Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional
El Pueblo, Presidente!

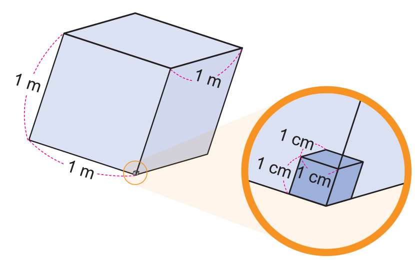
MINED
Un Ministerio en la Comunidad

JICA

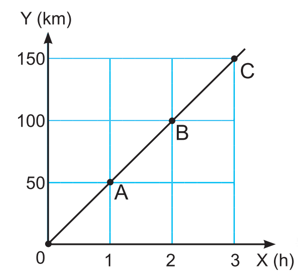
Libro de texto
Matemática

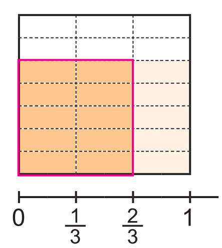
6to Grado

30	2
15	3
5	5
1	



Tiempo y distancia





$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

$$2 : 3 \rightarrow 2 \div 3 = \frac{2}{3}$$

CRÉDITOS

Equipo de Autores

Armando José Huete Fuentes
Docente de matemática UNAN-Managua

Marlon José Espinoza Espinoza
Docente de matemática UNAN-Managua

Primitivo Herrera Herrera
Docente de matemática UNAN-Managua

Juan Carlos Salgado Andino
Coordinador del equipo de autores

Revisión

Gregorio Isabel Ortiz Hernández
Asesor Pedagógico Nacional

Ernesto José Aburto Reyes
Asesor Pedagógico Nacional

Wuilbur Agustín Martínez Vanegas
Asesor Pedagógico Nacional

Alberto Leonardo García Acevedo
Responsable Depto. Materiales Educativos

Asistencia Técnica
AGENCIA DE COOPERACIÓN INTERNACIONAL DEL JAPÓN
(JICA)

Diseño y Diagramación
María José López Samqui

Ilustraciones / Portada y Contraportada
Róger Iván Rodríguez Zamora
Wilder Alexander Mercado Salmerón

Algunas ilustraciones de este libro de texto han sido elaboradas usando recursos gráficos de Freepik.

Primera Edición, 2026.

PRESENTACIÓN

El Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional (GRUN), a través de la **Estrategia Nacional de Educación en todas sus Modalidades, Bendiciones y Victorias 2024 - 2026**, orientada a la construcción de Aprendizajes para el Desarrollo Humano Pleno, realiza diferentes acciones que contribuyen a la formación integral de las niñas y los niños nicaragüenses.

En este contexto, el Ministerio de Educación de Nicaragua (MINED), con la asistencia técnica de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA) y el trabajo conjunto con la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua (UNAN-Managua), implementa el **Proyecto "Aprendizaje Amigable de la Matemática para la Educación Primaria en Nicaragua" (NICAMATE 2)**, en función del desarrollo de competencias fundamentales verificables lógico-matemáticas, con aprendizajes de calidad, de acuerdo a estándares previstos, promoviendo el aprendizaje activo desde el enfoque de resolución de problemas.

El libro de texto, "Matemática 6to Grado", constituye uno de los principales recursos didácticos, para facilitar el proceso de aprendizaje en niñas y niños. Los contenidos y actividades propuestos promueven el desarrollo de competencias lógico-matemáticas y aprendizajes duraderos a largo plazo, considerando el desarrollo cognitivo de niñas y niños, garantizando un proceso de aprendizaje amigable de las matemáticas.

Con este libro de texto, estamos contribuyendo a garantizar la continuidad de los aprendizajes de las matemáticas en niñas y niños de forma amigable y con calidad, aplicando metodologías acordes a su ciclo de vida.

Se insta a las familias y a la Comunidad Educativa, en general, a cuidar este libro de texto, para que otros niños y niñas tengan la oportunidad de usarlo.

Ministerio de Educación

Niñas y Niños

Con este libro, podrás aprender y practicar muchas ideas matemáticas, que fueron descubiertas hace muchos años y actualmente nos ayudan a comprender el mundo.

Continuarás aprendiendo sobre las operaciones con números decimales y fracciones; también geometría, medición, razones y proporcionalidad, entre otras cosas interesantes.

Cuida de este Libro de Texto, para que otras niñas y otros niños lo usen en los próximos años.

¡Sigamos descubriendo el mundo con las matemáticas!

ÍNDICE

Recordemos

Ejemplo 1

Calcula:

a) 1,42 × 10 = 14,2　　b) 1,42 × 100 = 142

c) 14,2 ÷ 10 = 1,42　　d) 14,2 ÷ 100 = 0,142

$1{,}42 \xrightarrow[\times 10]{} 14{,}2$　　$1{,}42 \xrightarrow[\times 100]{} 142$

$14{,}2 \xrightarrow[\div 10]{} 1{,}42$　　$14{,}2 \xrightarrow[\div 100]{} 0{,}142$

Ejercicios

Calcula:

a) 1,23 × 10　　b) 26,5 × 10　　c) 1,23 × 100　　d) 0,265 × 100

e) 1,23 ÷ 10　　f) 26,5 ÷ 10　　g) 12,3 ÷ 100　　h) 265 ÷ 100

Ejemplo 2

Multiplica:

a)
$$\begin{array}{rrrr} & & 2 & 2 \\ \times & & 3 & 1 \\ \hline & & 2 & 2 \\ + & 6 & 6 & \\ \hline & 6 & 8 & 2 \end{array}$$

b) 3 × 1,9
$$\begin{array}{rr} & 1{,}9 \\ \times & 3 \\ \hline & 5{,}7 \end{array}$$

Ejercicios

Multiplica:

a)
$$\begin{array}{rr} & 2\;3 \\ \times & 2\;1 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rr} & 1\;2 \\ \times & 3\;4 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rr} & 1\;5 \\ \times & 3\;2 \\ \hline \end{array}$$

d) 5 × 1,7　　e) 12 × 2,44　　f) 4 × 0,23

Ejemplo 3

Calcula cada multiplicación de forma sencilla:

a) 2 × 4 + 8 × 4 = (2 + 8) × 4 = 10 × 4 = 40

b) 7 × 3 – 2 × 3 = (7 – 2) × 3 = 5 × 3 = 15

Propiedad distributiva:

$(\square + \triangle) \times \bigcirc = \square \times \bigcirc + \triangle \times \bigcirc$

$(\square - \triangle) \times \bigcirc = \square \times \bigcirc - \triangle \times \bigcirc$

Ejercicios

Calcula cada multiplicación de forma sencilla:

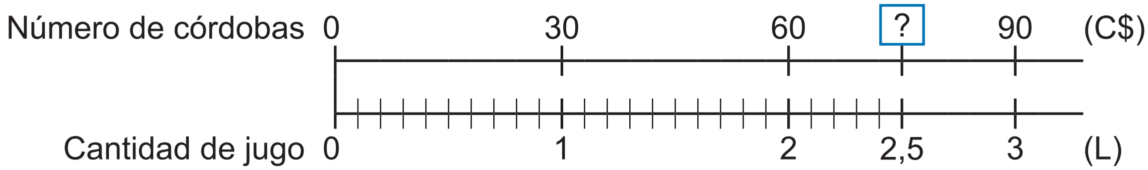
a) 4 × 12 + 6 × 12　　b) 14 × 6 – 9 × 6　　c) 12 × 25 + 18 × 25

Sección 1: Multiplicación de números decimales

Contenido 1: Multiplicación de un número decimal por decenas

Problema

1 L de jugo cuesta 30 córdobas. Si María compra 2,5 L, ¿cuánto paga en total?



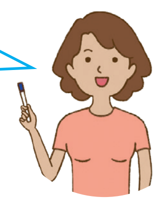
2 × 30 = 60 y 3 × 30 = 90, entonces la respuesta debe ser un número entre 60 y 90.

Solución

PO: 2,5 × 30

$$\begin{array}{ccccc} 2{,}5 & \times & 30 & = & 75 \\ \downarrow\times 10 & & & & \downarrow\times 10 \quad \uparrow\div 10 \\ 25 & \times & 30 & = & 750 \end{array}$$

Si la cantidad de jugo aumenta 10 veces, el precio también aumentará 10 veces, así que divide esa cantidad por 10 para obtener la respuesta.



R: 75 córdobas.

Conclusión

Para multiplicar un número decimal hasta las décimas por un número natural se convierte el decimal en natural multiplicando por 10, se calcula la multiplicación y luego, se divide entre 10.

Ejemplo

a)
$$\begin{array}{ccccc} 1{,}2 & \times & 80 & = & 96 \\ \downarrow\times 10 & & & & \uparrow\div 10 \\ 12 & \times & 80 & = & 960 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ccccc} 2{,}3 & \times & 60 & = & 138 \\ \downarrow\times 10 & & & & \uparrow\div 10 \\ 23 & \times & 60 & = & 1380 \end{array}$$

Ejercicios

1. Multiplica:

a) 4,3 × 20 b) 1,2 × 40 c) 2,4 × 30

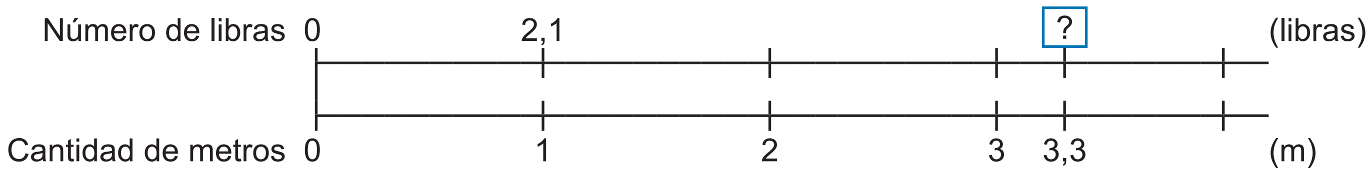
d) 4,6 × 20 e) 3,1 × 90 f) 2,7 × 50

2. Escribe el PO y responde.
   1 L de aceite cuesta 60 córdobas. Si Carlos compra 3,5 L, ¿cuánto paga en total?

Contenido 2: Multiplicación de números decimales hasta las décimas (1)

Problema

1 m de un tubo pesa 2,1 libras. ¿Cuántas libras pesan 3,3 metros?



Solución

PO: 3,3 × 2,1

$$\begin{array}{ccccc} 3{,}3 & \times & 2{,}1 & = & 6{,}93 \\ \downarrow \times 10 & & \downarrow \times 10 & & \downarrow \times 100 \quad \uparrow \div 100 \\ 33 & \times & 21 & = & 693 \end{array}$$

R: 6,93 libras.

$$\begin{array}{rrr} & 3 & 3 \\ \times & 2 & 1 \\ \hline & 3 & 3 \\ + \ 6 & 6 & \\ \hline 6 & 9 & 3 \end{array}$$

Conclusión

Al multiplicar decimales hasta las décimas, se convierten en naturales multiplicando por 10, se calcula la multiplicación y luego, se divide el resultado entre 100.

Ejemplo

$$\begin{array}{ccccc} 1{,}7 & \times & 4{,}2 & = & 7{,}14 \\ \downarrow \times 10 & & \downarrow \times 10 & & \uparrow \div 100 \\ 17 & \times & 42 & = & 714 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrr} & 1 & 7 \\ \times & 4 & 2 \\ \hline & 3^{1} & 4 \\ + \ 6^{2} & 8 & \\ \hline 7 & 1 & 4 \end{array}$$

Ejercicios

1. Multiplica:

a) 2,3 × 1,2 b) 3,1 × 2,1 c) 4,2 × 3,4

d) 3,6 × 2,1 e) 2,8 × 2,3 f) 3,5 × 7,4

2. Escribe el PO y responde:
 1 m tiene 3,2 pies, ¿cuántos pies son 2,8 m?

Contenido 3: Multiplicación de números decimales hasta las décimas (2)

Problema

Multiplica 2,2 × 3,1 en forma vertical.

Multiplica 22 × 31 en forma vertical y luego piensa en la posición de la coma decimal.

Solución

①
$$\begin{array}{rrr} & 2, & 2 \\ \times & 3, & 1 \\ \hline & 2 & 2 \\ +\ 6 & 6 & \\ \hline 6, & 8 & 2 \end{array}$$

× 10

× 10

× 100

÷ 100

③

②
$$\begin{array}{rrr} & 2 & 2 \\ \times & 3 & 1 \\ \hline & 2 & 2 \\ +\ 6 & 6 & \\ \hline 6 & 8 & 2 \end{array}$$

Las comas decimales

1 posición a la derecha

1 posición a la derecha

1 + 1

2 posiciones a la izquierda

R: 6,82

Conclusión

Para multiplicar dos números decimales se siguen los siguientes pasos:

1. Se escribe la multiplicación en forma vertical alineando los números a la derecha.
2. Se multiplica como si fuesen naturales.
3. Se coloca la coma decimal en el producto avanzando 2 posiciones de derecha a izquierda.

Ejemplo

a)
$$\begin{array}{rrr} & 1, & 7 \\ \times & 2, & 3 \\ \hline & 5 & 1 \\ +\ 3 & 4 & \\ \hline 3, & 9 & 1 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rrr} & 1, & 5 \\ \times & 3, & 2 \\ \hline & 3 & 0 \\ +\ 4 & 5 & \\ \hline 4, & 8 & \cancel{0} \end{array}$$

Ejercicios

1. Multiplica:

a)
$$\begin{array}{rr} & 2,4 \\ \times & 1,2 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rr} & 1,3 \\ \times & 3,2 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rr} & 1,6 \\ \times & 4,5 \\ \hline \end{array}$$

d) 4,2 × 1,3

e) 2,6 × 2,4

f) 3,5 × 1,8

2. Escribe el PO y responde: Si 1 galón tiene 3,8 L, ¿cuántos litros son 2,5 galones?

Contenido 4: Multiplicación de números decimales hasta las centésimas

Problema

Multiplica 1,62 × 2,3 en forma vertical.

Solución

① Se escribe la multiplicación en forma vertical alineando los números a la derecha:

$$\begin{array}{rrrr} & 1, & 6 & 2 \\ \times & & 2, & 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 100} \\ \xrightarrow{\times 10} \end{array} \quad \begin{array}{rrrr} & 1 & 6 & 2 \\ \times & & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

② Se multiplican como si fuesen naturales:

$$\begin{array}{rrrrr} & & 1, & 6 & 2 \\ & \times & & 2, & 3 \\ \hline & & 4 & 8 & 6 \\ + & 3 & 2 & 4 & \\ \hline & 3 & 7 & 2 & 6 \end{array}$$

③ Se coloca la coma decimal en el producto avanzando 3 posiciones de derecha a izquierda:

$$\begin{array}{rrrrr} & & 1, & 6 & 2 \\ & \times & & 2, & 3 \\ \hline & & 4 & 8 & 6 \\ + & 3 & 2 & 4 & \\ \hline & 3, & 7 & 2 & 6 \end{array}$$

$\boxed{2}$ posiciones a la derecha
$\boxed{1}$ posición a la derecha
2 + 1
3 posiciones a la izquierda

R: 3,726

Conclusión

Al multiplicar dos números decimales, la coma decimal se coloca en el producto avanzando tantas posiciones de derecha a izquierda como cifras decimales hay en total.

Ejemplo

a)
$$\begin{array}{rrrrr} & & 3, & 1 & 2 \\ & \times & & 2, & 5 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \\ + & 6 & 2 & 4 & \\ \hline & 7, & 8 & \cancel{0} & \cancel{0} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rrrrr} & & 0, & 0 & 3 \\ & \times & & 4, & 3 \\ \hline & & 0 & 0 & 9 \\ + & 0 & 1 & 2 & \\ \hline & 0, & 1 & 2 & 9 \end{array}$$

Ejercicios

1. Multiplica:

a)
$$\begin{array}{rrrr} & 1, & 2 & 3 \\ \times & & 1, & 2 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rrrr} & 3, & 1 & 4 \\ \times & & 2, & 6 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rrrr} & 0, & 0 & 8 \\ \times & & 4, & 1 \\ \hline \end{array}$$

d) 2,56 × 2,5

e) 0,21 × 2,3

f) 0,14 × 3,5

2. Escribe el PO y responde:
Si 1 cajilla de huevos pesa 3,6 kg, ¿cuántos kilogramos pesan 6,5 cajillas de huevos?

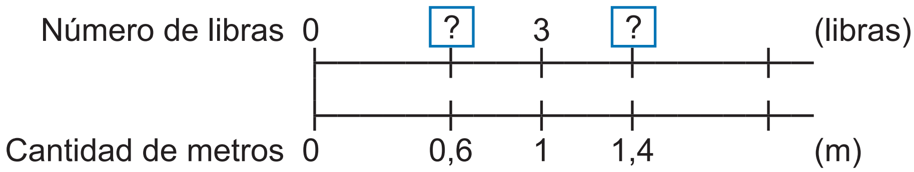
Contenido 5: Multiplicación por un número decimal menor o mayor que 1

Problema

1 m de un tubo pesa 3 libras:

a) ¿Cuántas libras pesan 0,6 m? ¿Es mayor o menor que 3 libras?

b) ¿Cuántas libras pesan 1,4 m? ¿Es mayor o menor que 3 libras?



Solución

a) PO: 0,6 × 3

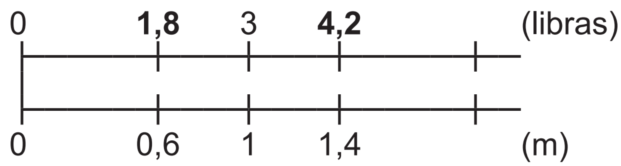
$$\begin{array}{r} 0,6 \\ \times\quad 3 \\ \hline 1,8 \end{array}$$

R: 1,8 libras, es **menor** que 3 libras.

b) PO: 1,4 × 3

$$\begin{array}{r} 1,4 \\ \times\quad 3 \\ \hline 4^{1},2 \end{array}$$

R: 4,2 libras, es **mayor** que 3 libras.



Conclusión

El producto es menor, si se multiplica con un número decimal menor que 1 y es mayor, si se multiplica con un número mayor que 1.

Ejemplo

Escribe cuál de las siguientes incisos tiene un producto menor que 1,8:

a) 2,3 × 1,8 b) 1,8 × 0,5 c) 1,02 × 1,8 d) 1,8 × 0,02 e) 1,8 × 1

R: b) y d), porque se multiplica por números decimales menores que 1.

Ejercicios

1. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un producto menor que 6:

a) 0,7 × 6 b) 1,5 × 6 c) 2,09 × 6 d) 0,03 × 6

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un producto mayor que 2,4:

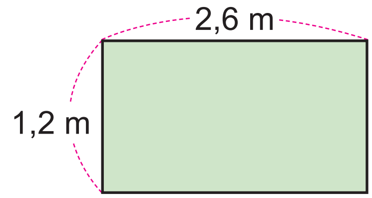
a) 2,4 × 0,5 b) 0,1 × 2,4 c) 2,4 × 1,6 d) 2,38 × 2,4

Sección 2: Aplicación de la multiplicación de decimales

Contenido 1: Cálculo de área con números decimales

Problema

La escuela Rubén Darío tiene un huerto escolar de forma rectangular a como se muestra en la figura:



¿Cuál es el área de dicho huerto?

Solución

PO: 2,6 × 1,2

Utilizando la fórmula: Área del rectángulo = base × altura se tiene, que el área es 2,6 × 1,2, es decir:

$$
\begin{array}{rccc}
 & & 2, & 6 \\
\times & & 1, & 2 \\
\hline
 & & 5 & 2 \\
+ & 2 & 6 & \\
\hline
 & 3, & 1 & 2
\end{array}
$$

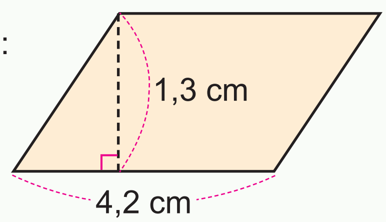
Por tanto, su área es 3,12 m².

Conclusión

Las fórmulas para el cálculo de área pueden ser utilizadas, aún cuando los lados de las figuras se expresen con números decimales.

Ejemplo

Calcula el área del siguiente paralelogramo:



Utilizando la fórmula:

Área del paralelogramo = base × altura

se tiene que el área es 4,2 × 1,3

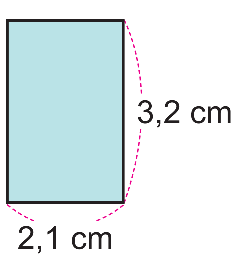
$$
\begin{array}{rccc}
 & & 4, & 2 \\
\times & & 1, & 3 \\
\hline
 & 1 & 2 & 6 \\
+ & 4 & 2 & \\
\hline
 & 5, & 4 & 6
\end{array}
$$

Por tanto, su área es 5,46 cm².

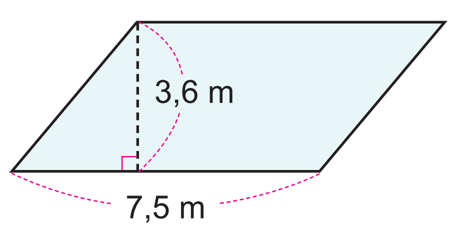
Ejercicios

Calcula el área de las siguientes figuras:

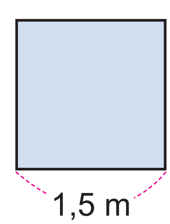
a) Rectángulo



b) Paralelogramo



c) Cuadrado

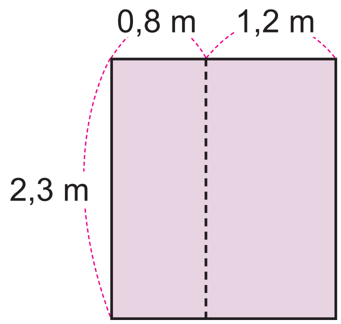


Contenido 2: Propiedades de la multiplicación de números decimales

Problema

Calcula el área del siguiente rectángulo:

Recuerda:
Área del rectángulo = base × altura.



Solución

Considerando un solo rectángulo:
- base: $0{,}8 + 1{,}2 = 2$
- altura: $2{,}3$
- área: $2 \times 2{,}3 = 4{,}6$

Considerando dos rectángulos:
- área 1: $0{,}8 \times 2{,}3 = 1{,}84$
- área 2: $1{,}2 \times 2{,}3 = 2{,}76$
- área total: $1{,}84 + 2{,}76 = 4{,}6$

$(0{,}8 + 1{,}2) \times 2{,}3 = 0{,}8 \times 2{,}3 + 1{,}2 \times 2{,}3$

R: $4{,}6\ m^2$.

Conclusión

Las propiedades para la multiplicación de números naturales también son válidas para números decimales.

Distributiva: $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$
$(a - b) \times c = a \times c - b \times c$

Asociativa: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Conmutativa: $a \times b = b \times a$

Ejemplo

Calcula cada multiplicación de forma sencilla:

a) $1{,}7 \times 4 \times 2{,}5 = 1{,}7 \times (4 \times 2{,}5) = 1{,}7 \times 10 = 17$
b) $3{,}8 \times 1{,}3 - 1{,}8 \times 1{,}3 = (3{,}8 - 1{,}8) \times 1{,}3 = 2 \times 1{,}3 = 2{,}6$
c) $5 \times 9{,}8 = 5 \times (10 - 0{,}2) = 10 \times 5 - 0{,}2 \times 5 = 50 - 1 = 49$

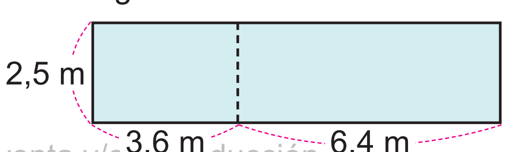
$9{,}8 = 10 - 0{,}2$

Ejercicios

1. Calcula cada multiplicación de forma sencilla:

a) $2{,}7 \times 4{,}6 + 2{,}3 \times 4{,}6$ b) $0{,}6 \times 12{,}8 - 0{,}6 \times 2{,}8$ c) $1{,}9 \times 0{,}5 \times 2$ d) $9{,}6 \times 5$

2. Calcula el área del siguiente rectángulo:



Practiquemos lo aprendido

1. Multiplica:

a) $\begin{array}{r} 2{,}1 \\ \times\ 1{,}3 \\ \hline \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 2{,}3 \\ \times\ 3{,}6 \\ \hline \end{array}$

c) $\begin{array}{r} 4{,}13 \\ \times\ 1{,}2 \\ \hline \end{array}$

d) $3{,}4 \times 1{,}2$

e) $4{,}08 \times 2{,}5$

f) $1{,}25 \times 0{,}6$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un producto menor que 3,6:

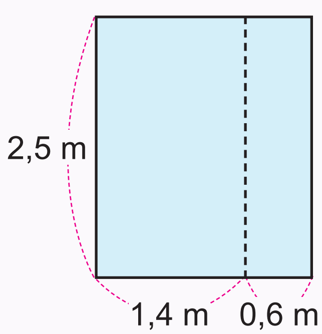
a) $3{,}6 \times 1{,}7$ b) $0{,}5 \times 3{,}6$ c) $2{,}01 \times 3{,}6$ d) $3{,}6 \times 0{,}3$

3. Calcula cada multiplicación de forma sencilla:

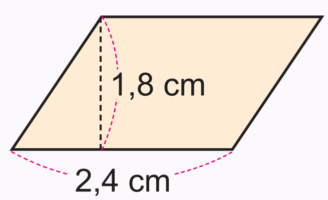
a) $4 \times 3{,}2 \times 0{,}5$ b) $2{,}4 \times 3{,}1 + 2{,}4 \times 6{,}9$

4. Calcula el área de las siguientes figuras:

a) Rectángulo



b) Paralelogramo



5. Escribe el PO y responde:

a) 1 kg tiene 2,2 libras, ¿cuántas libras son 4,3 kg?

b) Para pintar 1 m^2 de una pared se necesitan 1,62 L de pintura. ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar 2,5 m^2?

Prueba de Unidad

1. Multiplica:

a) $\begin{array}{r} 2,1 \\ \times\ 4,1 \\ \hline \end{array}$

b) $4,8 \times 1,5$

c) $\begin{array}{r} 3,14 \\ \times\ 3,2 \\ \hline \end{array}$

d) $0,05 \times 9,6$

e) $4 \times 3,7 \times 2,5$

f) $7,6 \times 0,8 + 2,4 \times 0,8$

2. Escribe el PO y responde:

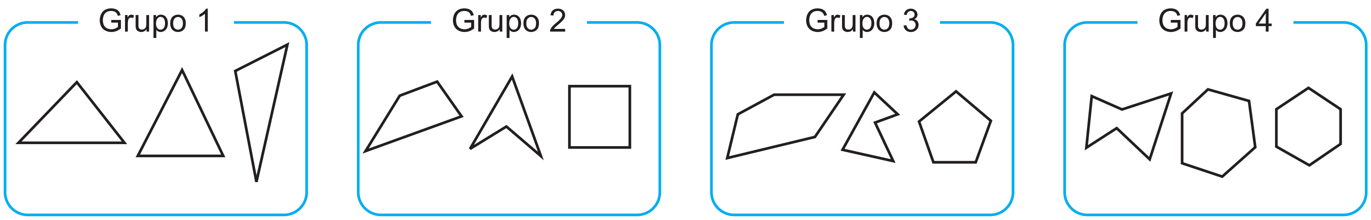
a) 1 kg es 2,2 libras. ¿Cuántas libras son 3,4 kg en total?

b) Para pintar 1 m^2 de una pared se necesitan 1,62 L de pintura. ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar 3,5 m^2?

