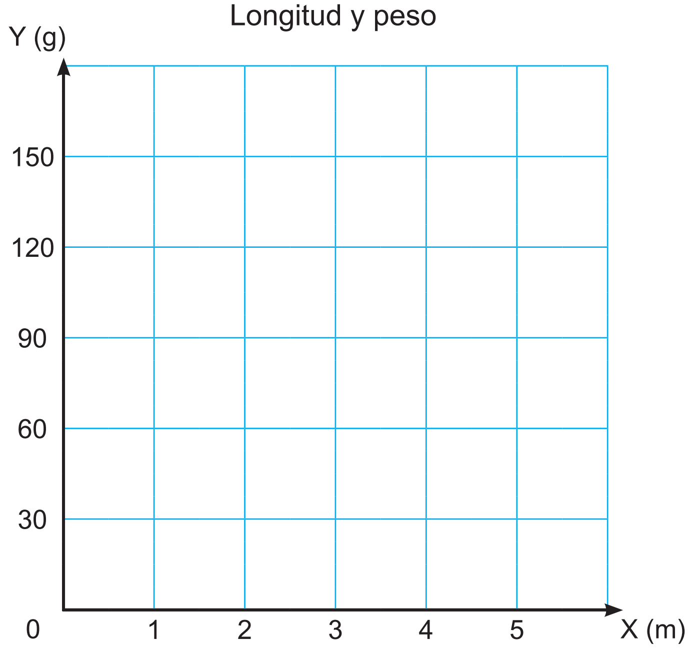
S2C3 (LT P. 134) Problema

Tiempo y distancia



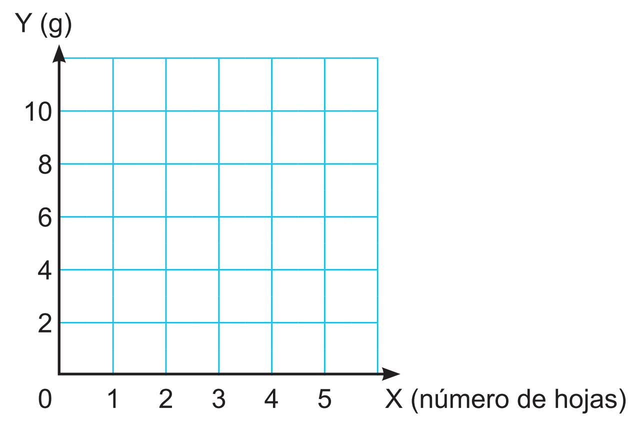
S2C3 (LT P. 134) Ejercicio a)

Longitud y peso



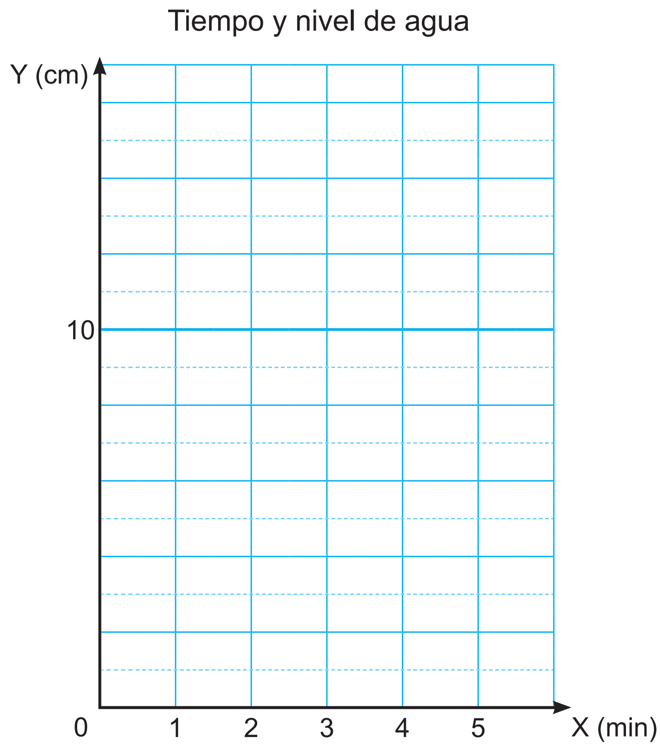
Practiquemos lo aprendido 5 a) (LT P. 139)