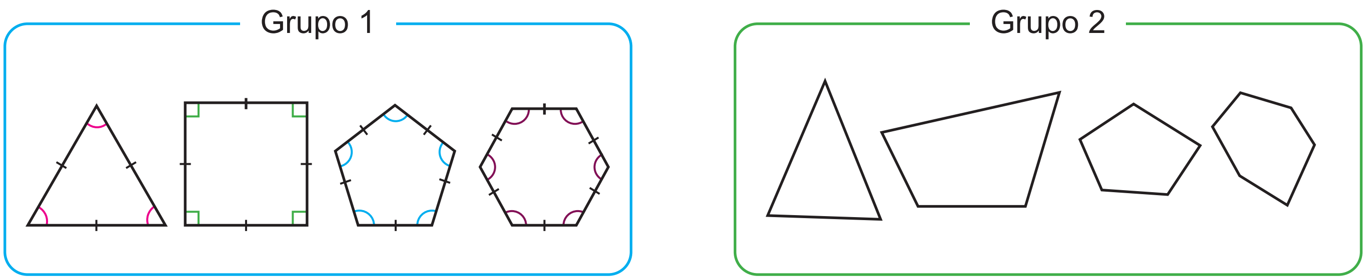
Recordemos

Ejercicios

1. Nombra cada grupo de polígonos de acuerdo con el número de lados:



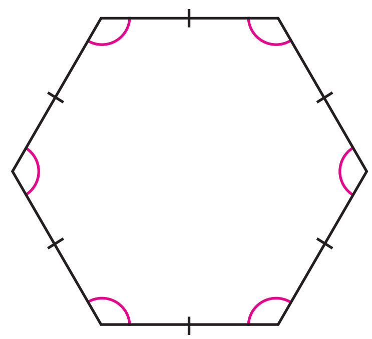
2. Nombra cada grupo de polígonos según si sus lados y ángulos son iguales o no.



3. Dado el polígono de la derecha:

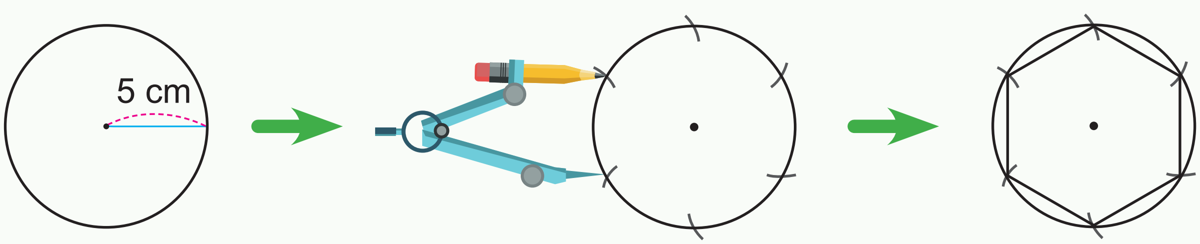
   a) Mide los lados y ángulos. Luego describe sus características.

   b) ¿Cuál es el nombre de este polígono?



Ejemplo

Dibuja con un compás un hexágono regular con lados de 5 cm:



(1) Dibuja un círculo de radio 5 cm.

(2) Haz 6 marcas en el borde del círculo con un compás abierto a 5 cm.

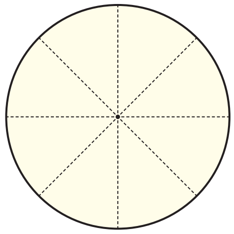
(3) Une con una línea cada dos puntos consecutivos.

Sección 1: Polígonos regulares

Contenido 1: Características de un octágono regular

Problema

La figura de la derecha es el resultado de doblar un círculo por la mitad, luego la figura que queda una vez más por la mitad y la figura que queda una vez más por la mitad.



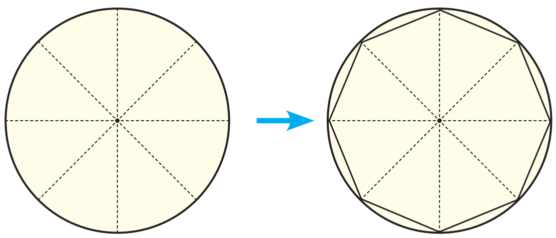
a) ¿Qué figura se forma al conectar las intersecciones de las líneas punteadas con la circunferencia?

b) Mide los lados de la figura y verifica que tienen la misma longitud.

c) Calcula la medida de los ángulos centrales.

Solución

a) Un octágono, como se muestra abajo.



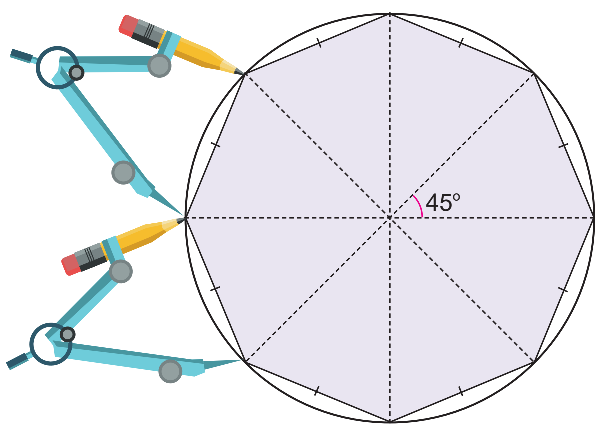
En el centro se formaron 8 ángulos de igual medida.

b) Los 8 lados tienen la misma longitud.

c) Como se forman 8 ángulos con la misma medida, se tiene

PO: 360 ÷ 8

R: Cada ángulo mide 45°.



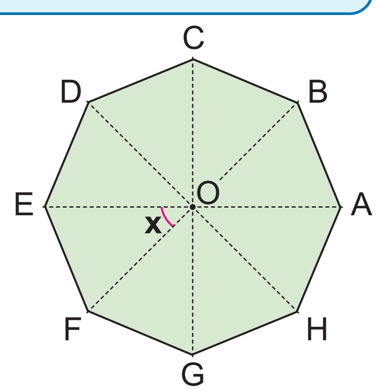
El octágono formado es un octágono regular.

Conclusión

Un octágono regular se construye formando 8 ángulos con igual medida alrededor del centro de un círculo. Los vértices de un octágono regular están en la circunferencia del círculo.

Ejercicios

El polígono de la derecha es un octágono regular.



a) ¿Qué tipo de triángulo es el OAB? ¿y los otros triángulos?

b) ¿Cuánto mide el ángulo **x**?

Contenido 2: Construcción de hexágonos regulares

Problema

a) Si en el centro de un círculo se forman 6 ángulos con la misma medida, ¿cuántos grados mide cada uno?

b) Dibuja un hexágono regular de lado 5 cm, siguiendo las instrucciones:

(1) Dibuja un círculo de radio 5 cm, usando compás.

(2) Dibuja en el centro 6 ángulos de la misma medida usando regla y transportador.

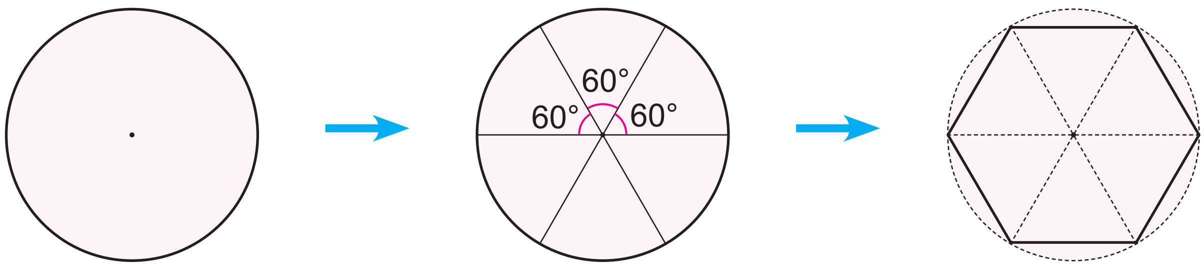
(3) Conecta las intersecciones de los lados de los ángulos con la circunferencia usando regla.

Solución

a) $360° \div 6 = 60$

Cada ángulo mide 60°.

b) Siguiendo las instrucciones se tiene:



Paso 1 Paso 2 Paso 3

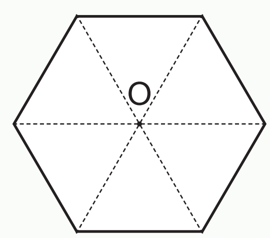
Conclusión

Un hexágono regular se construye formando 6 ángulos con igual medida alrededor del centro de un círculo. Los puntos donde las líneas interceptan a la circunferencia son los vértices del hexágono regular.

Ejemplo

Explora las propiedades del hexágono regular de la derecha.

La longitud de O a cada vértice es igual a la longitud de los lados del hexágono. Esto significa que los triángulos que se observan, son equiláteros.



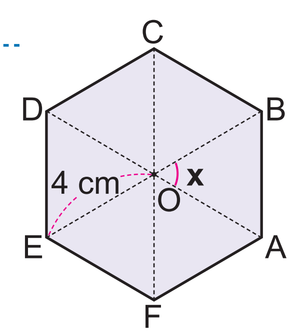
Ejercicios

Dado el hexágono regular de la derecha:

a) Encuentra las longitudes AB y DE.

b) ¿Cuánto mide el ángulo **x**?

c) Dibuja el hexágono regular de lado 4 cm.



Contenido 3: Construcción de pentágonos regulares

Problema

a) Si en el centro de un círculo se forman 5 ángulos con la misma medida, ¿cuántos grados mide cada uno?

b) Dibuja un pentágono regular, siguiendo las instrucciones:

(1) Dibuja un círculo de radio 5 cm usando compás.

(2) Dibuja en el centro 5 ángulos de la misma medida usando regla y transportador.

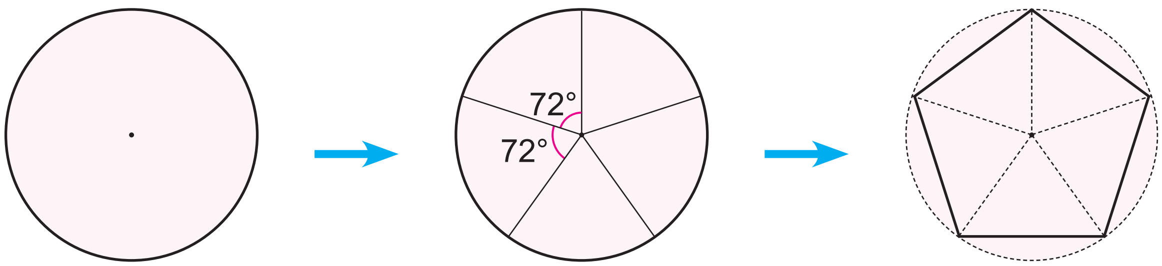
(3) Conecta las intersecciones de los lados de los ángulos con la circunferencia usando regla.

Solución

a) 360°÷ 5 = 72

Cada ángulo mide 72°.

b) Siguiendo las instrucciones se tiene:



Paso 1 Paso 2 Paso 3

Conclusión

Un pentágono regular se construye formando 5 ángulos con igual medida alrededor del centro de un círculo. Los puntos donde las líneas interceptan a la circunferencia son los vértices del pentágono regular.

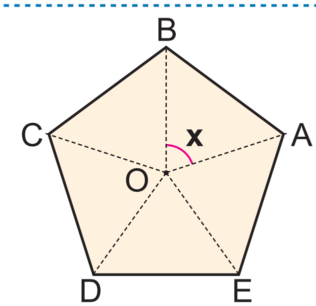
Ejercicios

Explora las propiedades del pentágono regular de la derecha.

a) Compara las longitudes de O a los vértices.

b) ¿Cuánto mide el ángulo **x**?

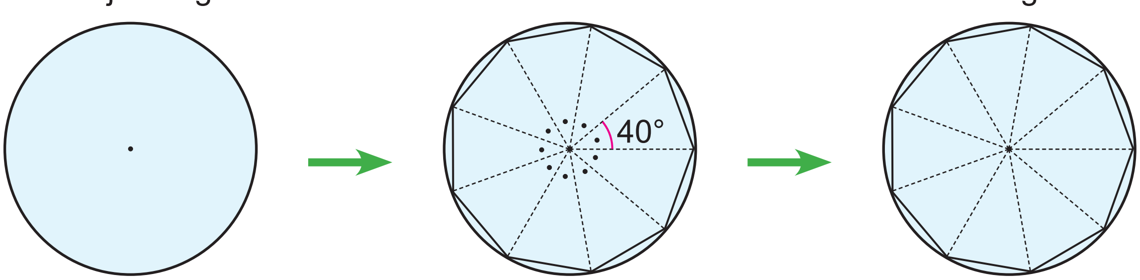
c) ¿Qué tipo de triángulo es el OAE?



Más información

Construir un nonágono regular

Se dibujan ángulos en el centro de un círculo con medida 360°÷ 9 = 40 grados.

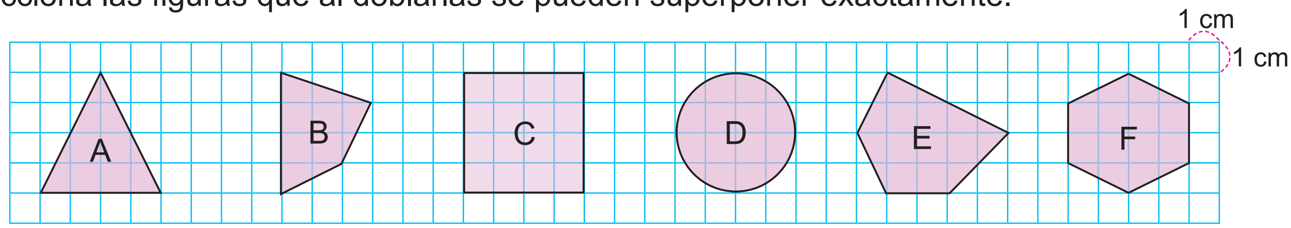


Sección 2: Simetría lineal

Contenido 1: Concepto de figuras con simetría lineal

Problema

Selecciona las figuras que al doblarlas se pueden superponer exactamente.



Triángulo isósceles | Cuadrilátero | Cuadrado | Círculo | Pentágono | Hexágono

Solución

Figura A

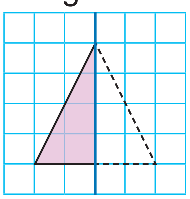


Figura C

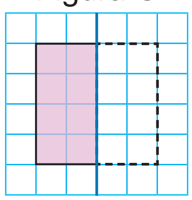


Figura D

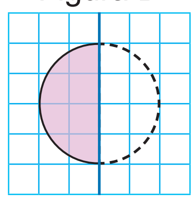
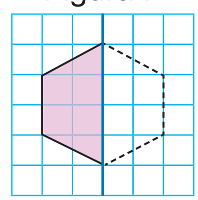


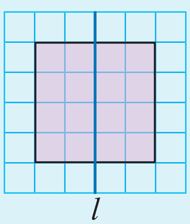
Figura F



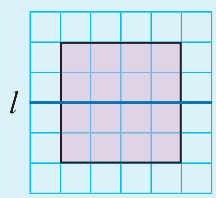
Conclusión

Una figura que, al doblarse por una línea recta, ambos lados se superponen exactamente se dice que tiene **simetría lineal**.

La línea de doblado (l) se llama **eje de simetría**.

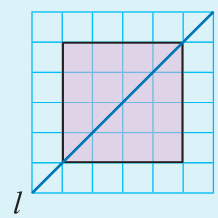


Eje de simetría



Eje de simetría

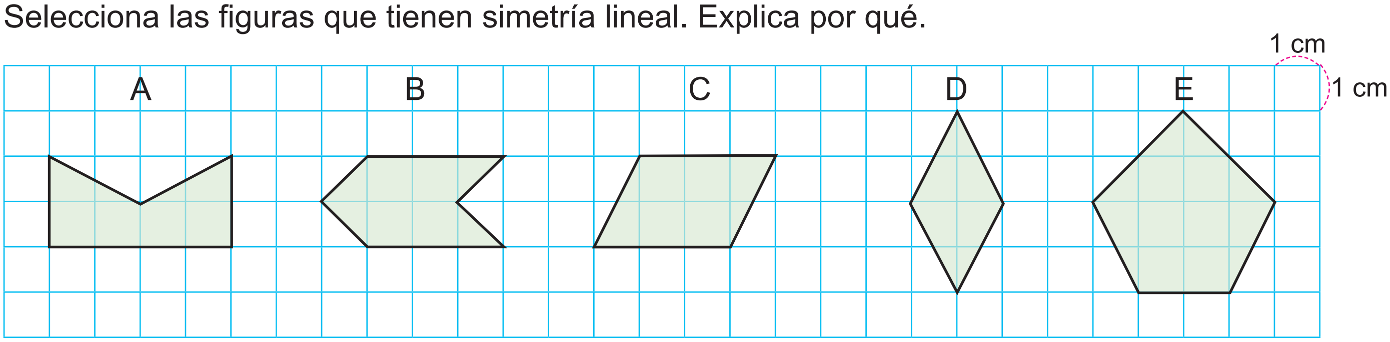
Eje de simetría



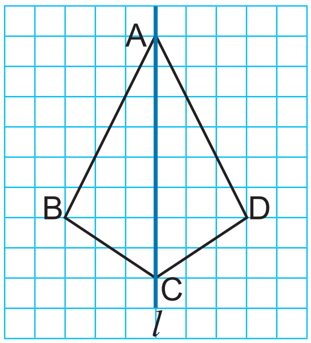
El eje de simetría puede ser vertical, horizontal o diagonal.

Ejercicios

Selecciona las figuras que tienen simetría lineal. Explica por qué.



Contenido 2: Características de las figuras simétricas (1)



Problema

Si se dobla el cuadrilátero de la derecha por su eje de simetría l :

a) ¿Qué punto se superpone con el punto B?

b) ¿Qué ángulo se superpone con el ángulo D?

c) ¿Qué lados se superponen con los lados AB y BC?

Solución

a) El punto D.

b) El ángulo B.

c) Al lado AB se superpone el lado AD.
Al lado BC se superpone el lado DC.

Conclusión

Los lados, ángulos y vértices superpuestos se llaman lados correspondientes, ángulos correspondientes y vértices correspondientes, respectivamente.

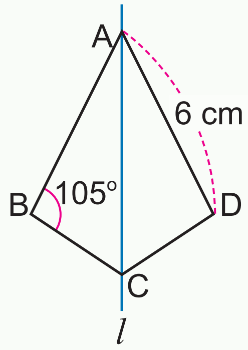
Las longitudes de los lados correspondientes son iguales. Las medidas de los ángulos correspondientes son iguales.

En la figura del problema:
- Los vértices B y D son correspondientes.
- Los ángulos B y D son correspondientes.
- Los lados AB y AD son correspondientes.

¿Qué otros lados son correspondientes?

Ejemplo

La figura de la derecha es simétrica respecto al eje de simetría l. Como AB es correspondiente a AD, entonces AB = 6 cm. Así mismo el ángulo D es correspondiente al ángulo B, así que D = 105°.



Ejercicios

El polígono de la derecha tiene simetría lineal. Si se dobla por su eje de simetría l:

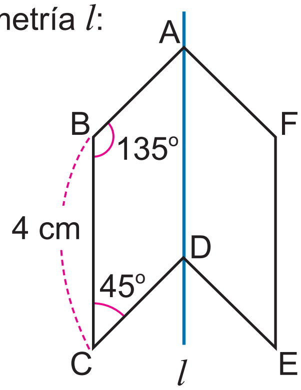
a) ¿Con qué puntos coinciden B y C?

b) ¿Con qué lados coinciden los lados AB, BC y CD?

c) ¿Con qué ángulos coinciden los ángulos B y C?

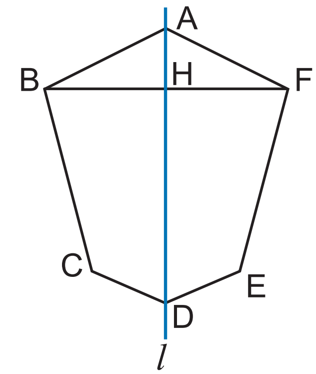
d) ¿Cuánto mide el lado EF?

e) ¿Cuánto miden los ángulos E y F?



Contenido 3: Características de las figuras simétricas (2)

Problema

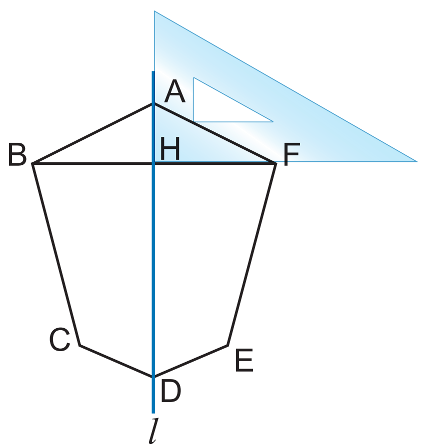


La línea l de color azul en la figura de la derecha es el eje de simetría del hexágono ABCDEF.

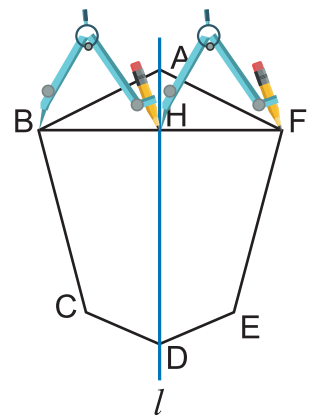
a) ¿Qué relación tiene BF con l?
b) Compara las longitudes BH y FH.

Solución

a) Con la escuadra se verifica que BF es perpendicular a l.



b) Con un compás se verifica que BH = FH

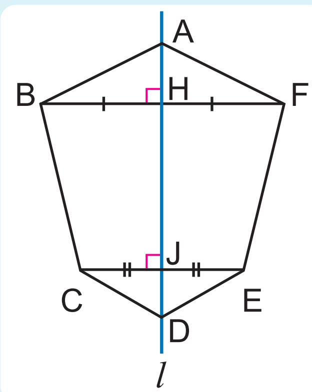


Conclusión

En una figura con simetría lineal se cumple que:

1) La línea recta que une dos puntos correspondientes es perpendicular al eje de simetría.

2) La distancia de dos puntos correspondientes al eje de simetría es la misma.



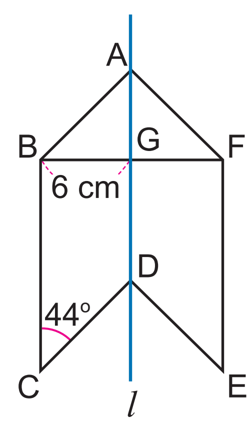
Ejercicios

La figura de la derecha tiene simetría lineal:

a) ¿Qué relación guarda la línea BF con el eje de simetría l?

b) ¿Cuánto mide el ángulo E?

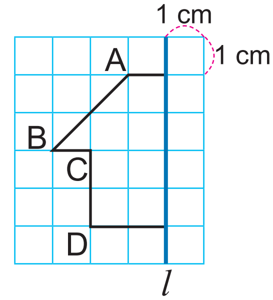
c) ¿Cuánto mide la longitud de BF?



Contenido 4: Construcción de figuras simétricas

Problema

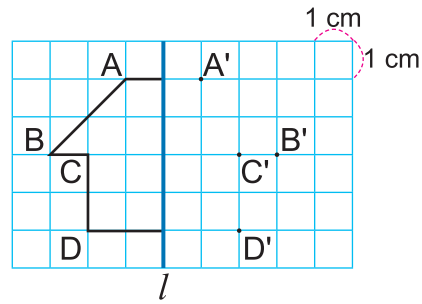
Completa la figura para que sea simétrica respecto a la línea l.



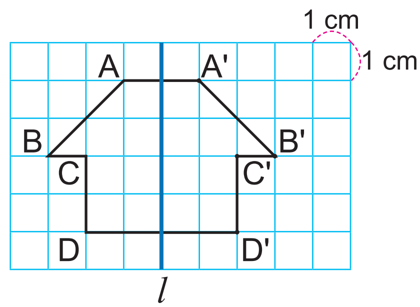
Solución

Primero se cuenta la distancia de los vértices dados al eje de simetría y luego se construyen los puntos correspondientes.

- A está 1 cm a la izquierda, así su correspondiente A' está a 1 cm a la derecha.
- B está 3 cm a la izquierda, así su correspondiente B' está a 3 cm a la derecha.
- C está 2 cm a la izquierda, así su correspondiente C' está a 2 cm a la derecha.
- D está 2 cm a la izquierda, así su correspondiente D' está a 2 cm a la derecha.



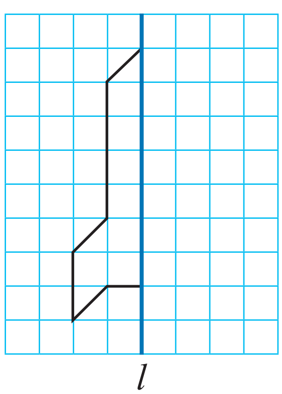
Se trazan las líneas que conectan los vértices.



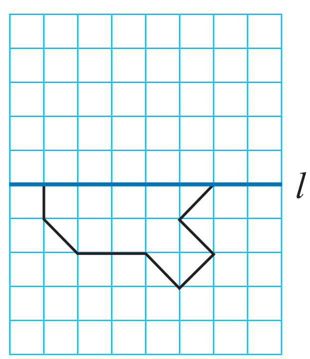
Ejercicios

1. Completa la figura para que sea simétrica respecto a la línea l.

a)

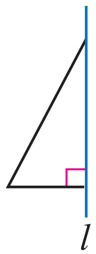


b)

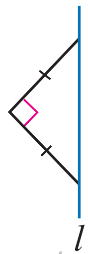


2. Si dibujas las figuras a partir de la mitad dada, de modo que la línea l sea el eje de simetría, ¿cómo se llama la figura resultante?

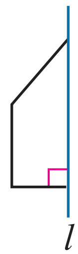
a)



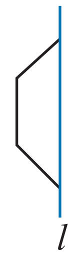
b)



c)



d)

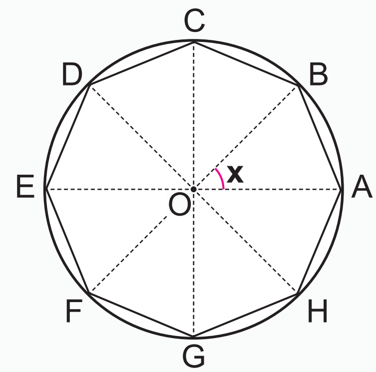


Practiquemos lo aprendido

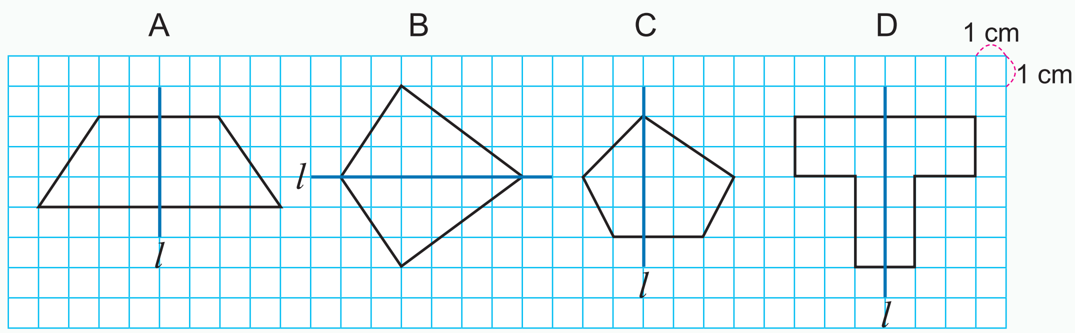
1. Dibuja un hexágono regular de lado 5 cm.

2. Dado el octágono regular de la derecha.
   a) ¿Qué tipo de triángulo es el OAB? ¿y los otros?

   b) ¿Cuánto mide el ángulo **x**?



3. Selecciona las figuras que tienen simetría lineal respecto a la línea l.



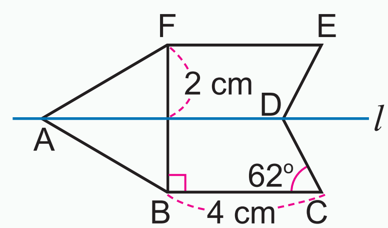
4. El polígono de la derecha tiene simetría lineal, siendo l su eje de simetría.
   a) ¿Qué puntos son correspondientes a B y C?

   b) ¿Qué lado es correspondiente a AB?

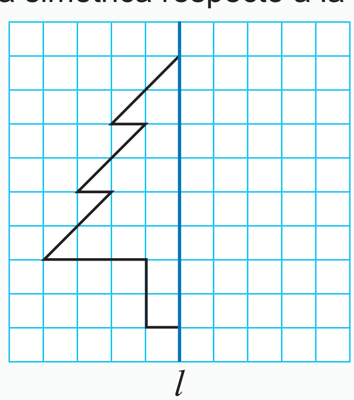
   c) ¿Cuánto mide el lado FE?

   d) ¿Cuánto miden los ángulos E y EFB?

   e) ¿Cuánto mide la longitud de BF?

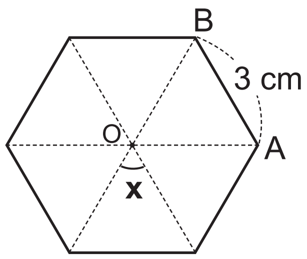


5. Completa la figura para que sea simétrica respecto a la línea l.



Prueba de Unidad

1. Dado el hexágono regular de la derecha:

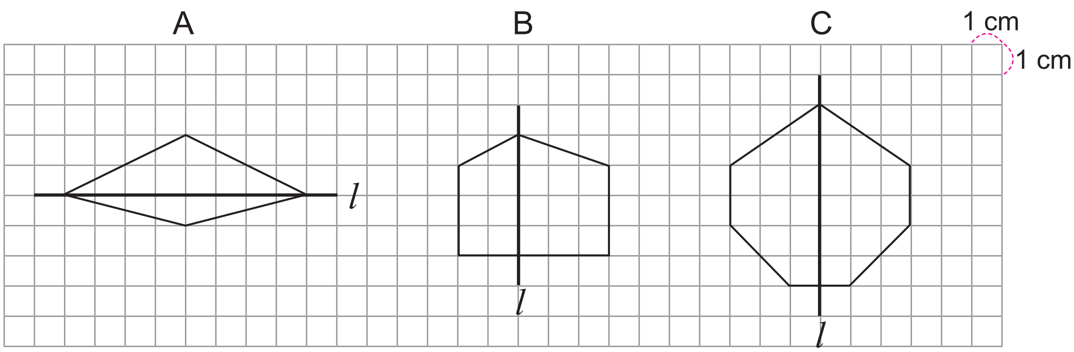


   a) ¿Cuánto mide el ángulo **x**?

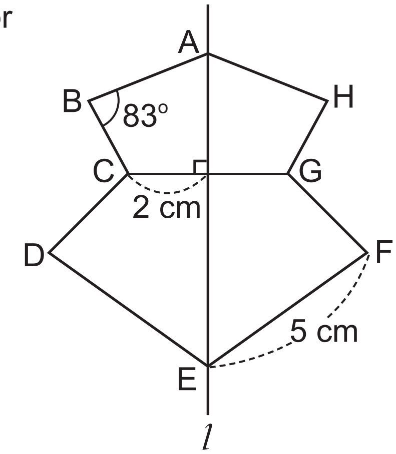
   b) ¿Qué tipo de triángulo es OAB?

   c) ¿Cuánto mide la longitud de OA?

2. Selecciona la figura que tiene simetría lineal respecto a la línea l:



3. El polígono de la derecha tiene simetría lineal. Si se dobla por su eje de simetría l:



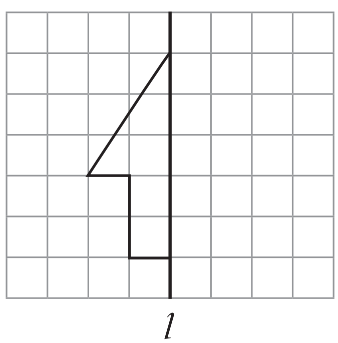
   a) ¿Qué lado es correspondiente a AB?

   b) ¿Cuánto mide el lado DE?

   c) ¿Cuánto mide el ángulo H?

   d) ¿Cuánto mide la longitud de CG?

4. Completa la figura para que sea simétrica respecto a la línea l.



Recordemos

Ejemplo 1

Calcula:

a) $0,2 \times 10 = 2$ b) $4,5 \times 10 = 45$ c) $1,42 \times 10 = 14,2$

Ejercicios

Calcula:

a) $0,6 \times 10$ b) $2,4 \times 10$ c) $1,8 \times 10$

d) $0,3 \times 10$ e) $8,23 \times 10$ f) $12,3 \times 10$

Ejemplo 2

Divide hasta obtener residuo 0:

a) $1,8 \div 6$

$$\begin{array}{rl} 1{,}8 & \underline{|\,6\quad} \\ \underline{-\ 1\ 8} & 0{,}3 \\ 0 & \end{array}$$

b) $4 \div 5$

$$\begin{array}{rl} 4{,}0 & \underline{|\,5\quad} \\ \underline{-\ 0\quad} & 0{,}8 \\ 4\ 0 & \\ \underline{-\ 4\ 0} & \\ 0 & \end{array}$$

Ejercicios

Divide hasta obtener residuo 0:

a) $1,5 \div 3$ b) $2,4 \div 6$ c) $4,2 \div 7$

d) $3,6 \div 2$ e) $8,4 \div 4$ f) $2 \div 5$

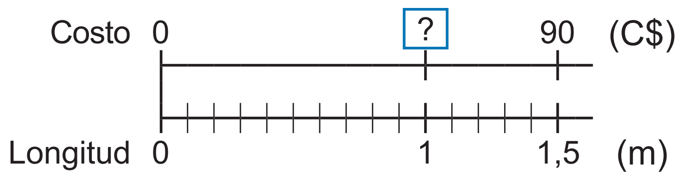
g) $9 \div 2$ h) $67,6 \div 52$ i) $88,2 \div 21$

Sección 1: División de números decimales

Contenido 1: División de número natural entre número decimal

Problema

Ana compra una cinta de 1,5 m en 90 córdobas, ¿cuánto cuesta 1 m de esta cinta?



El cociente será menor que 90.

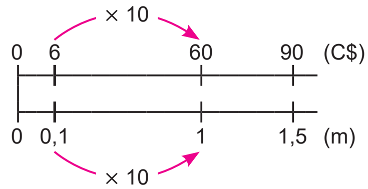
Solución

PO: 90 ÷ 1,5

$$
\begin{array}{ccc}
90 \div 1,5 & = & 60 \\
\downarrow \times 10 & & \uparrow \times 10 \\
90 \div 15 & = & 6
\end{array}
$$

R: 60 córdobas.

Como 1,5 m es 15 partes 0,1 m
0,1 m cuesta 6 córdobas.
Así que, 1 m cuesta 60 córdobas.



Conclusión

La división de un número natural entre un número decimal se calcula expresando el número decimal en décimas para dividir como si fuesen naturales. Luego, se expresa el cociente en décimas.

Ejemplo

a)
$$
\begin{array}{ccc}
48 \div 2,4 & = & 20 \\
\downarrow \times 10 & & \uparrow \times 10 \\
48 \div 24 & = & 2
\end{array}
$$

b)
$$
\begin{array}{ccc}
6 \div 0,2 & = & 30 \\
\downarrow \times 10 & & \uparrow \times 10 \\
6 \div 2 & = & 3
\end{array}
$$

Ejercicios

1. Divide:

a) 24 ÷ 1,2 b) 52 ÷ 1,3 c) 69 ÷ 2,3

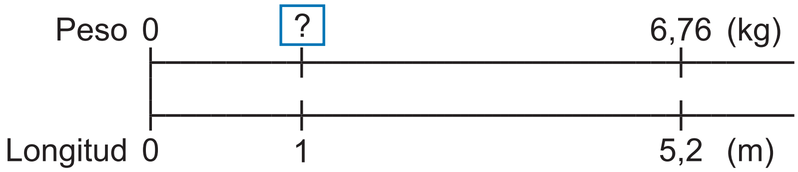
d) 9 ÷ 0,3 e) 7 ÷ 1,4 f) 8 ÷ 0,8

2. Escribe el PO y responde:
Una manguera de 1,5 m pesa 180 g, ¿cuántos gramos pesa 1 m de esta manguera?

Contenido 2: División de números decimales

Problema

Un tubo de hierro de 5,2 m de longitud pesa 6,76 kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este tubo?



Al multiplicar el dividendo y el divisor de una división por un mismo número, el cociente es el mismo.

$$\begin{array}{ccccc} 6 & \div & 2 & = & 3 \\ \downarrow \times 10 & & \downarrow \times 10 & & \\ 60 & \div & 20 & = & 3 \end{array}$$

Solución

PO: 6,76 ÷ 5,2

$$\begin{array}{ccccc} 6{,}76 & \div & 5{,}2 & = & 1{,}3 \\ \downarrow \times 10 & & \downarrow \times 10 & & \\ 67{,}6 & \div & 52 & = & 1{,}3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 67{,}6 & 52 \\ \cline{2-2} -52 & 1{,}3 \\ \cline{1-1} 15\,6 & \\ -15\,6 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

R: 1,3 kg.

Conclusión

Al multiplicar el dividendo y el divisor de una división por un mismo número, el cociente no cambia.

Ejemplo

$$\begin{array}{ccccc} 3{,}78 & \div & 1{,}8 & = & 2{,}1 \\ \downarrow \times 10 & & \downarrow \times 10 & & \\ 37{,}8 & \div & 18 & = & 2{,}1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 37{,}8 & 18 \\ \cline{2-2} -36 & 2{,}1 \\ \cline{1-1} 1\,8 & \\ -1\,8 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Ejercicios

1. Divide:
   a) 2,76 ÷ 2,3 b) 3,75 ÷ 1,5 c) 5,46 ÷ 4,2
   d) 7,14 ÷ 1,7 e) 5,07 ÷ 3,9 f) 5,44 ÷ 1,6

2. Escribe el PO y responde:
   Un alambre de 2,1 m pesa 7,56 g, ¿cuántos gramos pesa 1 m de este alambre?

Contenido 3: División de números decimales en forma vertical

Problema

Del contenido anterior, 6,76 ÷ 5,2 = 1,3. ¿Cómo escribir este cálculo en forma vertical?

Solución

PO: 6,76 ÷ 5,2

① Se mueve la coma decimal del divisor hasta que sea natural:

$$6{,}76 \;\big|\; \underline{5{,}2}$$

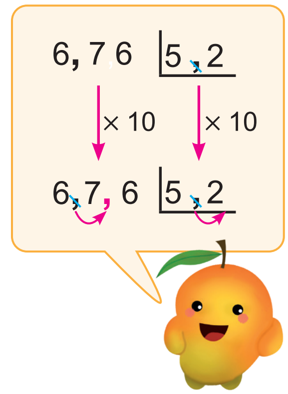
② Se mueve la coma decimal del dividendo hacia la derecha tantos espacios como se movió en el divisor:

$$6{,}7{,}6 \;\big|\; \underline{5{,}2}$$

③ Se divide como un número decimal entre un número natural:

$$\begin{array}{r|l} 6{,}7{,}6 & \underline{5{,}2} \\ -\;5\;2 & 1{,}3 \\ \hline 1\;5\;6 & \\ -\;1\;5\;6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Cociente: 1,3



Unidad 3

Conclusión

Para dividir dos números decimales se siguen los siguientes pasos:

① Se mueve la coma decimal del divisor hasta que sea natural.

② Se mueve la coma decimal del dividendo hacia la derecha tantos espacios como se movió en el divisor.

③ Se divide como un número decimal entre un número natural.

Ejemplo

a) 8,82 ÷ 2,1

$$\begin{array}{r|l} 8{,}8{,}2 & \underline{2{,}1} \\ -\;8\;4 & 4{,}2 \\ \hline 4\;2 & \\ -\;4\;2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

b) 2,46 ÷ 0,2

$$\begin{array}{r|l} 2{,}4{,}6 & \underline{0{,}2} \\ -\;2\;\;\;\;\; & 1\;2{,}3 \\ \hline 0\;4\;\; & \\ -\;\;\;4\;\; & \\ \hline 0\;6 & \\ -\;\;\;6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ejercicios

1. Divide en forma vertical:

a) 5,04 | 1,2 b) 3,92 | 2,8 c) 2,21 | 1,7

d) 1,89 ÷ 0,3 e) 5,46 ÷ 3,9 f) 8,68 ÷ 0,4

2. Escribe el PO y responde:
Un tubo de 1,4 m de longitud pesa 3,36 kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este tubo?

Unidad 3

Contenido 4: División de números decimales agregando cero

Problema 1

Divide 1,68 ÷ 5,6 en forma vertical.

Solución

```
   1,6,8 |5,6
 –     0  0,3
 ───────
   1 6 8
 – 1 6 8
 ───────
       0
```

Cociente: 0,3

Problema 2

Divide 9,8 ÷ 3,5 en forma vertical.

Solución

```
   9,8,0 |3,5
 – 7 0    2,8
 ───────
   2 8 0
 – 2 8 0
 ───────
       0
```

Cociente: 2,8

Conclusión

En una división de decimales, se agrega 0 en:

- Las unidades del cociente, si el dividendo es menor que el divisor.
- En el dividendo hasta obtener residuo 0.

Ejemplo

a) 0,4 ÷ 0,5

```
   0,4,0 |0,5
 –     0  0,8
 ───────
     4 0
   – 4 0
 ───────
       0
```

b) 8 ÷ 3,2

```
   8,0 0 |3,2
 – 6 4    2,5
 ───────
   1 6 0
 – 1 6 0
 ───────
       0
```

Ejercicios

1. Divide:

a) 1,28 |3,2 b) 3,44 |4,3 c) 2,3 |9,2 d) 4,65 ÷ 6,2

2. Divide:

a) 5,4 ÷ 4,5 b) 3,9 ÷ 1,5 c) 0,2 ÷ 0,5 d) 6 ÷ 2,4

Contenido 5: División entre un número decimal mayor o menor que 1

Problema

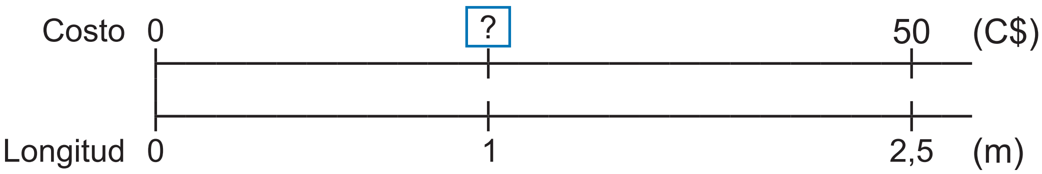
Julia compró 2,5 m de cinta roja por 50 córdobas y 0,8 m de cinta azul también por 50 córdobas.

a) ¿Cuánto cuesta 1 m de cinta roja? ¿Es mayor o menor que 50 córdobas?

b) ¿Cuánto cuesta 1 m de cinta azul? ¿Es mayor o menor que 50 córdobas?

Solución

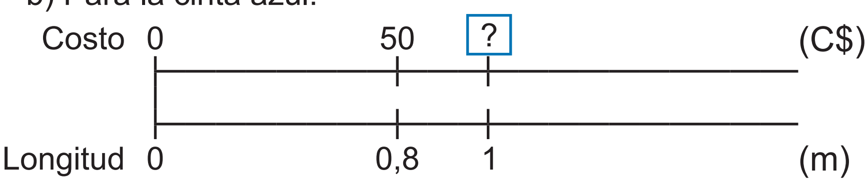
a) Para la cinta roja:




```
  5 0,0 |2,5
– 5 0     2 0
      0
```

PO: $50 \div 2,5$
R: 20 córdobas, es **menor** que 50 córdobas.

b) Para la cinta azul:




```
  5 0,0,0 |0,8
– 4 8       6 2,5
    2 0
  – 1 6
      4 0
    – 4 0
        0
```

PO: $50 \div 0,8$
R: 62,5 córdobas, es **mayor** que 50 córdobas.

Conclusión

El cociente es menor, si se divide entre un número decimal mayor que 1, y es mayor si se divide entre un número decimal menor que 1.

Ejemplo

Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que 1,8:

a) $1,8 \div 1,2$ b) $1,8 \div 0,6$ c) $1,8 \div 2,4$ d) $1,8 \div 0,2$ e) $1,8 \div 1$

R: b) y d), porque se divide por números decimales menores que 1.

Ejercicios

1. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente menor que 6:

a) $6 \div 0,2$ b) $6 \div 1,5$ c) $6 \div 0,3$ d) $6 \div 1,2$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que 2,4:

a) $2,4 \div 0,1$ b) $2,4 \div 1,2$ c) $2,4 \div 4,8$ d) $2,4 \div 0,5$

Unidad 3

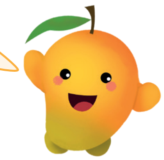
Sección 2: El residuo en una división con números decimales

Contenido 1: El residuo en una división con números decimales

Problema

Hay 2,3 L de jugo. Si se reparten equitativamente en picheles de 0,5 L, ¿cuántos picheles se llenan completamente? ¿Cuántos litros sobran?

Escribe el PO y calcula en forma vertical.

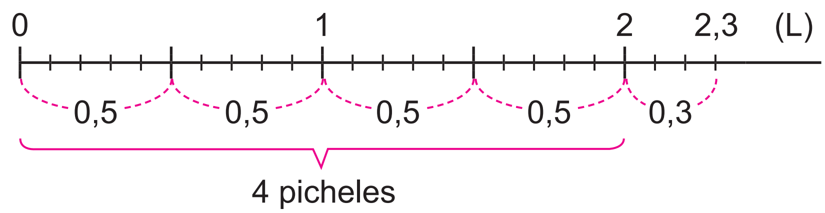


Solución

PO: 2,3 ÷ 0,5

$$\begin{array}{r|l} 2{,}3 & 0{,}5 \\ \cline{2-2} -\;2\;0 & 4 \\ \hline 0{,}3 & \end{array}$$

Cociente: 4
Residuo: 0,3



R: 4 picheles y sobran 0,3 L.

Conclusión

Al dividir números decimales, la coma decimal del residuo debe alinearse con la coma decimal del dividendo y su comprobación puede hacerse utilizando la expresión:

cociente × divisor + residuo = dividendo

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 2{,}3 & 0{,}5 \\ \cline{2-2} -\;2\;0 & 4 \\ \hline 0{,}3 & \end{array}$$

Comprobación:

4	×	0,5	+	0,3	=	2,3
cociente	×	divisor	+	residuo	=	dividendo

Ejemplo

Divide 14,9 ÷ 4,1 con cociente entero y comprueba:

$$\begin{array}{r|l} 1\;4{,}9 & 4{,}1 \\ \cline{2-2} -\;1\;2\;3 & 3 \\ \hline 2{,}6 & \end{array}$$

Cociente: 3
Residuo: 2,6

Comprobación: 3 × 4,1 + 2,6 = 14,9

Ejercicios

1. Divide con cociente entero y comprueba:

a) $2{,}5 \,\big|\, \underline{0{,}7}$ b) $9{,}7 \,\big|\, \underline{4{,}2}$ c) $15{,}6 \,\big|\, \underline{3{,}1}$

d) 4,9 ÷ 2,3 e) 36,1 ÷ 6,8 f) 51,2 ÷ 8,9

2. Escribe el PO y responde:
Hay 18,2 m de cinta. Si se dan 4,5 m a cada estudiante, ¿a cuántos estudiantes se les pueden repartir? ¿Cuántos metros de cinta sobran?

Contenido 2: División de números decimales redondeando el cociente

Problema

a) Comprueba que al dividir 1,2 ÷ 0,9 no se puede obtener residuo 0.
b) Redondea el cociente a las décimas.

Solución

a)
```
   1,2,0 0 |0,9
 –   9      1,3 3 ...
   -----
     3 0
   – 2 7
   -----
       3 0
     – 2 7
     -----
         3
```

Si se continúa dividiendo, siempre se tendrá 3 en alguna posición decimal.

b) Para redondear a las décimas se considera el cociente hasta las centésimas, así:

U	d	c
1 ,	3	3

3 < 5

Redondeado a las décimas **1,3**.

Conclusión

Si las cifras decimales del cociente se repiten, el cociente se puede redondear a la posición que se indique.

Ejemplo

Divide 1,7 ÷ 0,3 y redondea el cociente a las centésimas:

```
   1,7,0 0 0 |0,3
 – 1 5        5,6 6 6 ...
   -----
     2 0
   – 1 8
   -----
       2 0
     – 1 8
     -----
         2 0
       – 1 8
       -----
           2
```

U	d	c	m
5 ,	6	6	6

6 > 5

Redondeado a las centésimas **5,67**.

Ejercicios

1. Divide y redondea el cociente a las décimas:
   a) 2,5 ⟌ 1,5 b) 1,4 ⟌ 0,6 c) 1,3 ÷ 0,3

2. Divide y redondea el cociente a las centésimas:
   a) 2,31 ⟌ 0,9 b) 7,3 ⟌ 4,5 c) 5,1 ÷ 2,7

Unidad 3

Practiquemos lo aprendido

1. Divide hasta obtener residuo 0:

a) $24 \,\underline{)\,1,2}$ b) $0,3 \,\underline{)\,0,5}$ c) $6 \,\underline{)\,1,5}$

d) $5,88 \,\underline{)\,2,8}$ e) $9,3 \,\underline{)\,6,2}$ f) $2,92 \,\underline{)\,7,3}$

g) 4,9 ÷ 1,4 h) 8,5 ÷ 6,8 i) 7 ÷ 2,5

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente menor que 3,6:

a) 3,6 ÷ 2,4 b) 3,6 ÷ 0,9 c) 3,6 ÷ 1

d) 3,6 ÷ 0,12 e) 3,6 ÷ 3,6 f) 3,6 ÷ 1,8

3. Divide y redondea el cociente:

a) 2,8 ÷ 1,8 a las décimas b) 4,25 ÷ 1,5 a las centésimas

4. Escribe el PO y responde:

a) Ana dispone de 7,2 L de jugo y quiere repartirlos equitativamente en vasos de 0,9 L. ¿Cuántos vasos se necesitan?

b) Un tubo de hierro de 3,2 m de longitud pesa 4,8 kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este tubo?

c) Hay 12,3 m de cinta. Si se dan 2,4 m a cada estudiante, ¿a cuántos estudiantes se les pueden repartir? ¿Cuántos metros de cinta sobran?

Prueba de Unidad

1. Divide hasta obtener residuo 0:

a) $39 \,\big|\, \underline{1{,}3}$

b) $0{,}9 \,\big|\, \underline{0{,}5}$

c) $4{,}8 \,\big|\, \underline{3{,}2}$

d) $7{,}82 \,\big|\, \underline{2{,}3}$

e) $1{,}74 \div 2{,}9$

f) $1{,}2 \div 4{,}8$

2. Divide y redondea el cociente:

a) $1{,}4 \div 0{,}3$ a las décimas

b) $1{,}74 \div 0{,}9$ a las centésimas

3. Escribe el PO y responde:

Un tubo de 1,6 m de longitud pesa 3,84 kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este tubo?

Sección 1: Clasificación de cuerpos geométricos

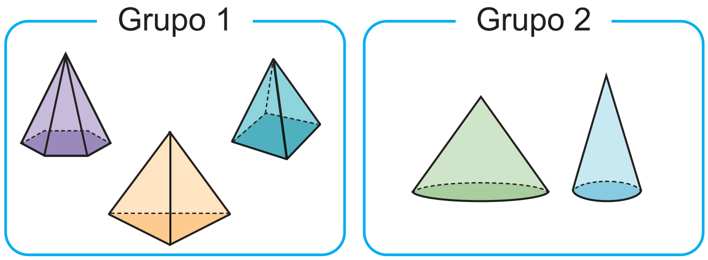
Contenido 1: Pirámide y cono

Problema

Natalia clasificó los sólidos en dos grupos:

a) ¿Qué características son comunes a los cuerpos de ambos grupos?

b) ¿Qué características son no comunes?



Solución

a) Tienen una sola base.
Tienen una cúspide.

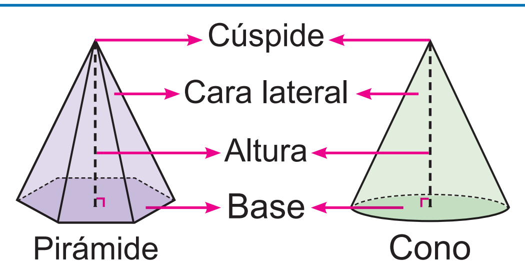
b)

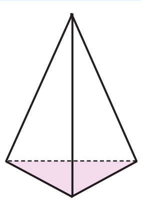
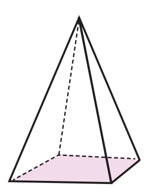
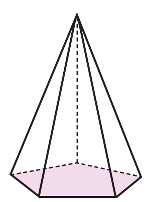
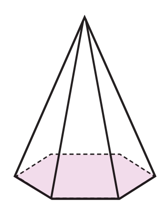
	Grupo 1	Grupo 2
Número de caras laterales	3 o más	1
Forma de caras laterales: Plano o curva	Plana	Curva

Las bases en el Grupo 1 son polígonos. Las bases en el Grupo 2 son círculos.