El número de hojas y sus pesos

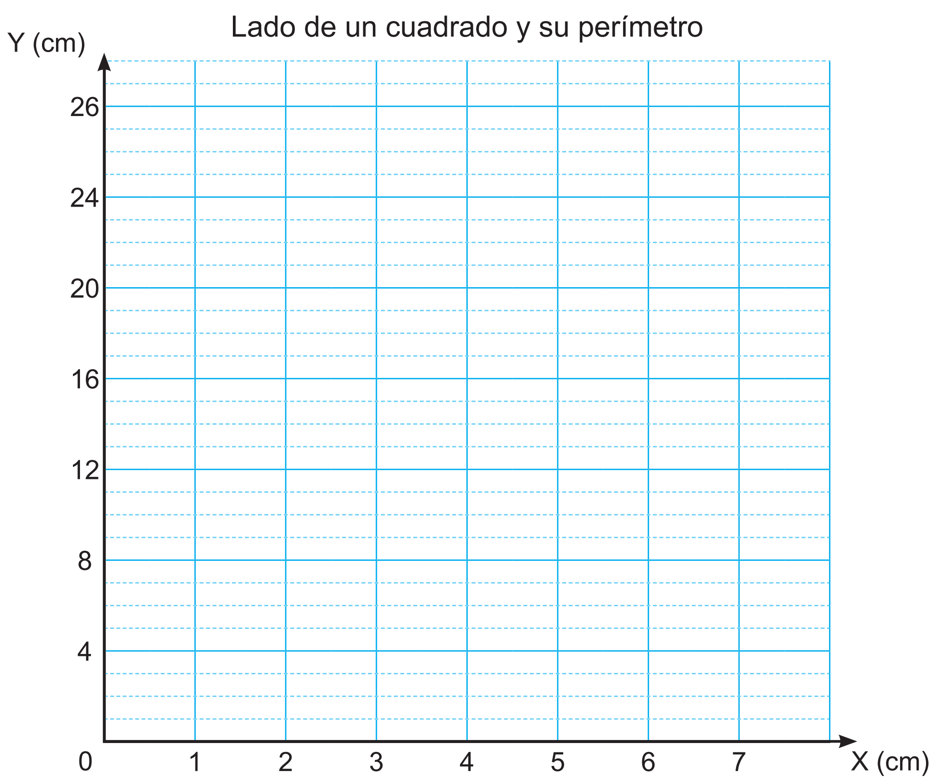


Unidad 11: Proporcionalidad

S2C2 (LT P. 132) Problema



S2C2 (LT P. 133) Ejercicio 1

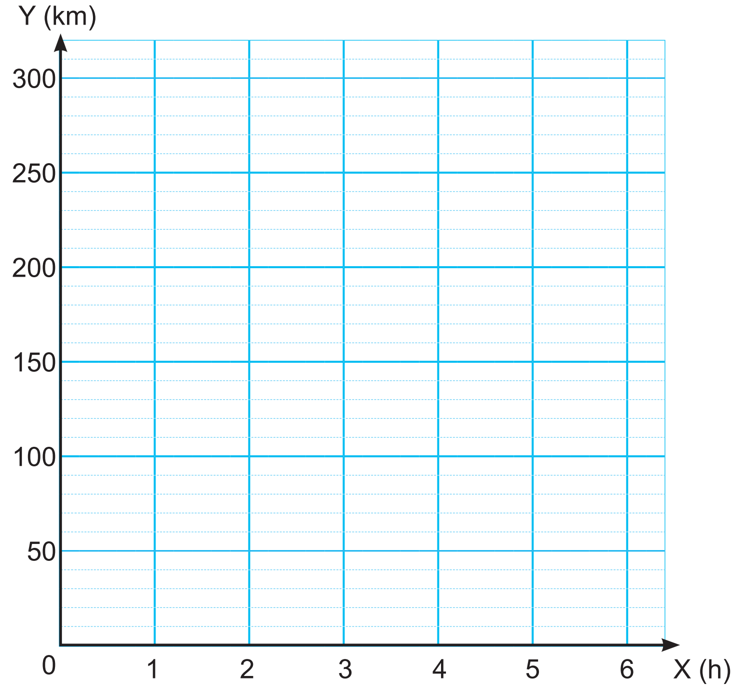


Año 2027

Unidad 11: Proporcionalidad

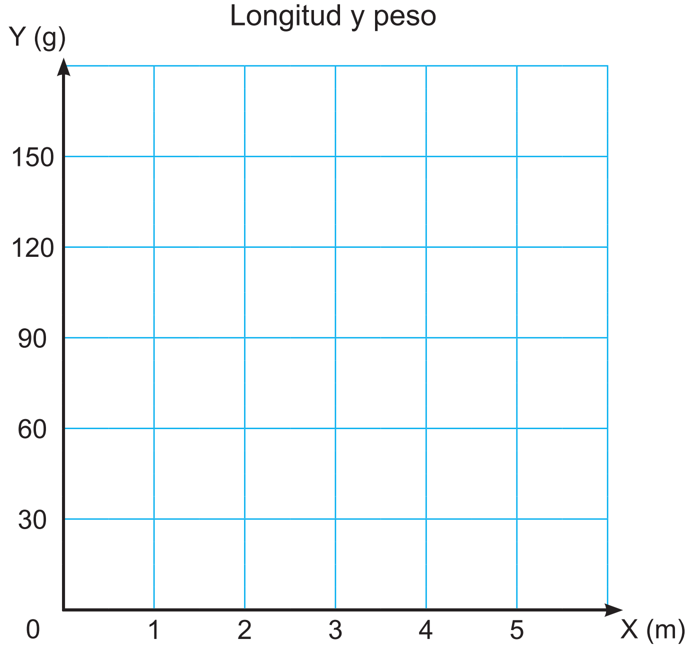
S2C3 (LT P. 134) Problema

Tiempo y distancia



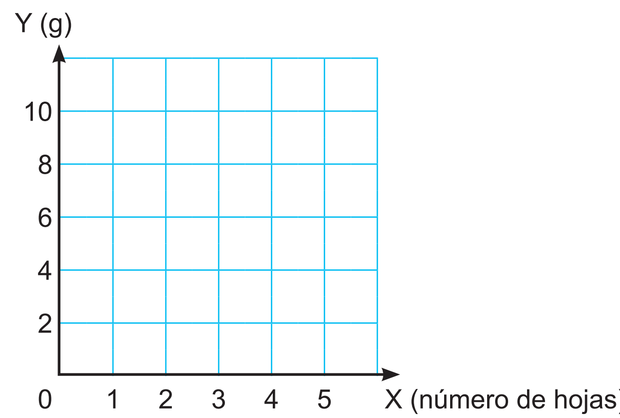
S2C3 (LT P. 134) Ejercicio a)

Longitud y peso



Practiquemos lo aprendido 5 a) (LT P. 139)

El número de hojas y sus pesos



"Proyecto de Aprendizaje Amigable de Matemática para la Educación Primaria en Nicaragua (NICAMATE 2)"

Descarga digital

Materiales del EPI