Conclusión

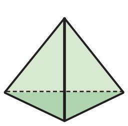
Los sólidos como los del Grupo 1 se llaman **pirámides** y sus caras laterales son triángulos.
Los sólidos como los del Grupo 2 se llaman **conos**.
Una pirámide se nombra de acuerdo con la forma de su base:

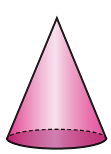


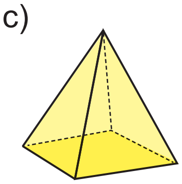
Pirámide triangular	Pirámide cuadrangular	Pirámide pentagonal	Pirámide hexagonal
			
Base es un triángulo	Base es un cuadrilátero	Base es un pentágono	Base es un hexágono

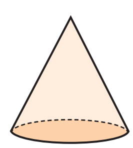
Ejercicios

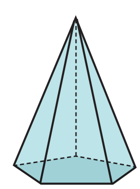
1. Clasifica los sólidos en pirámides y conos. Luego, escribe el nombre de cada uno.

a) 

b) 

c) 

d) 

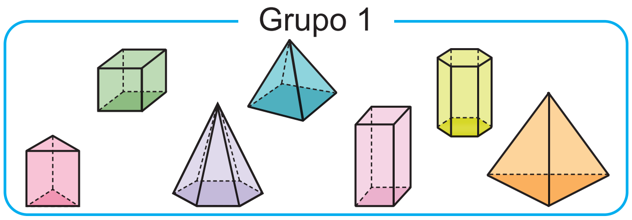
e) 

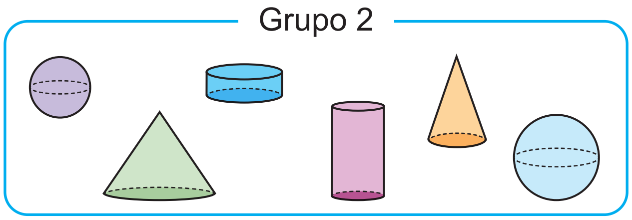
2. Busca objetos de tu entorno que tengan forma de conos y formas de pirámides.

Contenido 2: Clasificación de cuerpos geométricos

Problema

Natalia clasificó los sólidos en dos grupos:





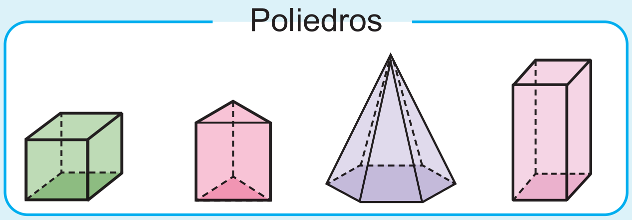
¿Qué características consideró para hacer esa clasificación?

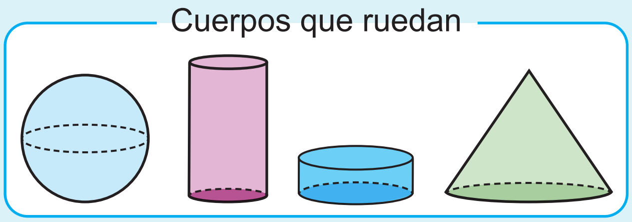
Solución

Grupo 1	Todas sus caras son planas.
Grupo 2	Tienen caras curvas.

Conclusión

Los sólidos rodeados por caras planas se llaman **poliedros**. Los sólidos rodeados por caras curvas o caras curvas y planas se llaman **cuerpos que ruedan**.

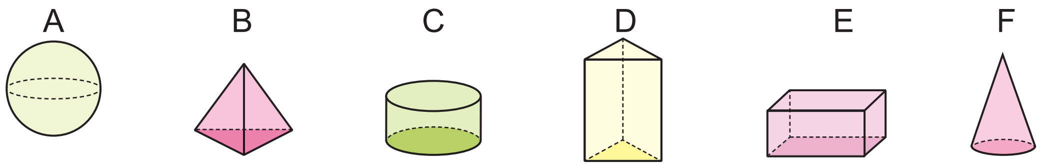




Los prismas y pirámides son ejemplos de poliedros. La esfera, el cilindro y el cono son ejemplos de cuerpos que ruedan.

Ejercicios

1. Dados los cuerpos geométricos, responde:
   a) ¿Cuáles son poliedros y cuáles son los cuerpos que ruedan?
   b) ¿Cuál es el nombre de cada figura?



2. Completa la tabla considerando las figuras B, D y E del ejercicio 1.

	Figura B	Figura D	Figura E
Número de bases			
Forma de la(s) base(s)			
Forma de caras laterales			
Número de vértices			
Número de caras laterales			

Sección 2: Desarrollo plano

Contenido 1: Desarrollo plano de una pirámide

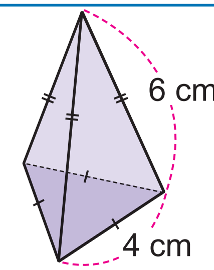
Problema

Dada la perspectiva de la pirámide triangular:

a) ¿Qué forma tienen las caras laterales?

b) ¿Qué forma tiene la base?

c) Dibuja un desarrollo plano de este.



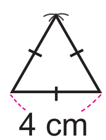
Solución

a) Triángulos isósceles con base de 4 cm y lados de 6 cm.

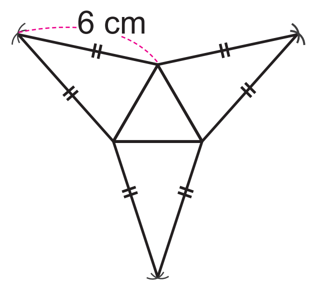
b) Triángulo equilátero.

c) Con un compás se dibuja el triángulo equilátero que corresponde a la base. Luego sobre cada lado, se dibuja un triángulo isósceles que corresponde a las caras laterales.

(1) Dibuja la base con regla y compás



(2) Dibuja las caras laterales

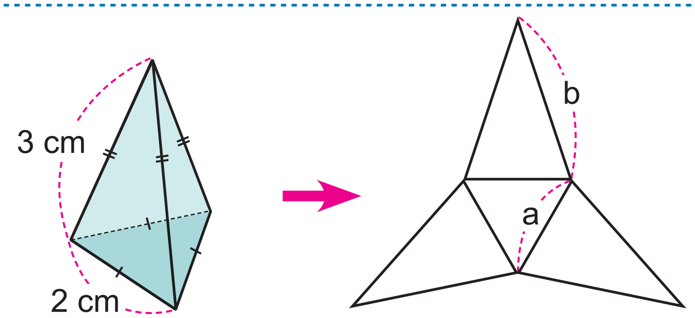


Conclusión

El desarrollo plano de una pirámide indica las características de la base y las caras laterales.

Ejercicios

1. Dada la perspectiva y desarrollo plano de la pirámide, escribe los valores de a y b para el desarrollo plano que se muestra.

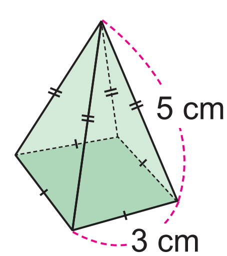


2. Dada la perspectiva de la pirámide con base cuadrada:

a) ¿Qué forma tienen las caras laterales?

b) ¿Qué forma tiene la base?

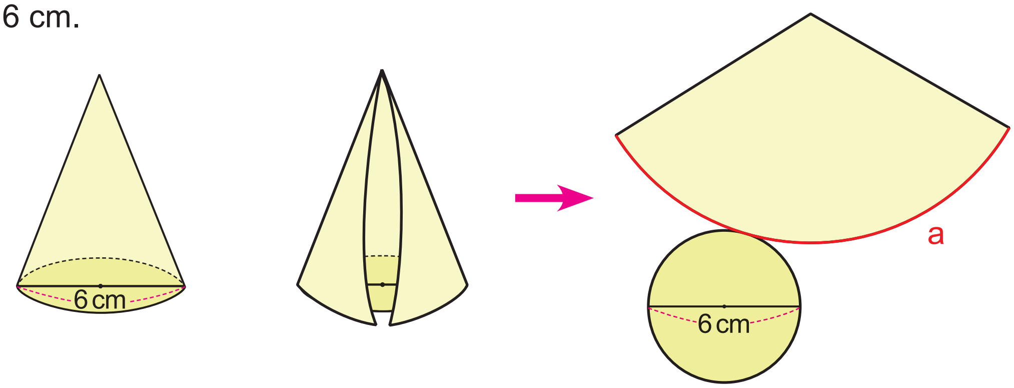
c) Dibuja un desarrollo plano con regla y compás.



Contenido 2: Desarrollo plano de un cono

Problema

En la figura se muestra la perspectiva y el desarrollo plano de un cono cuya base tiene un diámetro de 6 cm.



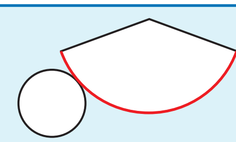
a) ¿Cuál es la forma de la cara lateral si se abre el cono?
b) ¿Con quién coincide la longitud del arco a?
c) ¿Cuál es el valor de a?

Solución

a) Un sector circular.
b) Con la longitud de la circunferencia de la base.
c) a = 3,14 $\times$ 6 = 18,84 (cm).

Conclusión

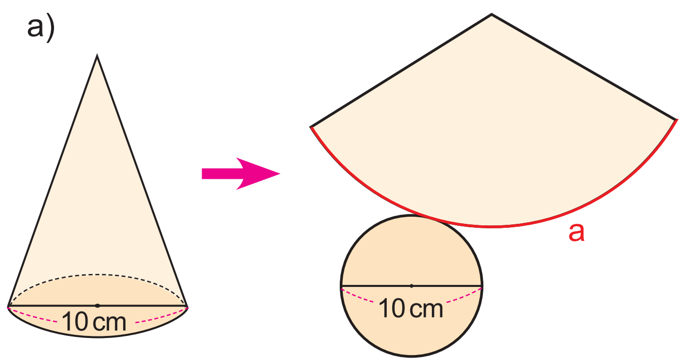
En el desarrollo plano de un cono, la cara lateral es un sector circular cuya longitud del arco que lo limita es la longitud de la circunferencia de la base.



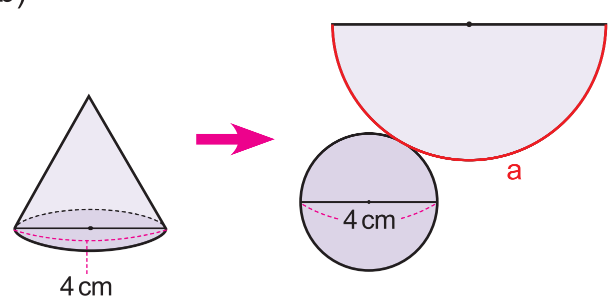
Ejercicios

Dada la perspectiva y el desarrollo plano de un cono, escribe la longitud de a.

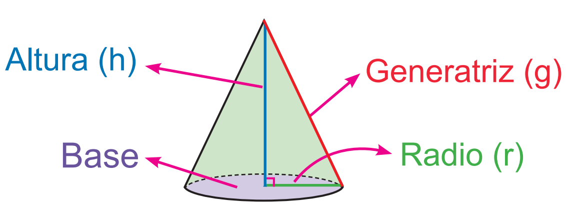
a)



b)



Más información

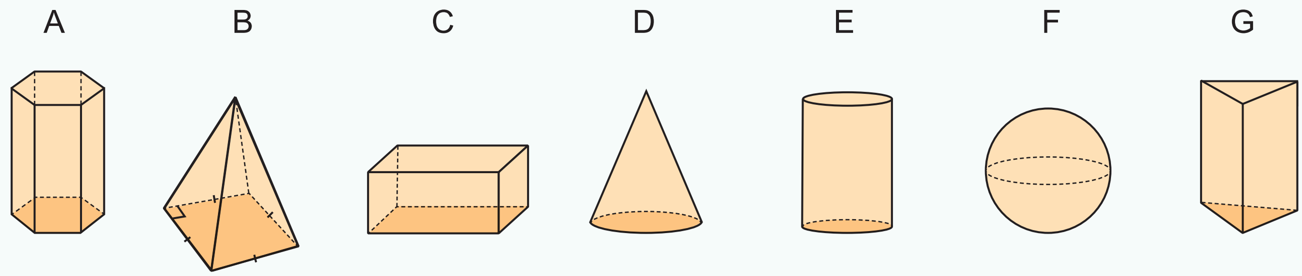


La **generatriz** es una línea recta que une la cúspide con un punto de la circunferencia de la base.

Unidad 4

Practiquemos lo aprendido

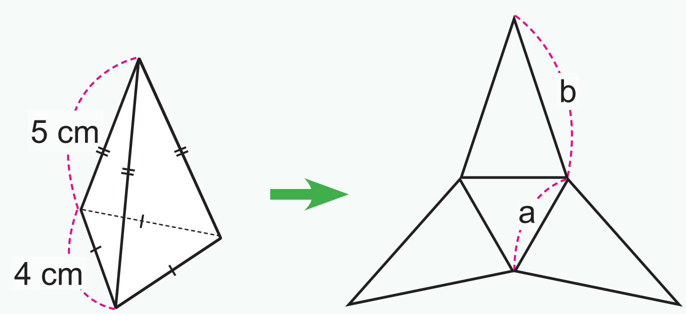
1. Dados los cuerpos geométricos, responde:
   a) ¿Cuáles son poliedros y cuáles son cuerpos que ruedan?
   b) ¿Cuál es el nombre de cada figura?



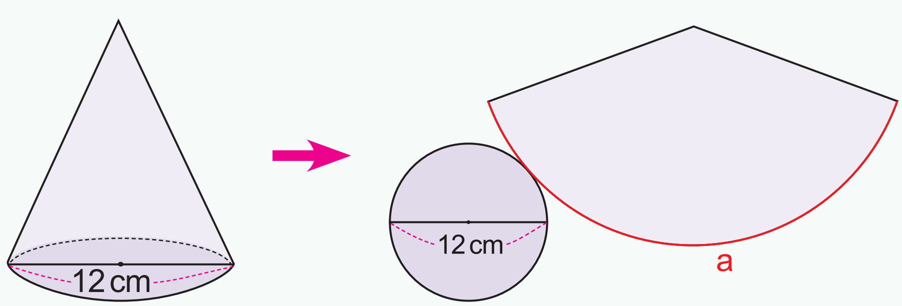
2. Completa la tabla considerando las figuras A, B, C y G del ejercicio 1.

	Figura A	Figura B	Figura C	Figura G
Número de bases				
Forma de la(s) base(s)				
Forma de caras laterales				
Número de vértices				
Número de caras laterales				

3. Dada la perspectiva y desarrollo plano de la pirámide, escribe los valores de a y b para el desarrollo plano que se muestra.



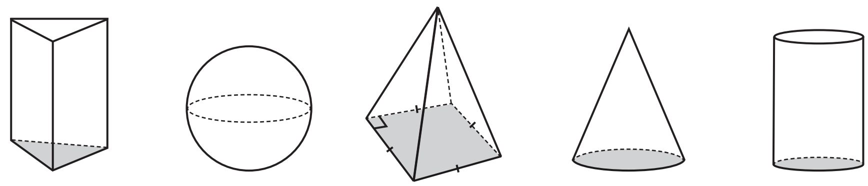
4. Dada la perspectiva y el desarrollo plano de un cono, escribe la longitud de a.



Prueba de Unidad

1. Dados los cuerpos geométricos ¿cuáles son poliedros y cuáles son cuerpos que ruedan?

A B C D E



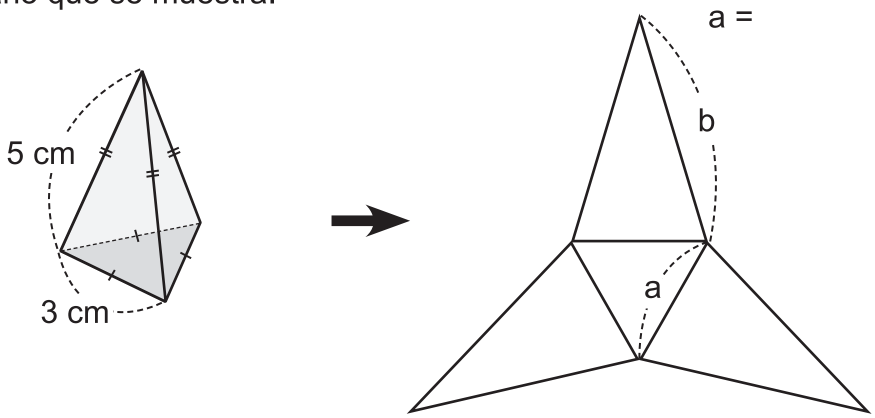
Poliedros: Cuerpos que ruedan:

2. Complete la tabla considerando las figuras C y D del ejercicio 1.

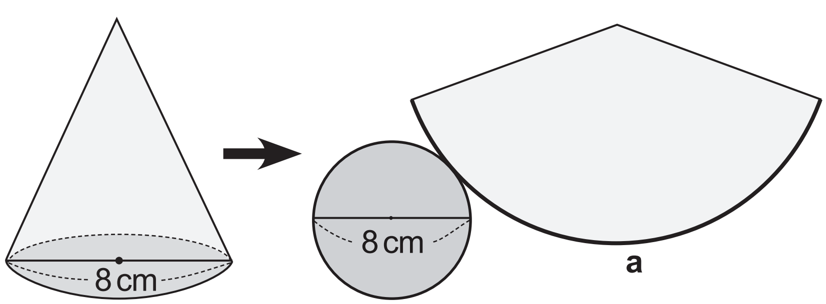
	Figura C	Figura D
Número de bases		
Forma de la(s) base(s)		

3. Dada la perspectiva y desarrollo plano de la pirámide, escribe los valores de a y b para el desarrollo plano que se muestra.

a = b =



4. Dada la perspectiva y desarrollo plano del cono, escribe el proceso de cálculo y responde la longitud de a.



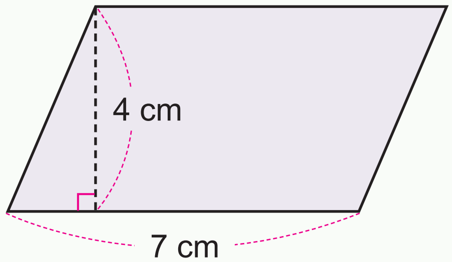
Área

Recordemos

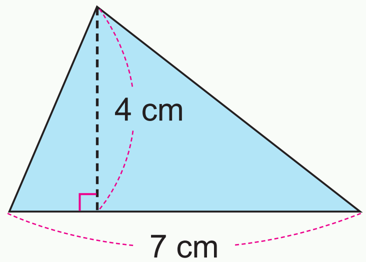
Ejemplo

Calcula el área de las siguientes figuras:

a) paralelogramo



b) triángulo



Área del paralelogramo = base × altura
= 7 × 4
= 28

R: 28 cm².

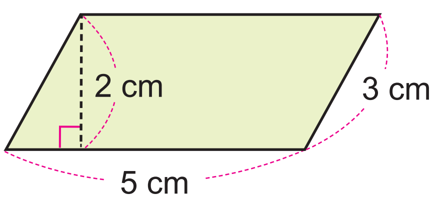
Área de triángulo = base × altura ÷ 2
= 7 × 4 ÷ 2
= 14

R: 14 cm².

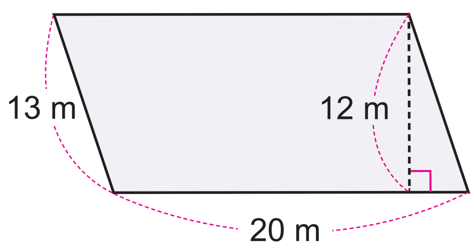
Ejercicios

1. Calcula el área de los siguientes paralelogramos:

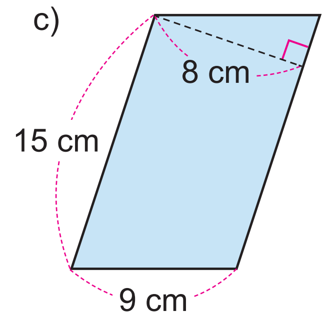
a)



b)

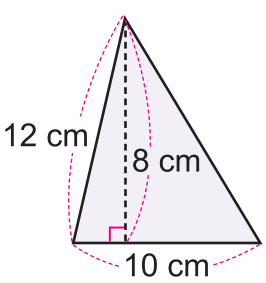


c)

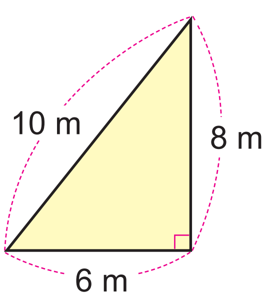


2. Calcula el área de los siguientes triángulos:

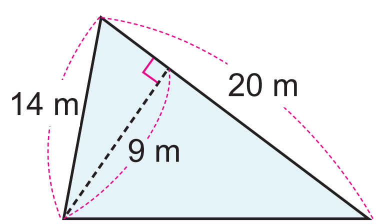
a)



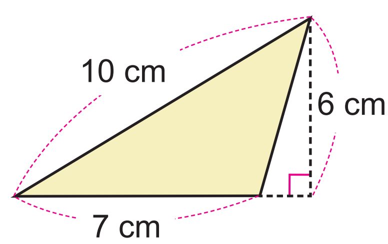
b)



c)



d)

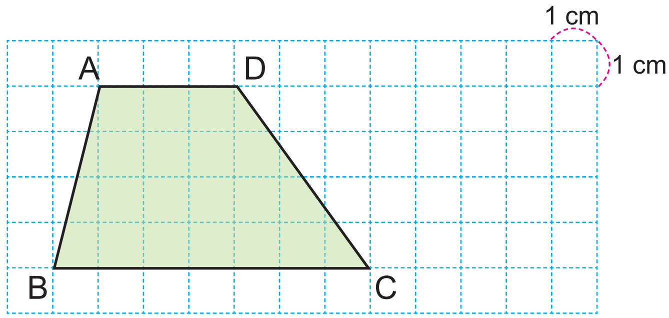


Sección 1: Área de cuadriláteros

Contenido 1: Área del trapecio

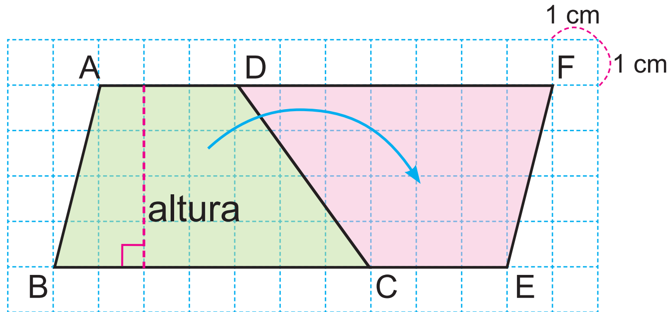
Problema

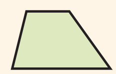
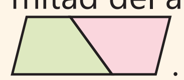
Calcula el área del trapecio ABCD:



Solución

Se puede calcular transformando en un paralelogramo:



Área del  es la mitad del área del .

Si se duplica el trapecio ABCD a como se muestra arriba, el área se calcula como:

(1) Longitud del lado BE es

$BE = BC + CE = 7 + 3 = 10$

10 cm.

(2) Área del paralelogramo ABEF es

$(7 + 3) \times 4 = 40$

40 cm^2.

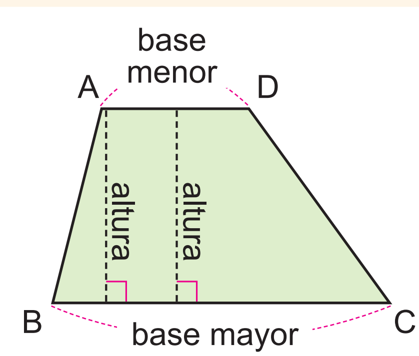
(3) Como el trapecio ABCD es la mitad del paralelogramo, su área es

$40 \div 2 = 20$

R: 20 cm^2.

BC se denomina **base mayor** y AD **base menor** del trapecio.

La altura del trapecio ABCD es la longitud de las líneas perpendiculares trazadas entre los lados BC y AD. Estas líneas tienen siempre la misma longitud.



Conclusión

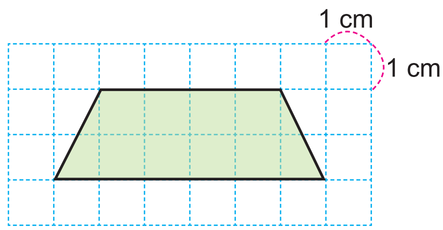
El área del trapecio se calcula con la fórmula:

Área del trapecio = (base mayor + base menor) × altura ÷ 2

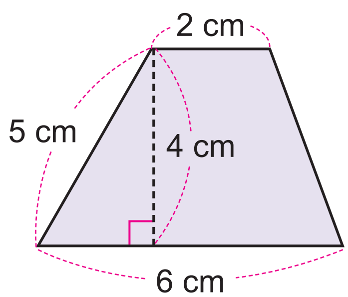
Ejercicios

Calcula el área de cada trapecio:

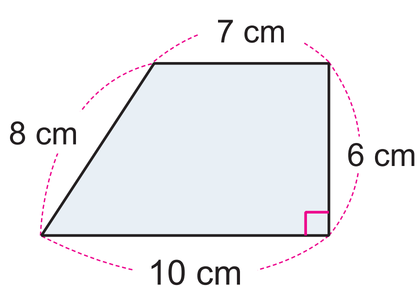
a)



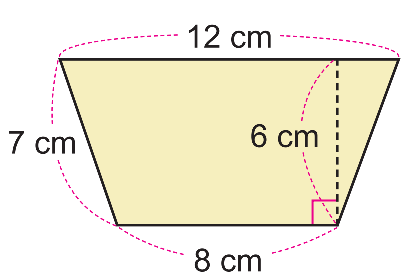
b)



c)



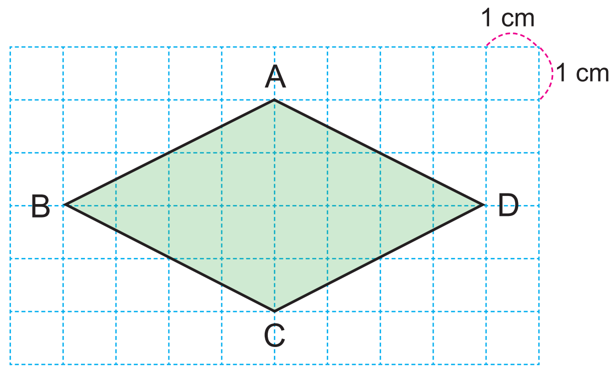
d)



Contenido 2: Área del rombo

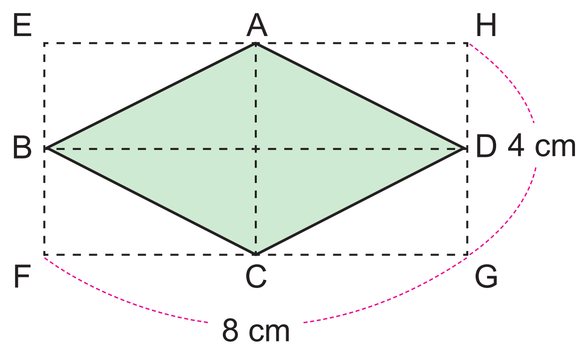
Problema

Calcula el área del rombo:

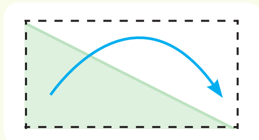


Solución

Al considerar el rombo como la mitad del rectángulo EFGH:



Los triángulos tienen la misma área:



El triángulo sombreado es la mitad del rectángulo.

(1) Área del rectángulo EFGH es

$$8 \times 4 = 32$$

$$32 \text{ cm}^2$$

(2) Como el rombo es la mitad del rectángulo, su área es

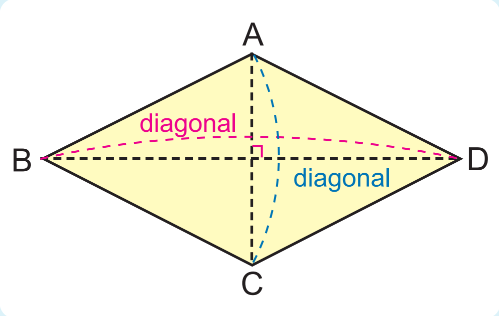
$$32 \div 2 = 16$$

R: 16 cm^2.

Conclusión

Se puede calcular el área de un rombo como:

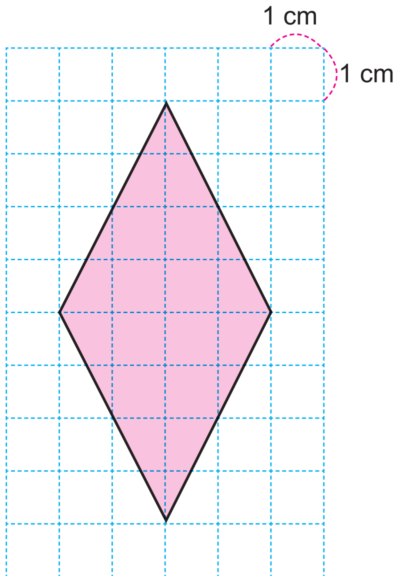
Área del rombo = diagonal × diagonal ÷ 2



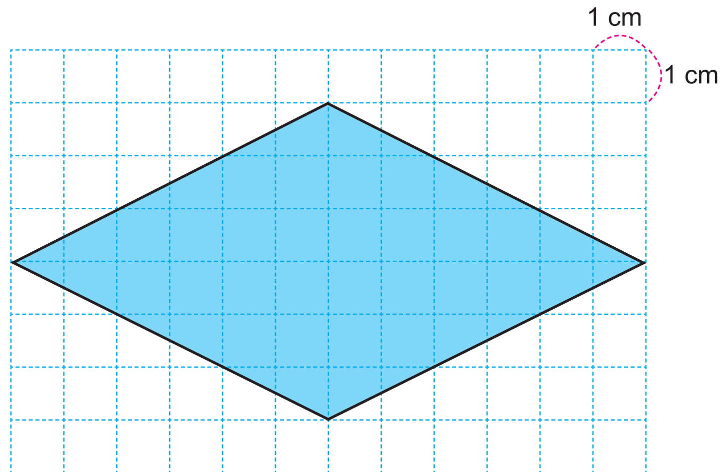
Ejercicios

Calcula el área de cada rombo:

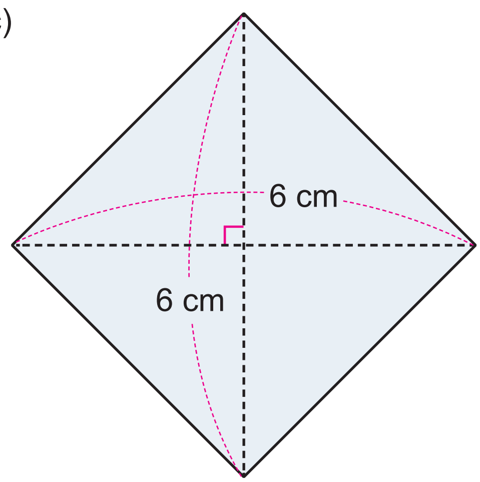
a)



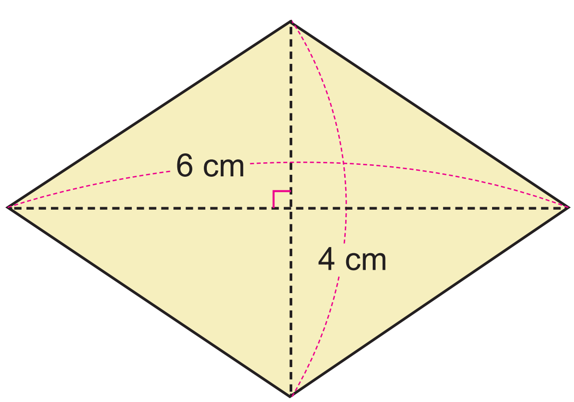
b)



c)



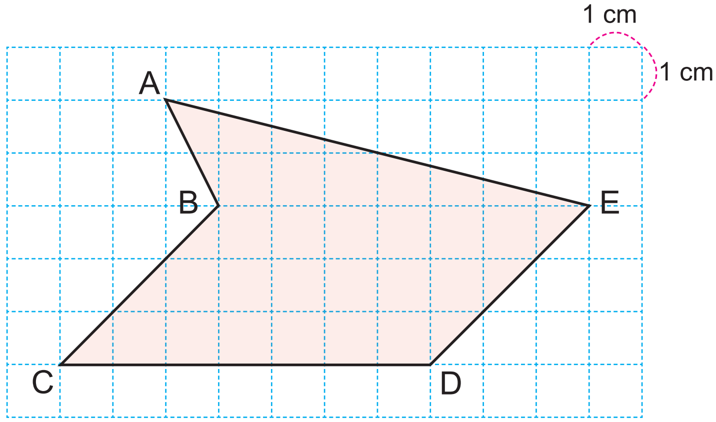
d)



Contenido 3: Área de figuras compuestas

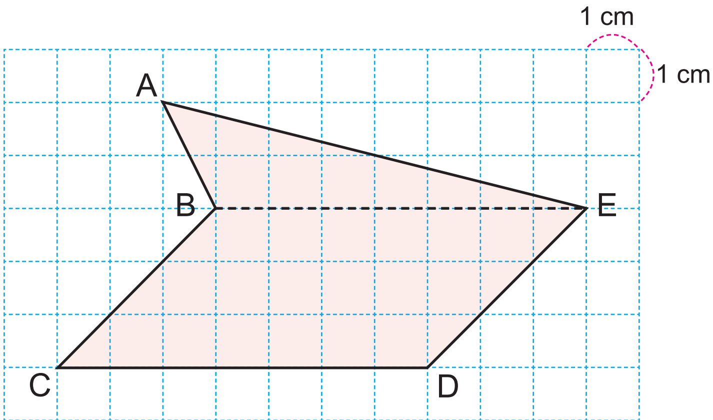
Problema

Calcula el área del polígono:



Solución

Podemos dividir en un triángulo y un paralelogramo:



Se tiene:

(1) Área del triángulo ABE = $7 \times 2 \div 2 = 7$ 7 cm^2.

(2) Área del paralelogramo BCDE = $7 \times 3 = 21$ 21 cm^2.

Así, el área a calcular es:

(3) Área del polígono ABCDE = Área de ABE + Área de BCDE

= 7 + 21

= 28

R: 28 cm^2.

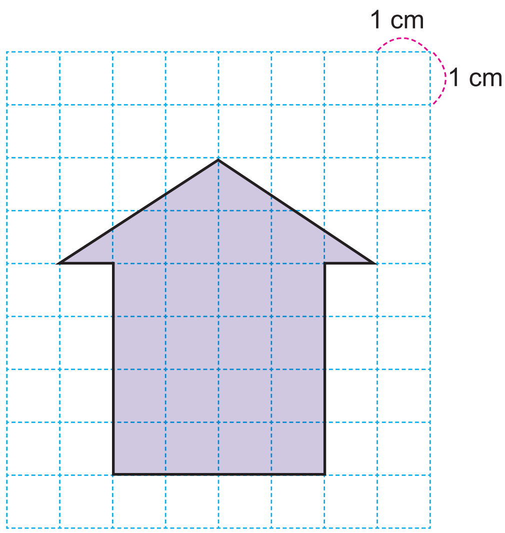
Conclusión

Se puede calcular el área de un polígono usando el área de triángulos y cuadriláteros.

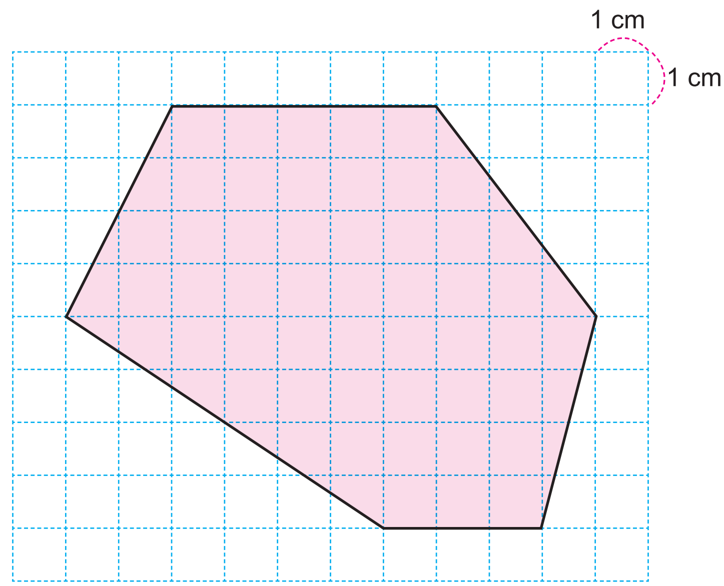
Ejercicios

Calcula el área coloreada:

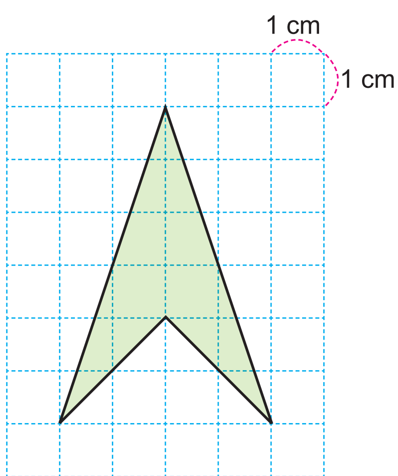
a)



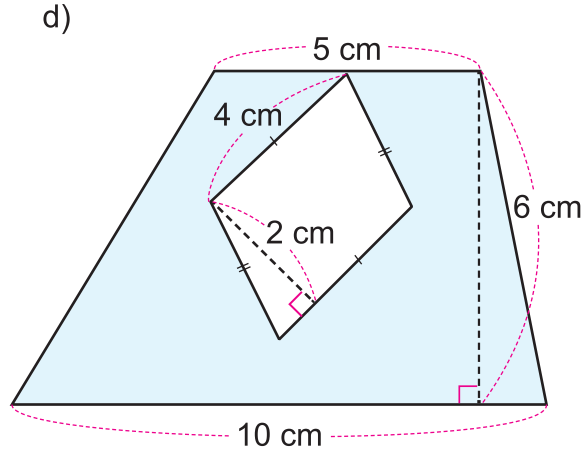
b)



c)



d)



Pista para el inciso d): Al área del trapecio restar el área del paralelogramo.

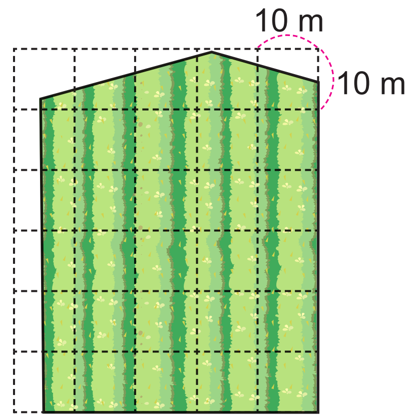
Unidad 5

Sección 2: Estimación de área

Contenido 1: Estimación de área mediante figuras conocidas (1)

Problema

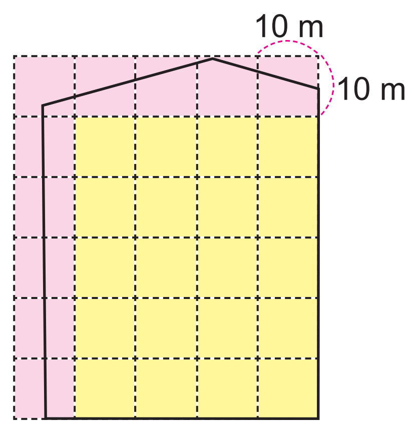
Un terreno como el de la figura se destinará para cultivo.
¿Cómo se puede calcular el área de dicho terreno?



Observa que el terreno no encaja perfectamente en las cuadrículas.
¿Qué podríamos hacer para aproximar su área?

Solución

Localice los cuadrados completos dentro del terreno (amarillo) y los incompletos en el borde (rosado).



(1) Hay 20 cuadros amarillos. Cada uno mide $10 \times 10 = 100$. Entonces el área amarilla es $20 \times 100 = 2000$.

(2) Hay 10 cuadros rosados. Estimamos que cada uno representa la mitad de un cuadro completo. El área rosada es

$$10 \times 100 \div 2 = 1000 \div 2 = 500$$

(3) El área total aproximada es

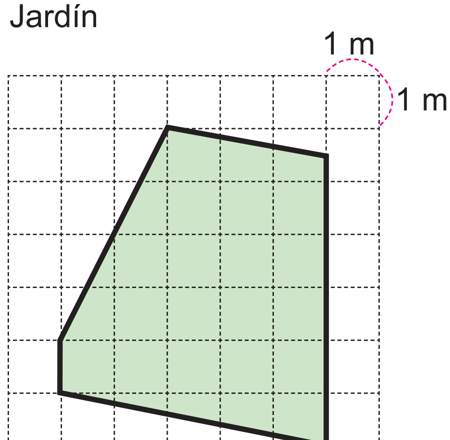
$$2000 + 500 = 2500$$

R: Aproximadamente 2500 m^2.

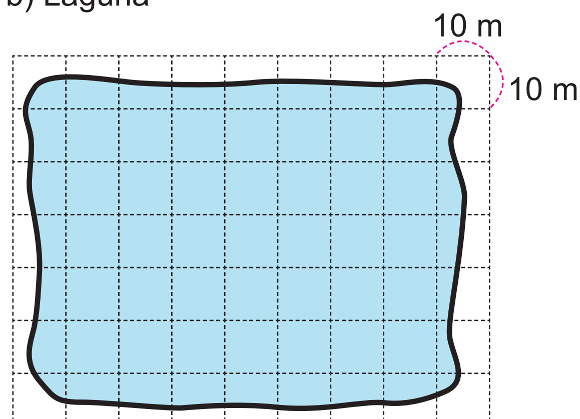
Ejercicios

Aproxima el área de cada figura:

a) Jardín



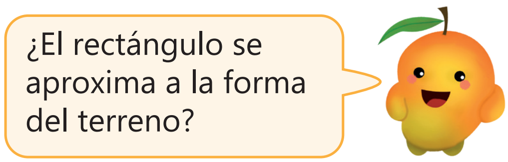
b) Laguna

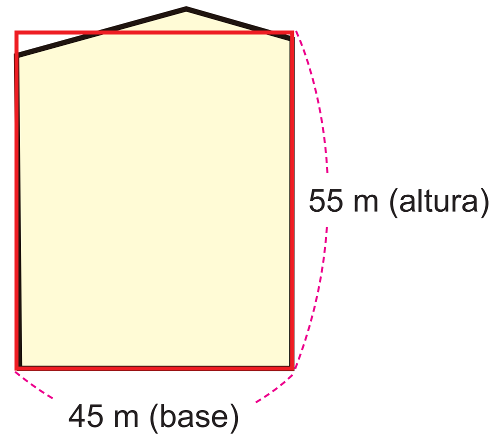


Contenido 2: Estimación de área mediante figuras conocidas (2)

Problema

Si el terreno del problema en el contenido anterior se considera como un rectángulo, ¿cuál es su área aproximada?





Solución

Se calcula el área del rectángulo:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \text{base} \times \text{altura} \\ &= 45 \times 55 \\ &= 2475 \end{aligned}$$

R: Aproximadamente 2475 m^2.

Conclusión

Se puede aproximar el área de una superficie, considerando figuras geométricas conocidas.

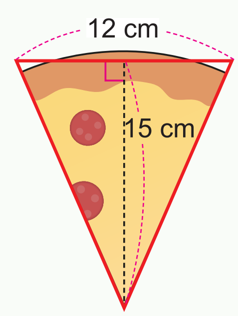
Ejemplo

¿Cuál es el área aproximada del trozo de pizza?

La figura se parece a un triángulo cuya base mide 12 cm y su altura 15 cm. Entonces, su área se calcula como

$$\text{Área} = 12 \times 15 \div 2 = 90$$

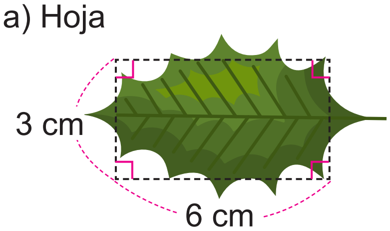
R: Aproximadamente 90 cm^2.



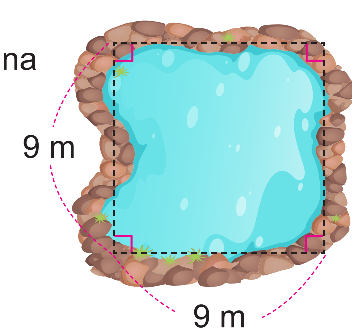
Ejercicios

Aproxima el área de cada figura:

a) Hoja



b) Laguna



Unidad 5

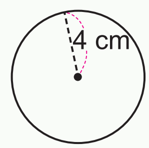
Sección 3: Área del círculo

Contenido 1: Elementos de la circunferencia

Ejemplo

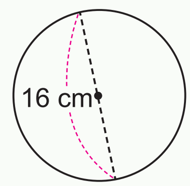
Encuentra lo siguiente:

a) El diámetro de un círculo que tiene radio 4 cm.

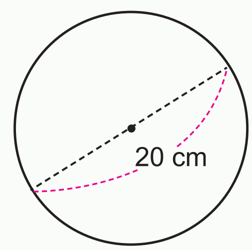


Se tiene que 2 × 4 = 8, así que el diámetro mide 8 cm.

b) El radio de un círculo que tiene diámetro 16 cm.



Se tiene que 16 ÷ 2 = 8, así el radio es 8 cm.



c) La longitud de la circunferencia de un círculo que tiene diámetro 20 cm.

Se tiene que

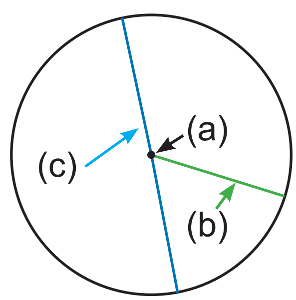
3,14 × 20 = 62,8

Así la circunferencia es 62,8 cm.

La longitud de la circunferencia es:
Longitud = 3,14 × diámetro

Ejercicios

1. Escribe el nombre del elemento señalado:

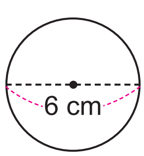


2. Calcula el diámetro de cada círculo que tiene radio de longitud:
   a) 5 cm b) 8 cm

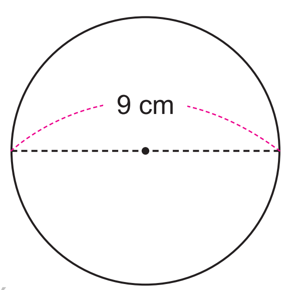
3. Calcula el radio de cada círculo que tiene diámetro:
   a) 10 cm b) 14 cm

4. Calcula la longitud de cada circunferencia:

a)



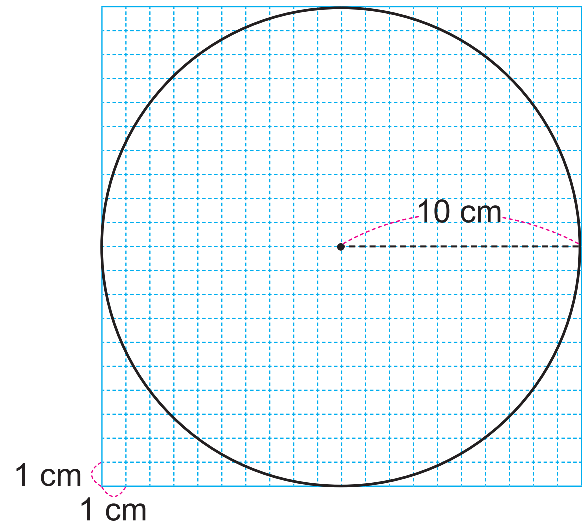
b)



Contenido 2: Estimación del área del círculo (1)

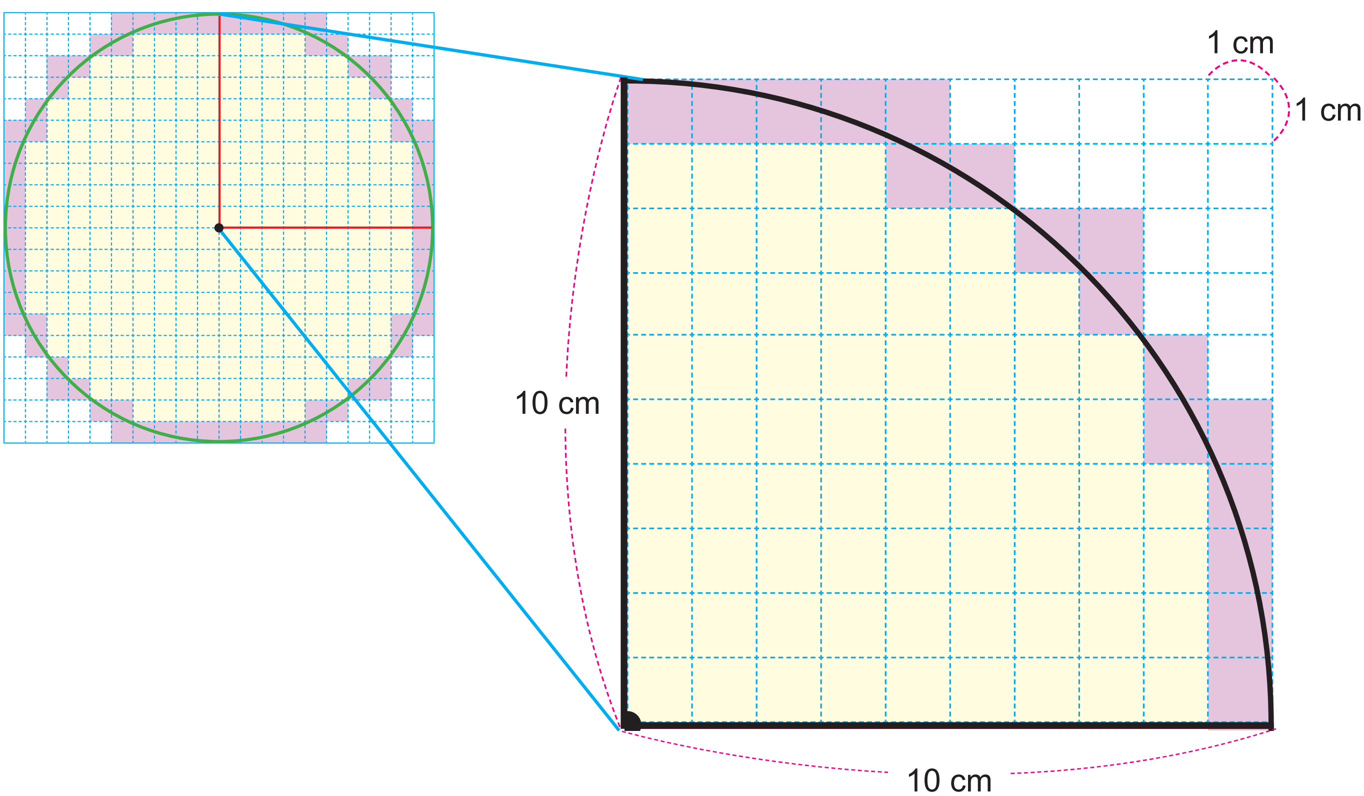
Estimación del área del círculo

Vamos a estimar el área del círculo de la derecha.



Problema

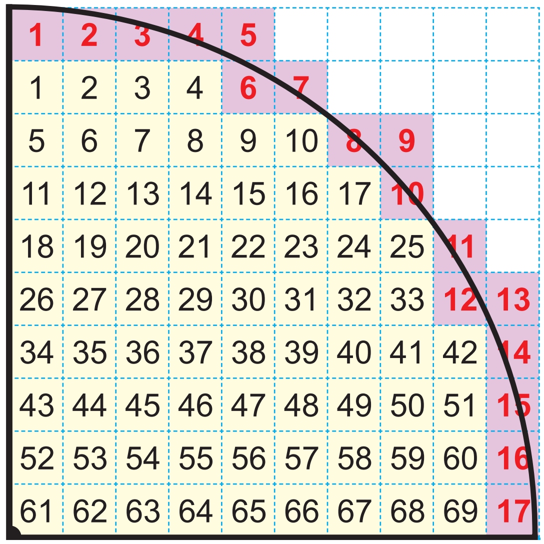
Calculemos el área aproximada de un cuarto del círculo.



Solución

Contemos los cuadrados en amarillo, y los que están en el borde:

El área de un ⬚ de lado 1 cm, es 1 cm^2.



El número de cuadrados ⬚ es 69, lo que da un área de 69.

El número de cuadrados ⬚ es 17, contamos cada uno de estos como la mitad de un cuadrado, lo que da un área de 17 ÷ 2 = 8,5.

El área del cuarto de círculo se calcula con la suma

$$69 + 8{,}5 = 77{,}5$$

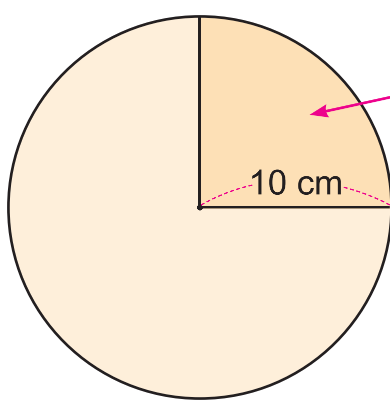
Entonces, su área es 77,5 cm^2.

Conclusión

Se puede aproximar el área de un círculo utilizando cuadrados de lado 1 cm.

Ejercicios

Usando la información obtenida en el problema, ¿cuál es el área aproximada del círculo?



Aproximadamente 77,5 cm^2

Unidad 5

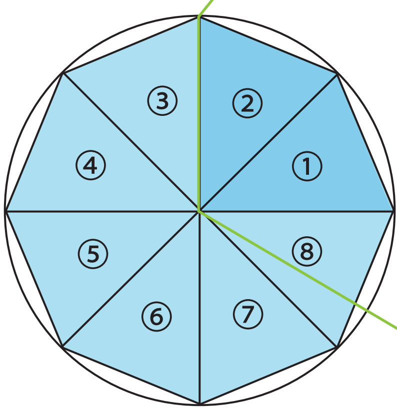
Contenido 3: Estimación del área del círculo (2)

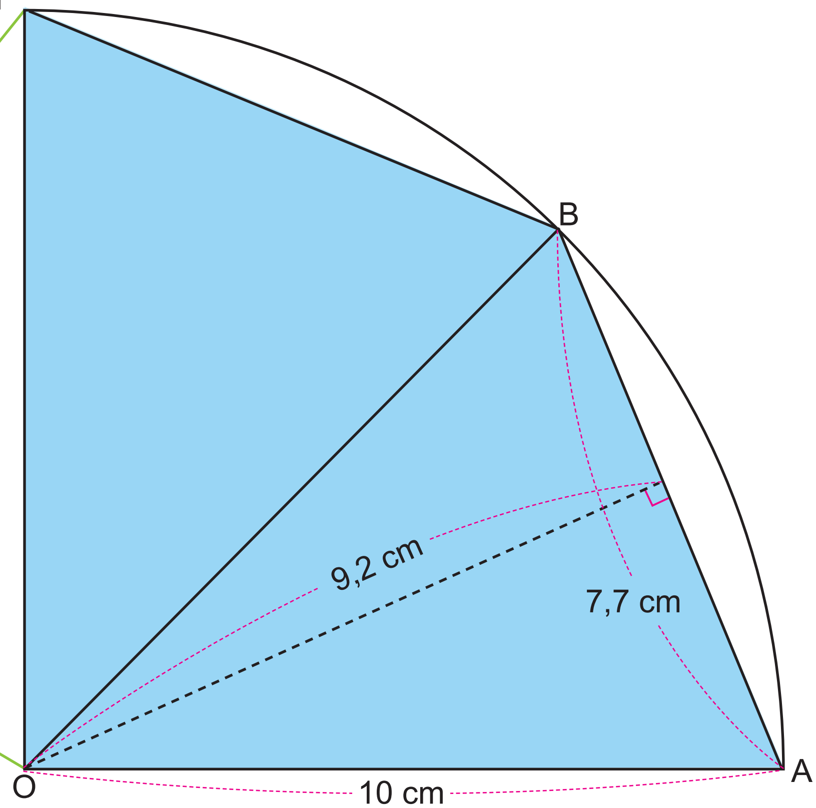
Problema

En el interior del círculo de radio 10 cm se ha trazado un octágono regular,

a) ¿cuál es el área del triángulo OAB?

b) ¿cuál es el área del octágono regular?





Solución

a) Para el área del triángulo OAB:

$$\text{Área} = 7{,}7 \times 9{,}2 \div 2 = 35{,}42$$

R: 35,42 cm^2.

b) En el octágono hay 8 triángulos de igual área que la del triángulo OAB, entonces

$$\text{Área} = 8 \times 35{,}42 = 283{,}36$$

R: 283,36 cm^2

El octágono regular no cubre todo el círculo, hay pequeñas partes que sobran, así que el área del círculo es mayor a la del octágono regular (es mayor a 283,36 cm^2).

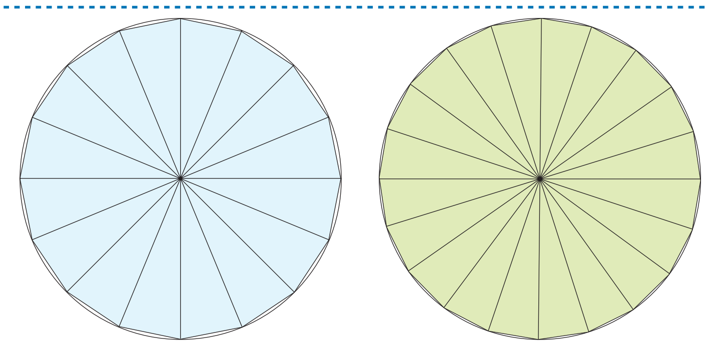
Conclusión

Se puede aproximar el área del círculo utilizando el área de polígonos regulares.

Ejercicios

En los círculos de radio 10 cm de la derecha se han trazado polígonos de 16 lados y de 20 lados,

¿Cuál de los polígonos tiene un área más próxima a la del círculo: el de 8, el de 16 o el de 20 lados? ¿Por qué?



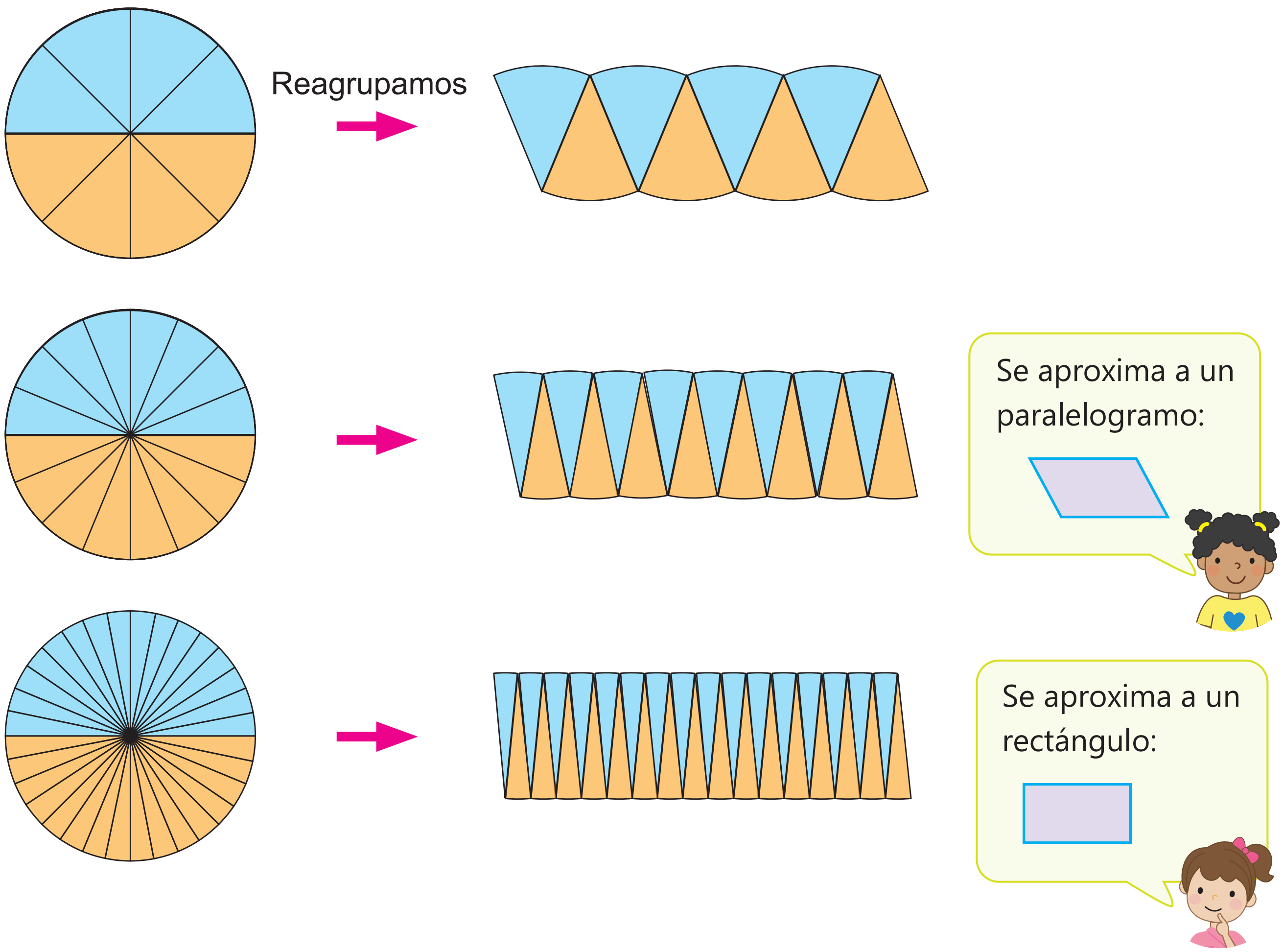
Unidad 5

Contenido 4: Fórmula del área del círculo

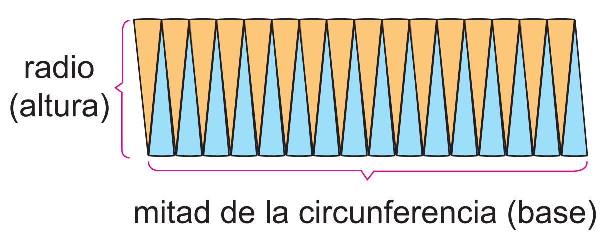
Actividad

Observa los diagramas siguientes y piensa en la fórmula para calcular el área de un círculo.

Si se considera dividir el círculo en piezas cada vez más pequeñas, y luego reagruparlas, estas tienden a conformar una figura conocida:



La figura se parece cada vez más a un rectángulo, cuya altura es el radio de la circunferencia y y la base es la mitad de la circunferencia:



Se tiene:

$$\begin{aligned}\text{Mitad de la circunferencia} &= 3{,}14 \times \text{diámetro} \div 2, \\ &= 3{,}14 \times \text{radio} \times 2 \div 2 \\ &= 3{,}14 \times \text{radio}\end{aligned}$$

Así que,

$$\begin{aligned}\text{Área del círculo} &= \underset{\text{(base)}}{\text{mitad de la circunferencia}} \times \underset{\text{(altura)}}{\text{radio}} \\ &= 3{,}14 \times \text{radio} \times \text{radio}\end{aligned}$$

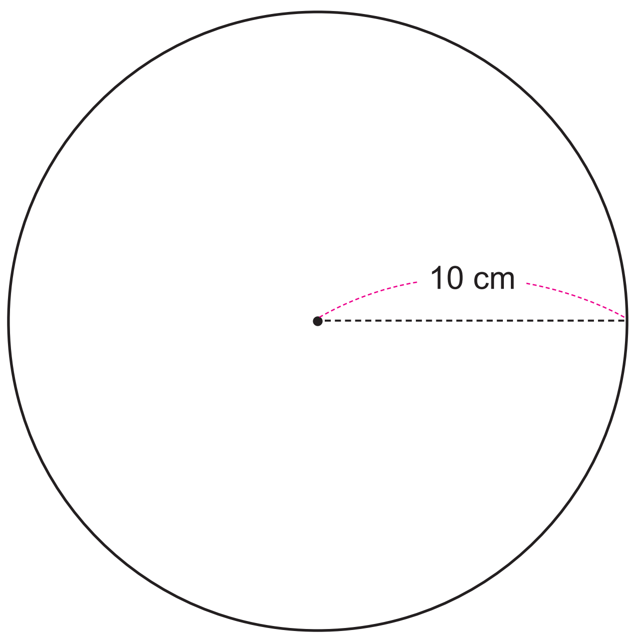
Conclusión

Fórmula del área del círculo

Área = 3,14 × radio × radio

Ejercicios

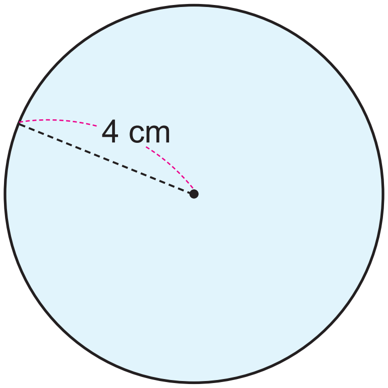
Calcula el área del círculo de radio 10 cm usando la fórmula anterior.



Contenido 5: Área del círculo

Problema

El siguiente círculo tiene radio 4 cm. ¿Cuál es su área?



Solución

El radio del círculo es 4 cm. El área del círculo se calcula con la fórmula:

$$\text{Área} = 3{,}14 \times \text{radio} \times \text{radio}$$

Entonces,

$$\begin{aligned}\text{Área} &= 3{,}14 \times 4 \times 4\\ &= 3{,}14 \times 16\\ &= 50{,}24\end{aligned}$$

R: 50,24 cm^2.

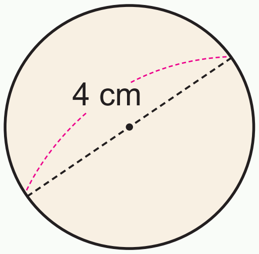
Ejemplo

¿Cuál es el área del círculo?

Como el diámetro es 4 cm, el radio es 2 cm, así que

$$\begin{aligned}\text{Área} &= 3{,}14 \times 2 \times 2\\ &= 3{,}14 \times 4\\ &= 12{,}56\end{aligned}$$

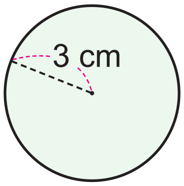
R: 12,56 cm^2.



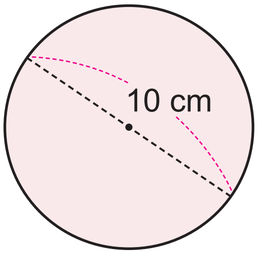
Ejercicios

1. Encuentra el área de cada figura:

a)



b)



2. Calcula el área del círculo en cada caso:

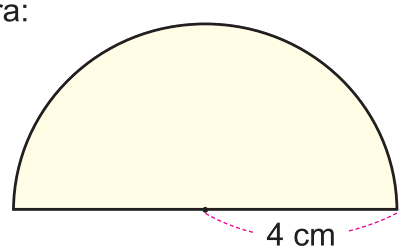
a) Su radio mide 6 cm.

b) Su diámetro mide 14 cm.

Contenido 6: Área de sectores circulares

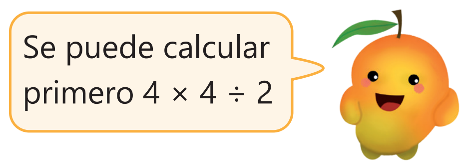
Problema

Calcula el área de la siguiente figura:



Solución

La figura es la mitad de un círculo, así que se divide entre 2:



$$\begin{aligned} \text{Área} &= 3{,}14 \times 4 \times 4 \div 2 \\ &= 3{,}14 \times 8 \\ &= 25{,}12 \end{aligned}$$

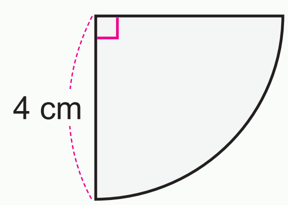
R: 25,12 cm^2.

Conclusión

Se puede calcular el área de sectores circulares dividiendo el área de un círculo completo.

Ejemplo

¿Cuál es el área de la siguiente figura?



La figura es un cuarto de círculo, así que se divide entre 4:

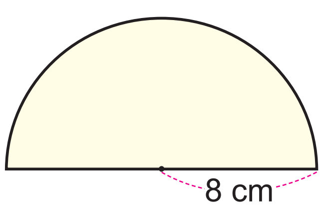
$$\begin{aligned} \text{Área} &= 3{,}14 \times 4 \times 4 \div 4 \\ &= 3{,}14 \times 4 \\ &= 12{,}56 \end{aligned}$$

R: 12,56 cm^2.

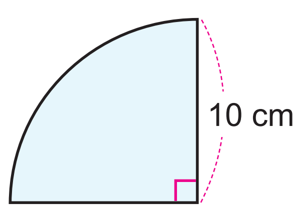
Ejercicios

Encuentra el área coloreada en cada figura:

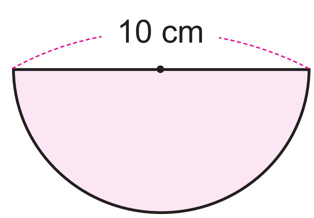
a)



b)



c)

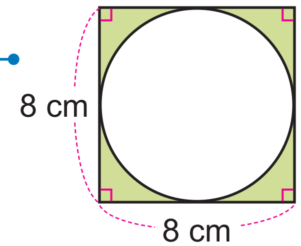


Unidad 5

Contenido 7: Área de regiones sombreadas

Problema

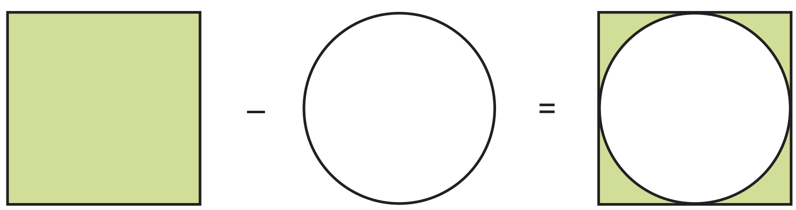
Calcula el área de la región sombreada en la siguiente figura:



Solución

La región sombreada resulta de quitar al cuadrado el círculo que está dentro, es decir:

(1) Área del cuadrado (2) Área del círculo (3) Área sombreada



R: 13,76 cm^2.

(1) Área del cuadrado

$8 \times 8 = 64$

64 cm^2

(2) Área del círculo

$3,14 \times 4 \times 4 = 50,24$

50,24 cm^2

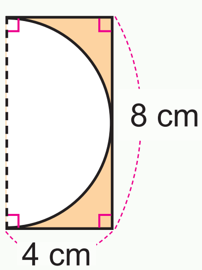
(3) Área sombreada

$64 - 50,24 = 13,76$

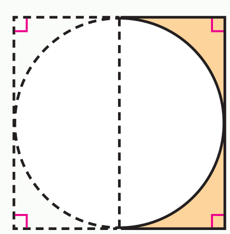
Conclusión

Se puede calcular el área de una región sombreada contenida en una región grande conocida, restando al área de esta el área de la región o regiones no sombreadas.

Ejemplo



Calcula el área de la región sombreada de la izquierda:
La figura forma parte de la mitad de un cuadrado de lado 8 cm (figura de la derecha).



El área es la mitad de la calculada en el problema:

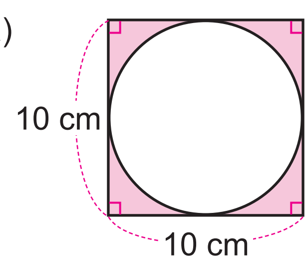
$$\text{Área} = 13,76 \div 2 = 6,88$$

R: 6,88 cm^2.

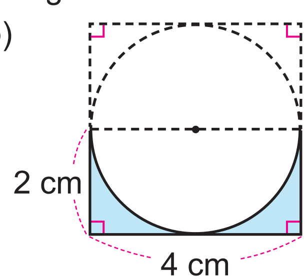
Ejercicios

Encuentra el área de las siguientes regiones sombreadas:

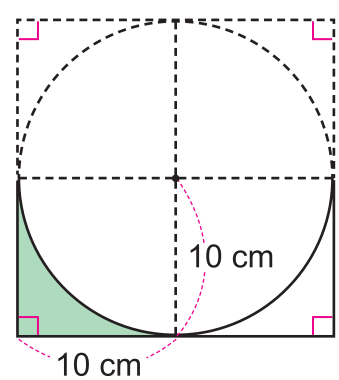
a)



b)



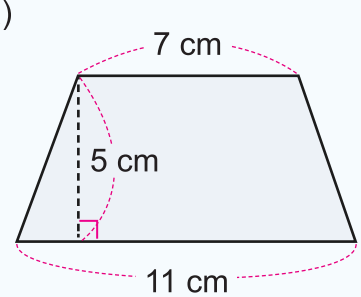
c)



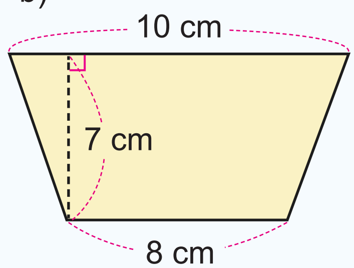
Practiquemos lo aprendido

1. Calcula el área de cada trapecio:

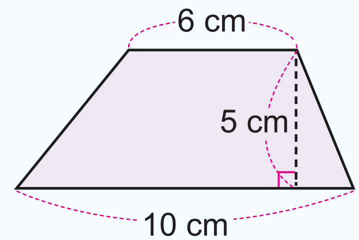
a)



b)

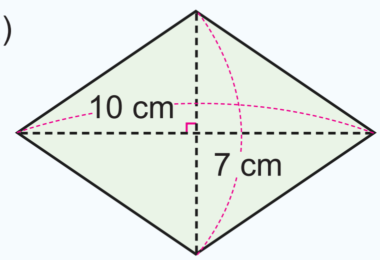


c)

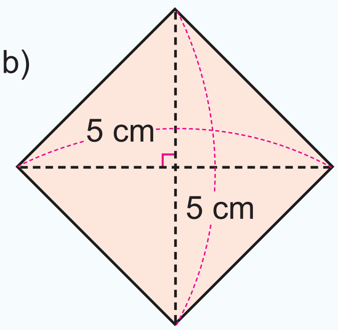


2. Calcula el área de cada rombo:

a)

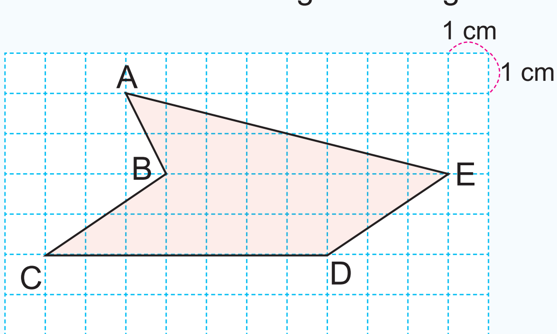


b)

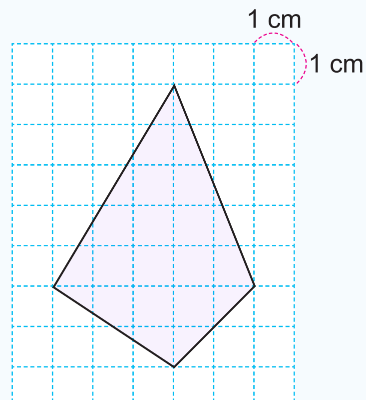


3. Calcula el área de las siguientes figuras:

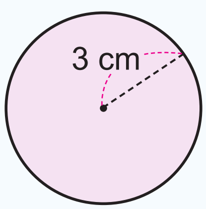
a)



b)

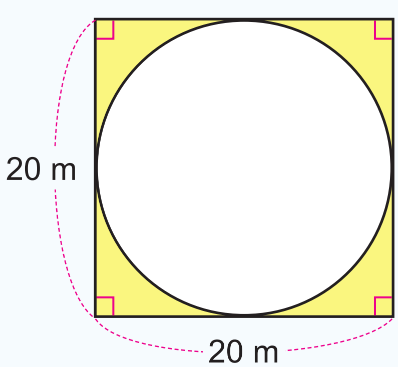


c)

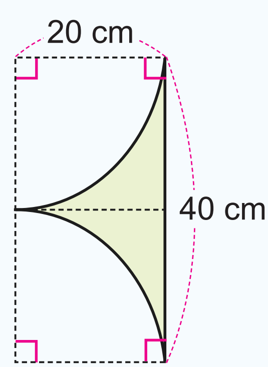


4. Calcula el área de la región sombreada:

a)



b)

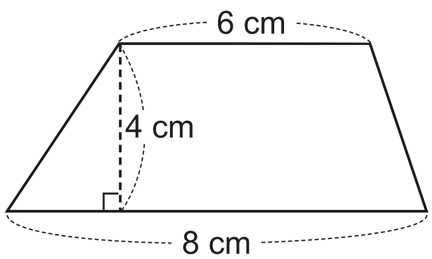


Unidad 5

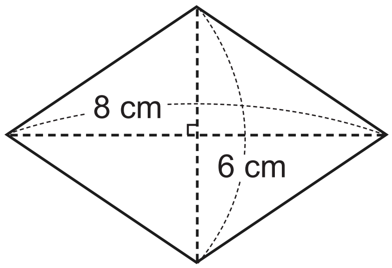
Prueba de Unidad

Escribe los procesos de cálculo y responde el área de las siguientes figuras:

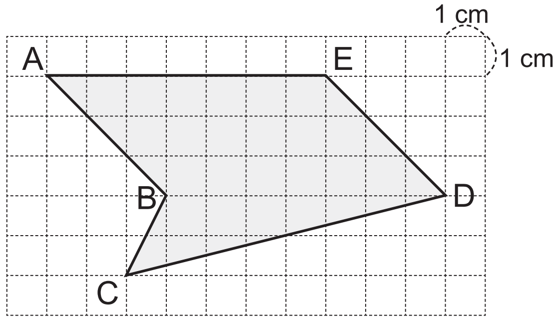
1. Trapecio:



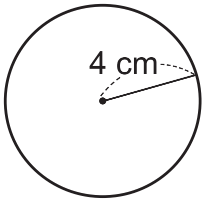
2. Rombo:



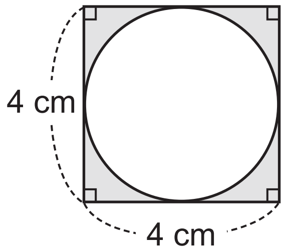
3. Polígono:



4. Círculo:



5. Región sombreada:



Recordemos

Ejemplo 1

Completa:

a) $\frac{4}{5}$ es $\boxed{4}$ veces $\frac{1}{5}$

b) 5 veces $\frac{1}{3}$ es $\frac{\boxed{5}}{\boxed{3}}$

Ejercicios

Completa:

a) $\frac{2}{7}$ es $\square$ veces $\frac{1}{7}$

b) $\frac{5}{6}$ es $\square$ veces $\frac{1}{6}$

c) 4 veces $\frac{1}{7}$ es $\frac{\square}{\square}$

d) 3 veces $\frac{1}{8}$ es $\frac{\square}{\square}$

Ejemplo 2

Simplifica $\frac{12}{20}$

$$\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{5}{\cancel{20}}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{\bigcirc}{\square} = \frac{\bigcirc \div \triangle}{\square \div \triangle}$$

Simplificar significa obtener la menor fracción equivalente.

$$\frac{\overset{\overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{12}}}{\underset{\underset{5}{\cancel{10}}}{\cancel{20}}} = \frac{3}{5}$$

Ejercicios

Simplifica:

a) $\frac{4}{10}$

b) $\frac{6}{9}$

c) $\frac{8}{12}$

d) $\frac{15}{30}$

e) $\frac{6}{24}$

f) $\frac{9}{27}$

g) $\frac{6}{3}$

h) $\frac{21}{7}$

Sección 1: Multiplicación de fracciones por un número natural

Contenido 1: Multiplicación de fracción por número natural (1)

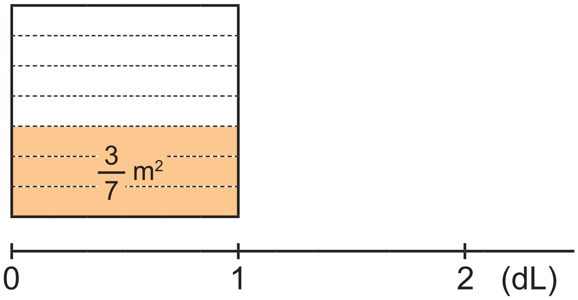
Problema 1

Con 1 dL de pintura se pintan $\frac{3}{7}$ m² de una barda, ¿cuántos metros cuadrados se pintarán con 2 dL de pintura?

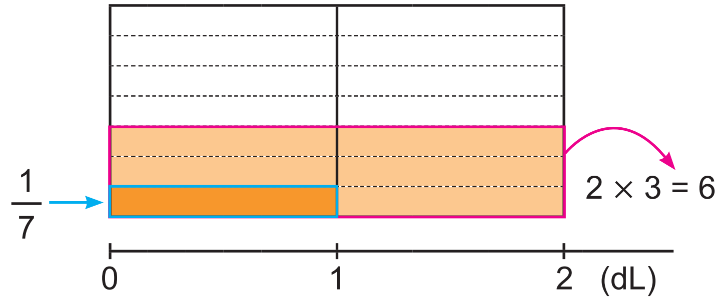
Solución

PO: $2 \times \frac{3}{7}$

Área pintada con 1 dL



Área pintada con 2 dL

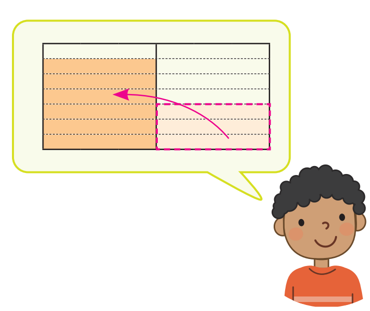


$\frac{3}{7}$ es 3 veces $\frac{1}{7}$

(2×3) veces $\frac{1}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$

Es decir:

$$2 \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$$



R: $\frac{6}{7}$ m².

Problema 2

Multipliquemos: $\frac{4}{5} \times 3$

Solución

$$\frac{4}{5} \times 3 = 3 \times \frac{4}{5}$$
$$= \frac{3 \times 4}{5}$$
$$= \frac{12}{5}$$

Es decir: $\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \times 3}{5}$

$$= \frac{12}{5}$$

El resultado también puede ser: $2\frac{2}{5}$

Conclusión

Para multiplicar una fracción por un número natural, se multiplica el numerador por el número natural y se escribe el mismo denominador.

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$$

Ejercicios

1. Multiplica:

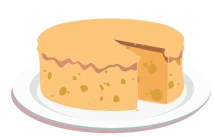
a) $2 \times \frac{1}{3}$ b) $4 \times \frac{2}{9}$ c) $3 \times \frac{2}{7}$

d) $\frac{3}{10} \times 3$ e) $\frac{2}{15} \times 7$ f) $\frac{2}{3} \times 4$

g) $\frac{3}{5} \times 3$ h) $\frac{7}{9} \times 4$ i) $\frac{3}{4} \times 5$

2. Escribe el PO y responde:

a) Para preparar una torta de naranja se utilizan $\frac{2}{5}$ L de jugo, ¿cuántos litros de jugo se utilizan para preparar 2 tortas?



b) 1 m de varilla pesa $\frac{4}{7}$ kg. ¿Cuántos kilogramos pesan 3 m de esta varilla?

Contenido 2: Multiplicación de fracción por número natural (2)

Problema

Multipliquemos: $\frac{2}{9} \times 3$

Solución

$$\frac{2}{9} \times 3 = \frac{2 \times 3}{9}$$
$$= \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}$$
$$= \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{9} \times 3 = \frac{2 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}$$
$$= \frac{2}{3}$$

Conclusión

La multiplicación de una fracción por un número natural se simplifica si es necesario.

Ejemplo

Multiplica:

a) $\frac{3}{10} \times 4 = \frac{3 \times \overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{5}{\cancel{10}}}$

$= \frac{6}{5} \quad \left(o\ 1\frac{1}{5} \right)$

b) $\frac{2}{3} \times 6 = \frac{2 \times \overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}$

$= 4$

Ejercicios

1. Multiplica:

a) $\frac{1}{10} \times 5$ b) $\frac{5}{12} \times 2$ c) $\frac{4}{15} \times 3$ d) $\frac{3}{14} \times 4$

e) $\frac{5}{18} \times 3$ f) $\frac{5}{8} \times 2$ g) $\frac{3}{16} \times 6$ h) $\frac{4}{9} \times 6$

i) $\frac{7}{12} \times 8$ j) $\frac{7}{8} \times 6$ k) $\frac{1}{7} \times 7$ l) $\frac{3}{2} \times 4$

2. Escribe el PO y responde:

Si se pintan $\frac{7}{9}$ m^2 de un muro con 1 dL de pintura. ¿Cuántos metros cuadrados se pintan con 3 dL de pintura?

Sección 2: División de fracciones entre un número natural

Contenido 1: División de fracción entre número natural (1)

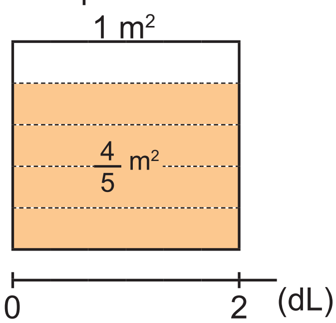
Problema

Si se pintan $\frac{4}{5}$ m² de una barda con 2 dL de pintura. ¿Cuántos metros cuadrados se pintarán con 1 dL de pintura?

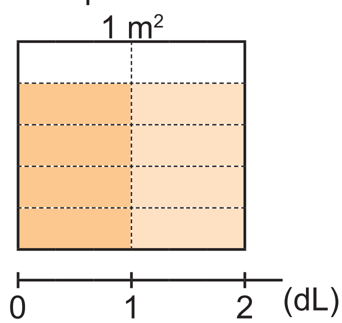
Solución

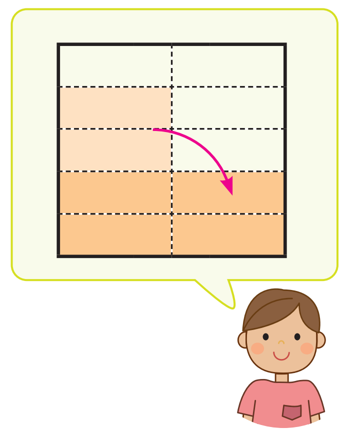
PO: $\frac{4}{5} \div 2$

Área pintada con 2 dL



Área pintada con 1 dL





$\frac{4}{5}$ es 4 veces $\frac{1}{5}$

$\frac{4}{5} \div 2$ es $(4 \div 2)$ veces $\frac{1}{5}$

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$

R: $\frac{2}{5}$ m².

Conclusión

Para dividir una fracción entre un número natural, se divide el numerador entre el número natural y se escribe el mismo denominador.

$$\frac{a}{b} \div c = \frac{a \div c}{b}$$

Ejercicios

1. Divide:

a) $\frac{4}{9} \div 2$ b) $\frac{6}{11} \div 3$ c) $\frac{8}{15} \div 2$ d) $\frac{18}{5} \div 9$

e) $\frac{9}{16} \div 3$ f) $\frac{12}{5} \div 4$ g) $\frac{10}{13} \div 5$ h) $\frac{7}{10} \div 7$

2. Escribe el PO y responde:

Hay $\frac{6}{7}$ kg de barro y se quieren repartir entre 3 niños en partes iguales. ¿Cuántos kilogramos de barro recibe cada niño?

Contenido 2: División de fracción entre número natural (2)

Problema

Se pintan $\frac{4}{5}$ m^2 de una barda con 3 dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados se pinta con 1 dL?

Solución

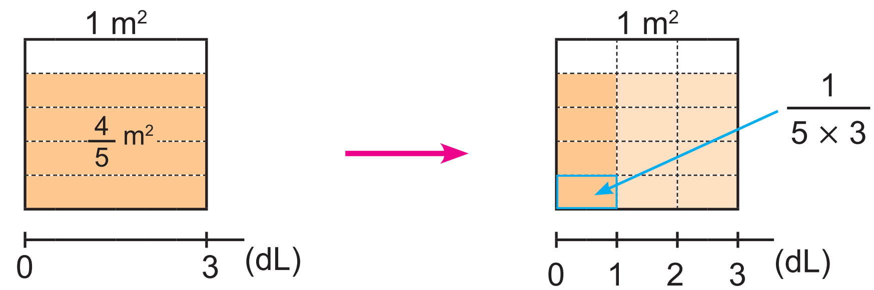
PO: $\frac{4}{5} \div 3$

$\frac{4 \div 3}{5}$

No puedo dividir 4 ÷ 3 exactamente.

Área pintada con 3 dL

Área pintada con 1 dL



$\frac{4}{5}$ es 4 veces $\frac{1}{5}$

$\frac{4}{5} \div 3$ es 4 veces $\frac{1}{5 \times 3}$

$$\frac{4}{5} \div 3 = 4 \times \frac{1}{5 \times 3} = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$$

R: $\frac{4}{15}$ m^2.

Conclusión

Para dividir una fracción propia o impropia entre un número natural, se multiplica el denominador por el número natural y se escribe el mismo numerador.

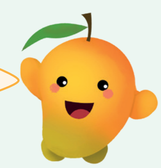
$$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$$

Ejemplo

Divide $\frac{4}{5} \div 2$

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{\cancel{4}^{\,2}}{5 \times \cancel{2}_{\,1}} = \frac{2}{5}$$

También se puede utilizar esta forma, aún cuando el numerador se pueda dividir exactamente entre el número natural.



Ejercicios

1. Divide aplicando la conclusión:

a) $\frac{3}{4} \div 5$ b) $\frac{2}{5} \div 3$ c) $\frac{7}{9} \div 2$ d) $\frac{5}{7} \div 3$

e) $\frac{6}{7} \div 4$ f) $\frac{8}{9} \div 6$ g) $\frac{25}{12} \div 10$ h) $\frac{28}{5} \div 21$

2. Escribe el PO y responde:

Se distribuye $\frac{8}{5}$ L de jugo en partes iguales en 6 vasos, ¿cuántos litros de jugo habrá en cada vaso?

Practiquemos lo aprendido

1. Multiplica y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{4} \times 3$ b) $\frac{3}{7} \times 2$ c) $\frac{1}{8} \times 3$ d) $\frac{1}{3} \times 5$

e) $\frac{3}{5} \times 4$ f) $\frac{5}{6} \times 3$ g) $\frac{3}{4} \times 6$ h) $\frac{4}{5} \times 10$

2. Divide y simplifica si es posible:

a) $\frac{8}{9} \div 2$ b) $\frac{6}{7} \div 3$ c) $\frac{10}{9} \div 5$ d) $\frac{9}{12} \div 9$

e) $\frac{2}{7} \div 3$ f) $\frac{3}{4} \div 5$ g) $\frac{4}{5} \div 6$ h) $\frac{6}{7} \div 12$

3. Escribe el PO y responde:

a) 1 botella contiene $\frac{3}{4}$ L de aceite.

¿Cuántos litros de aceite se tienen en 6 botellas?

b) 3 m de alambre pesan $\frac{4}{5}$ kg.

¿Cuántos kilogramos pesa 1 m de este alambre?

Prueba de Unidad

1. Calcula y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{5} \times 3$

b) $\frac{3}{4} \times 2$

c) $\frac{3}{8} \times 12$

d) $\frac{6}{7} \div 2$

e) $\frac{2}{5} \div 3$

f) $\frac{9}{4} \div 15$

2. Escribe el PO y responde:

a) Se pintan $\frac{3}{4}$ m^2 de una barda con 1 dL de pintura. ¿Cuántos metros cuadrados se pintan con 6 dL de pintura?

b) 4 m de alambre pesan $\frac{5}{6}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este alambre?

Recordemos

Ejemplo

Calculemos:

a) $\frac{2}{7} \times 3$

$\frac{2}{7} \times 3 = \frac{2 \times 3}{7}$

$= \frac{6}{7}$

Para multiplicar:

$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$

Para dividir:

$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$

b) $\frac{4}{5} \div 3$

$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5 \times 3}$

$= \frac{4}{15}$

Ejercicios

1. Multiplica y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{3} \times 2$

b) $\frac{2}{7} \times 4$

c) $\frac{4}{15} \times 5$

d) $\frac{4}{9} \times 6$

2. Divide:

a) $\frac{3}{4} \div 5$

b) $\frac{2}{5} \div 3$

c) $\frac{4}{9} \div 2$

d) $\frac{9}{5} \div 6$

3. Escribe el PO y responde:
Con 1 dL de pintura se pintan $\frac{5}{7}$ m^2 de una barda, ¿cuántos metros cuadrados se pintarán con 2 dL de pintura?

Sección 1: Multiplicación de fracciones

Contenido 1: Multiplicación de fracciones (1)

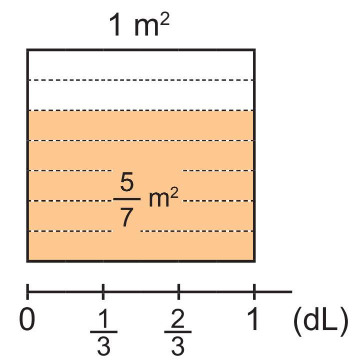
Problema

Con 1 dL de pintura se pintan $\frac{5}{7}$ m² de una barda, ¿cuántos metros cuadrados se pintarán con $\frac{2}{3}$ dL de pintura?

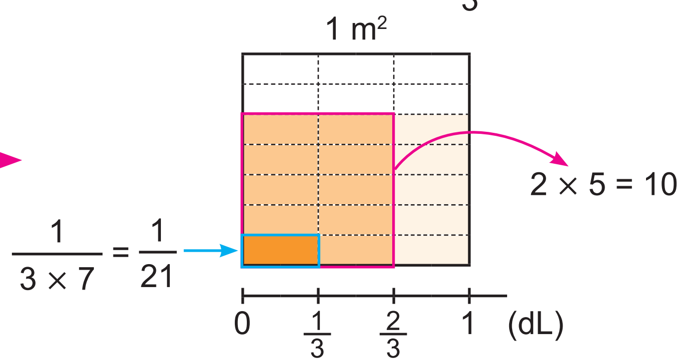
Solución

PO: $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$

Área pintada con 1 dL



Área pintada con $\frac{2}{3}$ dL



$\frac{5}{7}$ es 5 veces $\frac{1}{7}$

(2×5) veces $\frac{1}{3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$

Es decir:

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7}$$

$$= \frac{10}{21}$$

R: $\frac{10}{21}$ m².

Conclusión

Para multiplicar una fracción por otra fracción, se multiplica el numerador por el numerador y denominador por denominador.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Ejemplo

Multiplica $\frac{2}{3} \times \frac{8}{5}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{2 \times 8}{3 \times 5}$$

$$= \frac{16}{15}$$

El resultado también puede ser:

$1\frac{1}{15}$

Ejercicios

1. Multiplica:

a) $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3} \times \frac{4}{9}$

c) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{4}$

d) $\frac{5}{9} \times \frac{2}{3}$

e) $\frac{3}{10} \times \frac{7}{8}$

f) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7}$

g) $\frac{2}{7} \times \frac{5}{3}$

h) $\frac{5}{2} \times \frac{3}{7}$

i) $\frac{5}{6} \times \frac{5}{4}$

2. Escribe el PO y resuelve:

Si 1 m de una varilla de hierro pesa $\frac{2}{5}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesan $\frac{2}{3}$ m de esta varilla de hierro?

Contenido 2: Multiplicación de fracciones (2)

Problema

Multipliquemos: $\frac{9}{8} \times \frac{2}{3}$

Solución

$$\frac{9}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{9 \times 2}{8 \times 3}$$

$$= \frac{\overset{3}{\cancel{\overset{9}{\cancel{18}}}}}{\underset{4}{\cancel{\underset{12}{\cancel{24}}}}}$$

$$= \frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{4}{\cancel{8}} \times \underset{1}{\cancel{3}}}$$

$$= \frac{3}{4}$$

Conclusión

En la multiplicación de fracciones, es útil simplificar antes de multiplicar si es posible.

Ejemplo

Multiplica $\frac{7}{3} \times \frac{9}{5}$

$$\frac{7}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{7 \times \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times 5}$$

$$= \frac{21}{5}$$

El resultado también puede ser:

$$4\frac{1}{5}$$

Ejercicios

1. Multiplica y simplifica:

a) $\frac{4}{9} \times \frac{1}{10}$ b) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ c) $\frac{8}{11} \times \frac{1}{6}$ d) $\frac{4}{7} \times \frac{7}{8}$

e) $\frac{8}{3} \times \frac{9}{5}$ f) $\frac{6}{7} \times \frac{5}{9}$ g) $\frac{5}{12} \times \frac{9}{10}$ h) $\frac{5}{7} \times \frac{7}{5}$

2. Escribe el PO y responde:

1 botella equivale a $\frac{3}{4}$ L. ¿Cuántos litros hay en $\frac{8}{5}$ botellas?

Contenido 3: Multiplicación con números mixtos

Problema

Multipliquemos: $\frac{7}{9} \times 1\frac{1}{3}$

Solución

Se convierte $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$, entonces:

$$\begin{aligned}\frac{7}{9} \times 1\frac{1}{3} &= \frac{7}{9} \times \frac{4}{3}\\ &= \frac{7 \times 4}{9 \times 3}\\ &= \frac{28}{27}\end{aligned}$$

Conclusión

Para multiplicar fracciones con números mixtos, primero se debe convertir el número mixto en fracción impropia y luego multiplicar.

Ejemplo

Multiplica $9\frac{1}{3} \times \frac{3}{8}$

$$\begin{aligned}9\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} &= \frac{28}{3} \times \frac{3}{8}\\ &= \frac{\overset{7}{\cancel{28}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{2}{\cancel{8}}}\\ &= \frac{7}{2}\end{aligned}$$

Convierte

$9\frac{1}{3} = \frac{28}{3}$

Ejercicios

1. Multiplica:

a) $\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{5}$ c) $2\frac{1}{2} \times \frac{5}{3}$ d) $1\frac{2}{5} \times \frac{1}{7}$

e) $1\frac{2}{3} \times \frac{3}{10}$ f) $\frac{6}{7} \times 4\frac{2}{3}$ g) $2\frac{2}{5} \times 1\frac{2}{9}$ h) $2\frac{1}{7} \times 1\frac{1}{3}$

2. Escribe el PO y responde:

1 galón equivale a $3\frac{3}{4}$ L. ¿Cuántos litros hay en $1\frac{3}{5}$ galones?

Contenido 4: Multiplicación con tres fracciones

Problema

Multipliquemos: $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{4}{5}$

Solución

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 1}{3 \times 3} \times \frac{4}{5}$$

$$= \frac{2}{9} \times \frac{4}{5}$$

$$= \frac{8}{45}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 1 \times 4}{3 \times 3 \times 5}$$

$$= \frac{8}{45}$$

Conclusión

Para multiplicar tres o más fracciones, se puede multiplicar juntos los numeradores y juntos los denominadores.

Ejemplo

Multiplica $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{5}$

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times \overset{1}{\cancel{5}} \times \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}} \times 7 \times \underset{1}{\cancel{5}}}$$

$$= \frac{3}{14}$$

Ejercicios

Multiplica:

a) $\frac{5}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{7}$

c) $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{5}{6}$

d) $\frac{4}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$

e) $\frac{3}{8} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{7}$

f) $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{10}{3}$

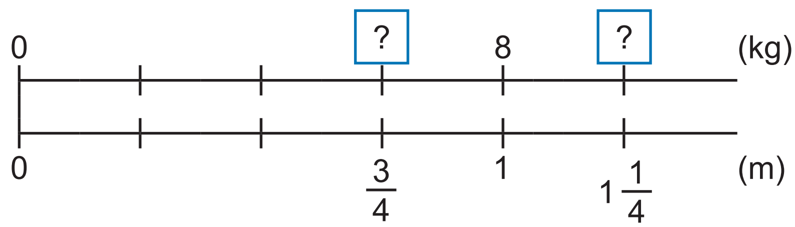
Contenido 5: Multiplicación con una fracción menor o mayor que 1

Problema

1 m de un tubo pesa 8 kg.

a) ¿Cuántos kilogramos pesan $\frac{3}{4}$ m de este tubo?, ¿es mayor o menor que 8 kg?

b) ¿Cuántos kilogramos pesan $1\frac{1}{4}$ m de este tubo?, ¿es mayor o menor que 8 kg?



Solución

a) PO: $\frac{3}{4} \times 8$

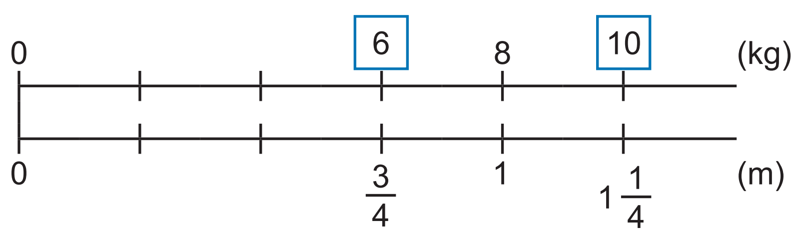
$$\frac{3}{4} \times 8 = \frac{3 \times \cancelto{2}{8}}{\cancelto{1}{4}} = 6$$

R: 6 kg, es **menor** que 8 kg.

b) PO: $1\frac{1}{4} \times 8$

$$1\frac{1}{4} \times 8 = \frac{5}{4} \times 8 = \frac{5 \times \cancelto{2}{8}}{\cancelto{1}{4}} = 10$$

R: 10 kg, es **mayor** que 8 kg.



Conclusión

El producto es menor, si se multiplica con una fracción menor que 1 y es mayor, si se multiplica con una fracción mayor que 1.

Ejemplo

Escribe cuál de los siguientes incisos tiene producto menor que $\frac{4}{5}$.

a) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ b) $\frac{5}{3} \times \frac{4}{5}$ c) $\frac{4}{5} \times 1\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$ e) $1 \times \frac{4}{5}$

R: a) y d)

Se multiplica con una fracción menor que 1,

así que los productos son menores que $\frac{4}{5}$.

Fijamos $\frac{4}{5}$ como base y observamos la otra fracción.

Ejercicios

1. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene producto mayor que $\frac{7}{9}$, sin calcular:

a) $\frac{3}{2} \times \frac{7}{9}$ b) $\frac{6}{7} \times \frac{7}{9}$ c) $\frac{7}{9} \times 1$ d) $\frac{7}{9} \times 2\frac{2}{5}$ e) $\frac{7}{9} \times \frac{7}{9}$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene producto menor que $\frac{7}{3}$, sin calcular.

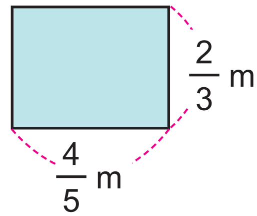
a) $1 \times \frac{7}{3}$ b) $\frac{7}{3} \times \frac{6}{7}$ c) $\frac{9}{14} \times \frac{7}{3}$ d) $\frac{7}{3} \times \frac{3}{4}$ e) $1\frac{1}{5} \times \frac{7}{3}$

Sección 2: Aplicación de la multiplicación de fracciones

Contenido 1: Cálculo de área con fracciones

Problema

Encuentra el área del siguiente rectángulo:



El área del rectángulo es:
Área = base × altura

Solución

Utiliza la fórmula, Área del rectángulo = base × altura, la base es $\frac{4}{5}$ m y la altura es $\frac{2}{3}$ m, entonces:

PO: $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

R: $\frac{8}{15}$ m^2.

Conclusión

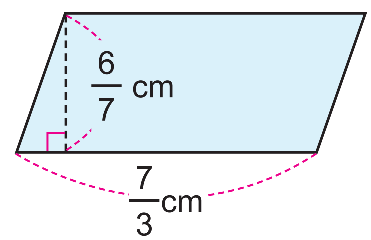
El área también se puede calcular, aunque las medidas de las longitudes estén en fracciones, utilizando la misma fórmula.

Ejemplo

Encuentra el área del siguiente paralelogramo:

Área del paralelogramo = base × altura, la base es $\frac{7}{3}$ cm y la altura es $\frac{6}{7}$ cm, entonces el área es:

$$\frac{7}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{\cancel{7}^{1} \times \cancel{6}^{2}}{\cancel{3}_{1} \times \cancel{7}_{1}} = 2$$

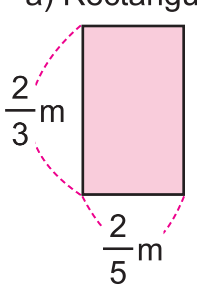


R: 2 cm^2.

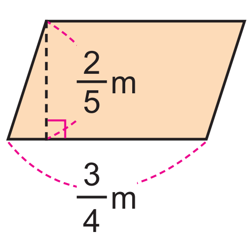
Ejercicios

Encuentra el área de las siguientes figuras:

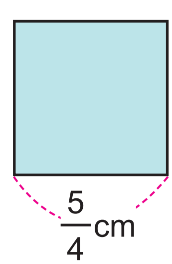
a) Rectángulo



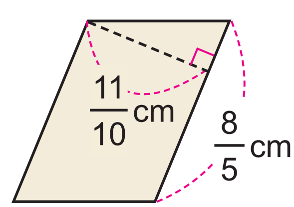
b) Paralelogramo



c) Cuadrado



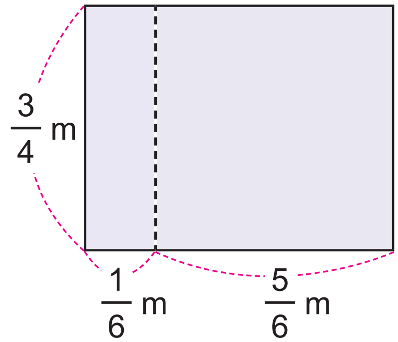
d) Paralelogramo



Contenido 2: Propiedades de la multiplicación de fracciones

Problema

Calcula el área de la siguiente figura:



Solución

Observo un rectángulo grande:

La base se puede calcular

$\frac{1}{6} + \frac{5}{6}$

La altura es $\frac{3}{4}$, entonces el área es:

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{5}{6}\right) \times \frac{3}{4} = 1 \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

Observo dos rectángulos A y B:

El área de A es $\frac{1}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}} \times 4} = \frac{1}{8}$

El área de B es $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}} \times 4} = \frac{5}{8}$

El área total es: $\frac{1}{6} \times \frac{3}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$

$$= \frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{3}{4}$$

La primera forma es más fácil.

R: $\frac{3}{4}$ m^2.

Por lo tanto, $\left(\frac{1}{6} + \frac{5}{6}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$

Conclusión

Las propiedades para la multiplicación de números naturales y decimales también son válidas con las fracciones.

Propiedad conmutativa: $a \times b = b \times a$

Propiedad asociativa: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Propiedad distributiva: $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$

$(a - b) \times c = a \times c - b \times c$

Las propiedades se utilizan para realizar los cálculos de una forma más sencilla y evitar cálculos muy grandes.

Ejemplo

Resuelve la siguiente multiplicación utilizando las propiedades:

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} - \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{5}$$

$$= \frac{1}{5}$$

Ejercicios

Resuelve utilizando las propiedades:

a) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{3}$

b) $5 \times \frac{5}{6} + 7 \times \frac{5}{6}$

c) $\frac{7}{6} \times \frac{5}{12} - \frac{1}{6} \times \frac{5}{12}$

d) $\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} - \frac{3}{8} \times \frac{4}{7}$

e) $\frac{7}{8} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{5}$

f) $\frac{8}{7} \times \frac{1}{3} \times \frac{7}{8}$

Contenido 3: Recíproco

Problema

El producto de multiplicar la siguiente fracción es 1: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$

Encuentra parejas de números cuyo producto es 1 y escribe la operación.

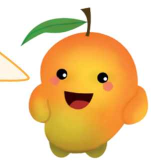
$$\frac{3}{4} \qquad \frac{8}{5} \qquad \frac{1}{3} \qquad \frac{5}{3} \qquad \frac{5}{8} \qquad 3 \qquad \frac{4}{3}$$

Solución

Operaciones que el producto es 1:

$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$ $\qquad$ $\frac{8}{5} \times \frac{5}{8} = 1$ $\qquad$ $\frac{1}{3} \times 3 = 1$

Observe como son los numeradores y denominadores de las fracciones.
El 3 se puede pensar como $\frac{3}{1}$.



Conclusión

Cuando el producto de dos números es 1, como $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$, a estos números se les llama **recíprocos**, cada uno es el número recíproco del otro.

El recíproco de una fracción es otra fracción con el numerador y el denominador invertido.

$$\frac{a}{b} \quad \frac{b}{a}$$

$\frac{2}{3}$ es recíproco de $\frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}$ es recíproco de $\frac{2}{3}$.

Ejemplo

Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números.

a) $\frac{2}{7}$, $\frac{7}{2}$ $\qquad$ b) $\frac{9}{10}$, $\frac{10}{9}$ $\qquad$ c) 8, $\frac{1}{8}$

Ejercicios

1. Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números:

a) $\frac{5}{3}$ $\qquad$ b) $\frac{11}{12}$ $\qquad$ c) 7 $\qquad$ d) $\frac{1}{4}$

2. Encuentra parejas de números cuyo producto es 1 y escribe la operación:

$$\frac{1}{6} \qquad 5 \qquad \frac{7}{4} \qquad \frac{4}{3} \qquad \frac{3}{2} \qquad \frac{1}{5} \qquad \frac{4}{7} \qquad \frac{2}{3} \qquad 6$$

Practiquemos lo aprendido

1. Multiplica y simplifica si es posible:

a) $\frac{3}{8} \times \frac{1}{5}$ b) $\frac{3}{2} \times \frac{8}{7}$ c) $\frac{3}{14} \times \frac{7}{9}$

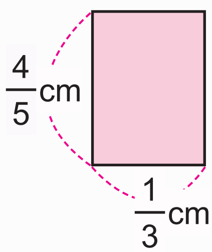
d) $1\frac{2}{5} \times \frac{1}{2}$ e) $1\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{5}$ f) $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{10}{3}$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene producto mayor que $\frac{3}{7}$, sin calcular:

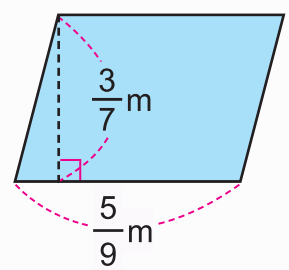
a) $\frac{5}{3} \times \frac{3}{7}$ b) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{7}$ c) $1\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}$

3. Encuentra el área de las siguientes figuras:

a) Rectángulo



b) Paralelogramo



4. Resuelve utilizando las propiedades para hacer el cálculo más sencillo:

a) $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{9} \times \frac{3}{5} - \frac{2}{9} \times \frac{3}{5}$

5. Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números:

a) $\frac{3}{5}$ b) 5 c) $\frac{1}{2}$

6. Escribe el PO y responde:

a) Si 1 m de una varilla de hierro pesa $\frac{3}{5}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa $\frac{1}{2}$ m de esta varilla de hierro?

b) Para pintar 1 m^2 de pared, se necesitan $\frac{6}{5}$ dL de pintura.
¿Cuántos decilitros de pintura se necesitan para pintar $\frac{2}{3}$ m^2 de pared?

Unidad 7

Prueba de Unidad

1. Multiplica y simplifica si es posible:

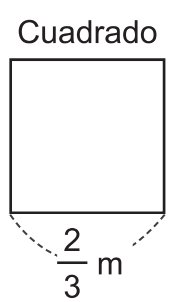
a) $\frac{1}{5} \times \frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{7} \times \frac{5}{6}$

c) $\frac{1}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{10}{3}$

d) $\frac{5}{10} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{10} \times \frac{2}{3}$

2. Calcula el área de la siguiente figura:



3. Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números:

a) $\frac{5}{8}$

b) $\frac{1}{4}$

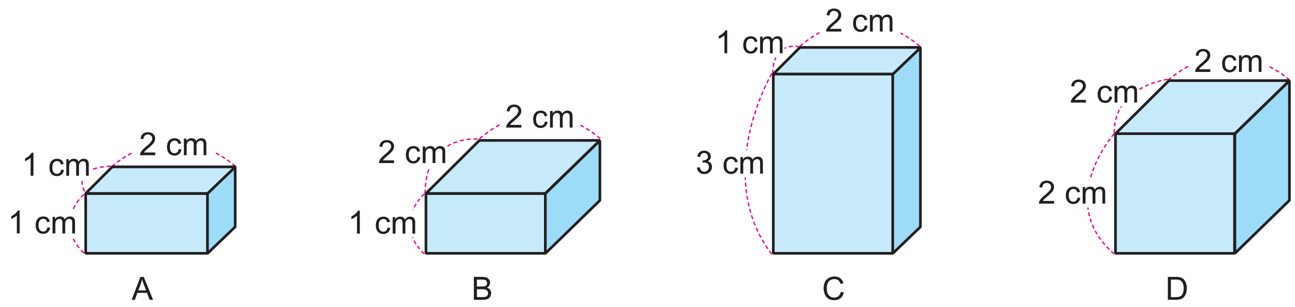
4. Escribe el PO y responde:
Para pintar 1 m^2 de pared, se necesitan $\frac{5}{8}$ dL de pintura.
¿Cuántos decilitros de pintura se necesitan para pintar $\frac{2}{3}$ m^2 de pared?

Sección 1: Volumen de prismas rectangulares

Contenido 1: Comparación de tamaños de prismas

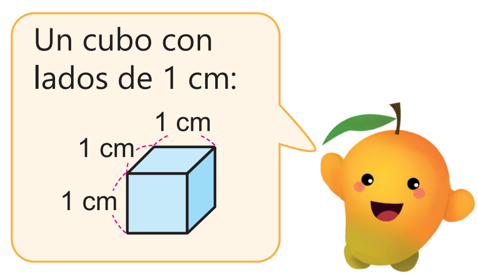
Problema

Hay tres prismas rectangulares A, B y C y un cubo D.



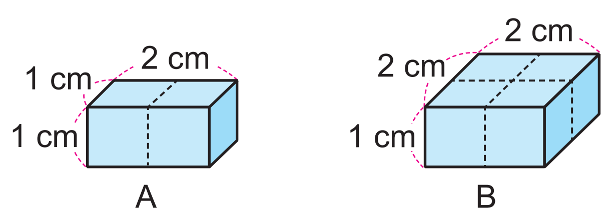
a) ¿Cuántos cubos con lados de 1 cm hay en cada uno de los prismas rectangulares A y B?

b) ¿Cuántos cubos con lados de 1 cm hay en C y D?, ¿cuál tiene más?, ¿cuál es más grande?



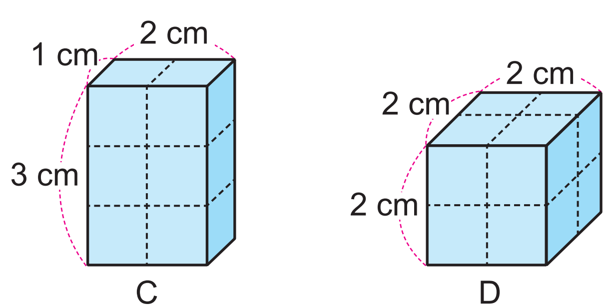
Solución

a) Podemos dividir A y B, en cubos con lados de 1 cm:



R: A tiene 2 cubos y B tiene 4.

b) Dividiendo como en a), C tiene 6 cubos y D tiene 8.



R: D es más grande (tiene 2 cubos más).

Conclusión

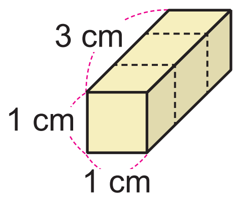
El volumen de un cubo o un prisma rectangular es la cantidad de espacio que ocupa. Para medirlo, usamos cubos con lados de 1 cm y contamos cuántos caben en el sólido.

De Solución b), podemos decir que el volumen de D es mayor que el volumen de C.

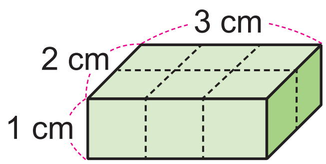
Ejercicios

1. Al dividir los siguiente prismas rectangulares en cubos con lados de 1 cm, encuentre en cuántos cubos se puede dividir:

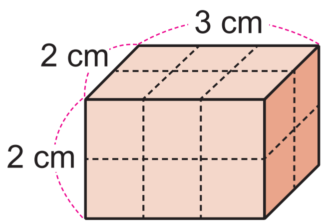
a)



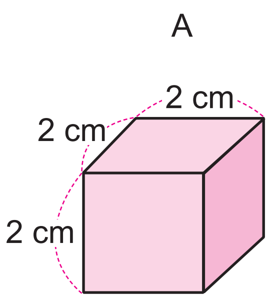
b)

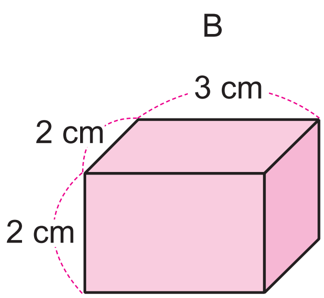


c)



2. ¿Qué sólido tiene mayor volumen? ¿Y por qué?

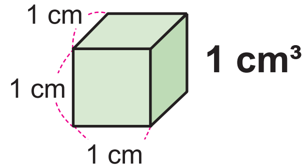




Contenido 2: Centímetro cúbico

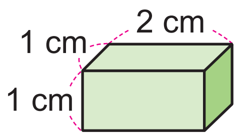
Problema

El volumen de un cubo con lados de 1 cm es “1 cm³ (un centímetro cúbico)”.

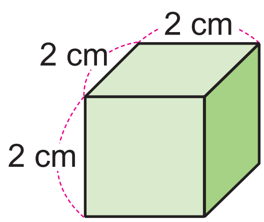


¿Cómo se pueden expresar los volúmenes del siguiente prisma rectangular y cubo en cm³?

a)



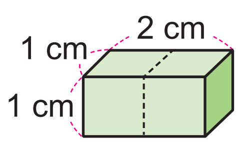
b)



Solución

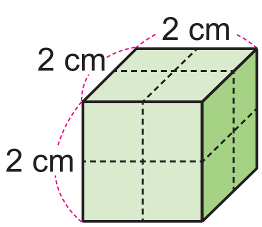
Se cuenta el número de cubos de 1 cm³ en cada cuerpo sólido:

a)



El prisma rectangular tiene 2 cubos de 1 cm³.
Por lo tanto, el volumen es 2 cm³.

b)

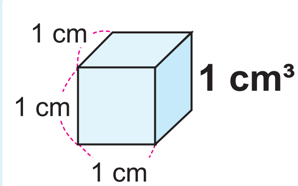


El cubo tiene 8 cubos de 1 cm³.
Por lo tanto, el volumen es 8 cm³.

Conclusión

El volumen de un cubo con lados de 1 cm es **un centímetro cúbico** y se escribe como **1 cm³**.

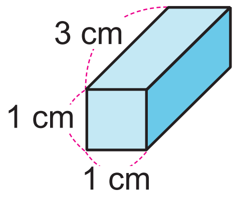
El volumen de un cubo o prisma rectangular se puede expresar como el número de cubos de 1 cm³ (lados de 1 cm) que contiene.



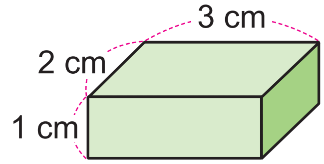
Ejercicios

Encuentra el volumen de los siguientes prismas rectangulares y cubo:

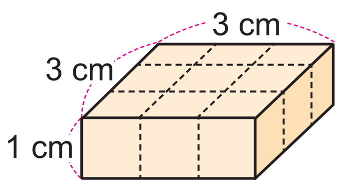
a)



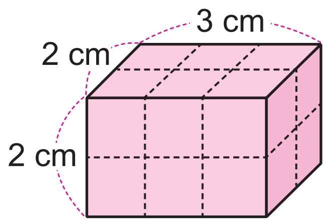
b)



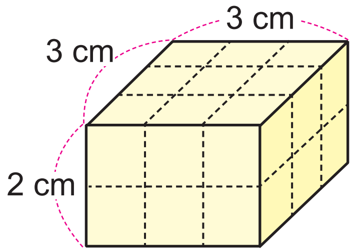
c)



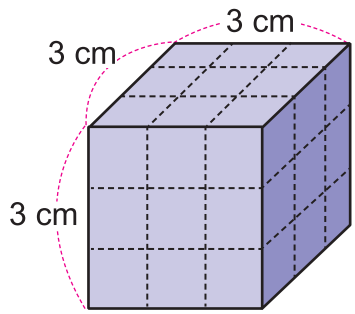
d)



e)



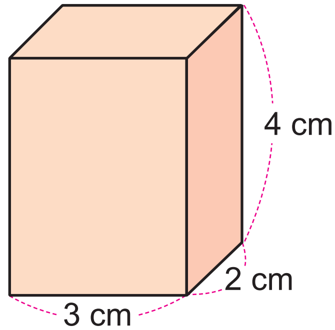
f)



Contenido 3: Volumen del prisma rectangular

Problema

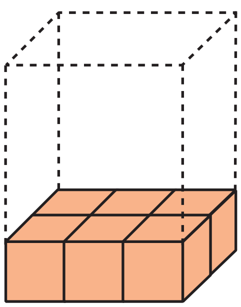
Calcula el volumen del prisma rectangular:



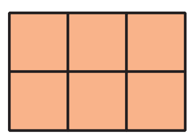
Solución

Investiguemos cuántos cubos de 1 cm^3 conforman el prisma:

(1) ¿Cuántos centímetros cúbicos hay en la capa inferior?



Si observamos desde arriba:

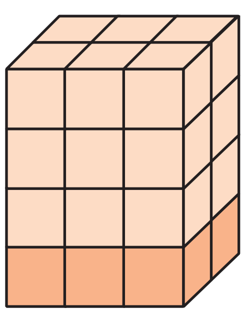


La cantidad de cubos de 1 cm^3 es

$$3 \times 2 = 6$$

En la capa inferior hay 6 cm^3.

(2) Hay 4 capas en el prisma:



Como hay 4 capas y en cada una hay 6 cm^3, entonces el total de cm^3 es:

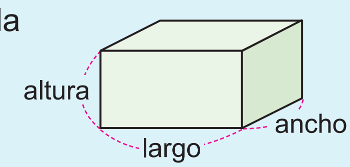
$$6 \times 4 = 24$$

El prisma tiene 24 cm^3.

Conclusión

Para calcular el volumen de un prisma rectangular se multiplican la longitud del largo, la longitud del ancho y la longitud de su altura:

Volumen (V) del prisma rectangular = largo $\times$ ancho $\times$ altura

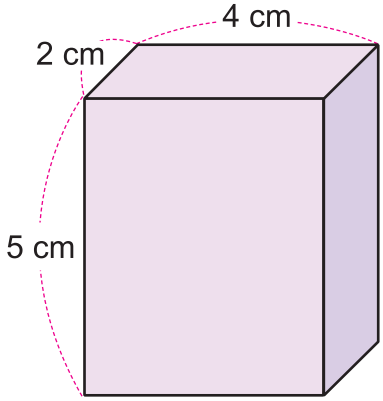


En el caso del problema, $3 \times 2 \times 4 = 24$, así que el volumen es 24 cm^3.

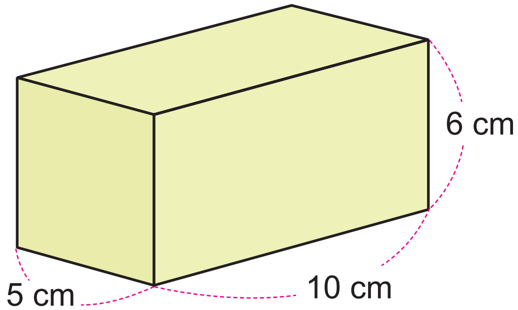
Ejercicios

Calcula el volumen de los siguientes prismas rectangulares:

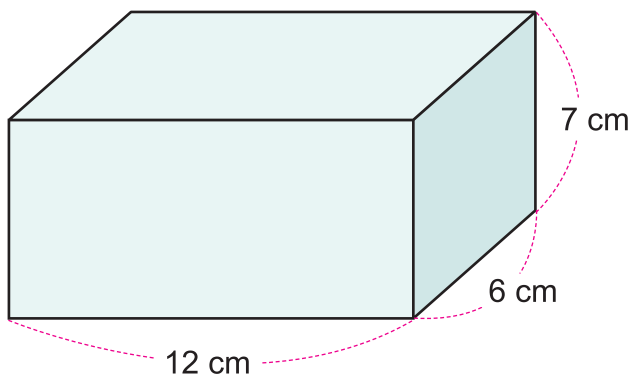
a)



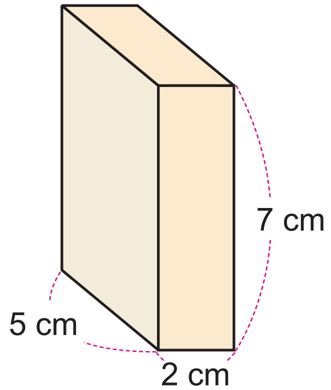
b)



c)



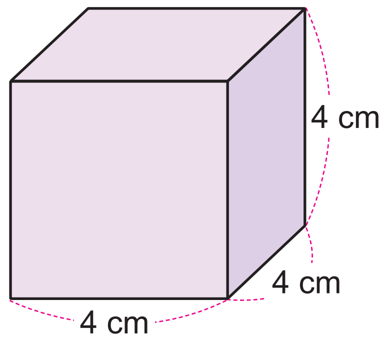
d)



Contenido 4: Volumen del cubo

Problema

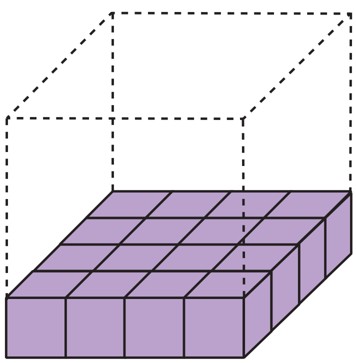
Calcula el volumen del cubo:



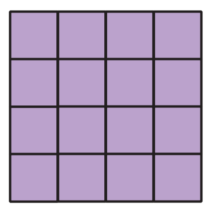
Solución

Investiguemos cuántos cubos de 1 cm³ conforman el cubo:

(1) ¿Cuántos centímetros cúbicos hay en la capa inferior?



Si observamos desde arriba:

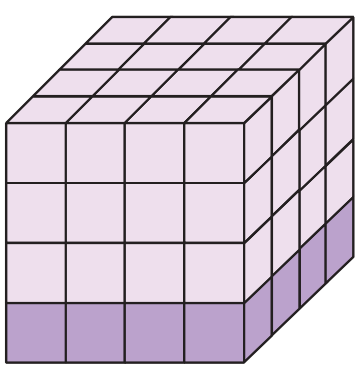


La cantidad de cubos de 1 cm³ es:

$$4 \times 4 = 16$$

En la capa inferior hay 16 cm³.

(2) Investiguemos cuántas capas hay en total:



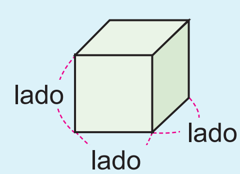
Como hay 4 capas y en cada una hay 16 cm³, entonces el total de cm³ es:

$$16 \times 4 = 64$$

El cubo tiene 64 cm³.

Conclusión

Para calcular el volumen de un cubo se multiplica la longitud del lado consigo misma tres veces:



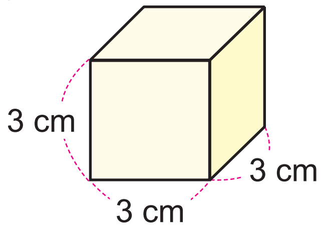
Volumen (V) del cubo = lado × lado × lado

En el caso del problema, $4 \times 4 \times 4 = 64$, así que el volumen es 64 cm³.

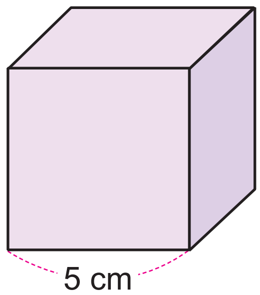
Ejercicios

Calcula el volumen de los siguientes cubos:

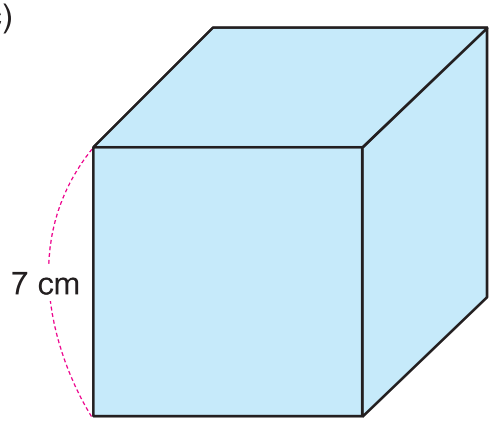
a)



b)



c)



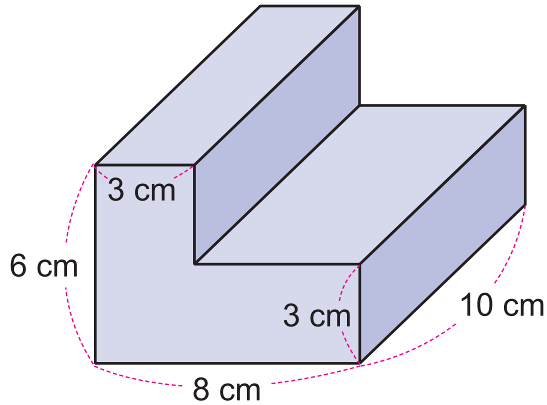
d) Un cubo cuyo lado mide 10 cm.

e) Un cubo cuyo lado mide 20 cm.

Contenido 5: Volumen de cuerpos geométricos compuestos por prismas y cubos

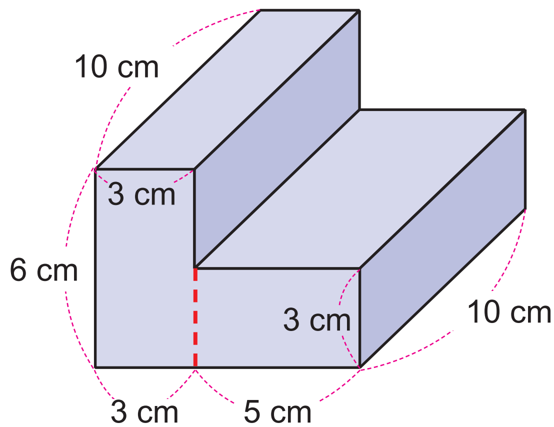
Problema

Calcula el volumen del siguiente sólido:



Solución

Se puede calcular el volumen dividiendo el sólido en dos prismas:



En el prisma de la izquierda, el largo es 10 cm, el ancho 3 cm y la altura es 6 cm, así que

$$V1 = 10 \times 3 \times 6 = 180$$

Es decir, su volumen es 180 cm^3.

En el prisma de la derecha, el largo es 10 cm, el ancho 5 cm y la altura es 3 cm, así que

$$V2 = 10 \times 5 \times 3 = 150$$

Es decir, su volumen es 150 cm^3.

El volumen del sólido es la suma

$$V = 180 + 150 = 330$$

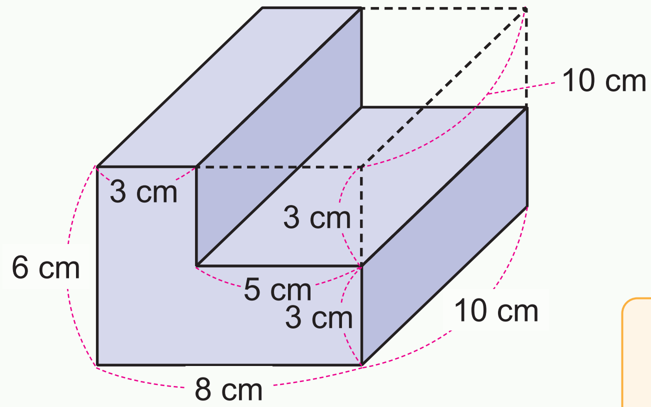
Su volumen es entonces 330 cm^3.

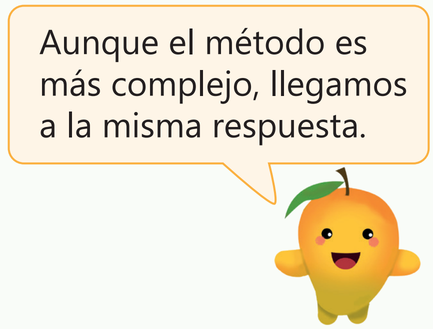
Conclusión

Se puede calcular el volumen de sólidos compuestos sumando (o restando) volúmenes de prismas.

Ejemplo

Otra forma de calcular el volumen es considerar un prisma de largo 10 cm, ancho 8 cm, y altura 6 cm, del cual se ha quitado un prisma de largo 10 cm, ancho 5 cm y altura 3 cm:





Entonces, el volumen se calcula como

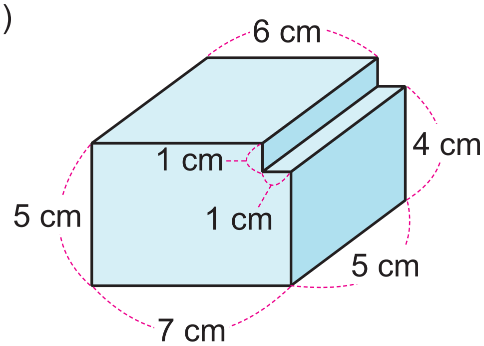
$$
\begin{aligned}
V &= 10 \times 8 \times 6 - 10 \times 5 \times 3 \\
&= 480 - 150 \\
&= 330
\end{aligned}
$$

Se ha obtenido también 330 cm^3 de volumen.

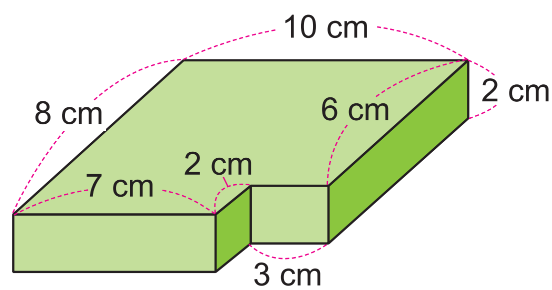
Ejercicios

Calcula el volumen de los siguientes sólidos:

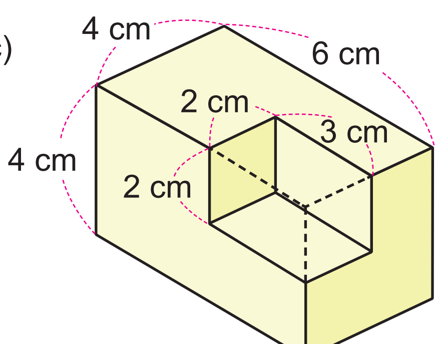
a)



b)



c)

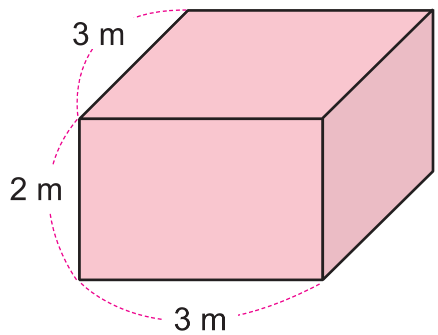


Sección 2: Unidades de medida del volumen

Contenido 1: El metro cúbico

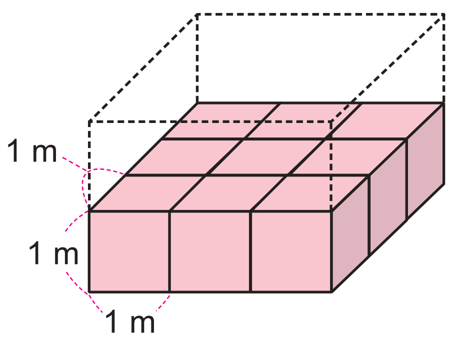
Problema

¿Cómo podemos calcular el volumen del siguiente prisma de forma sencilla?



Solución

Como 1 m = 100 cm, usar el cm^3 sería muy complicado, por lo cual, dividimos el prisma en cubos con lados de 1 m. Pensemos en cuántos hay en la capa inferior:



En la capa inferior hay 3 × 3 = 9 cubos, y al multiplicar por 2 (porque hay 2 capas), se tiene

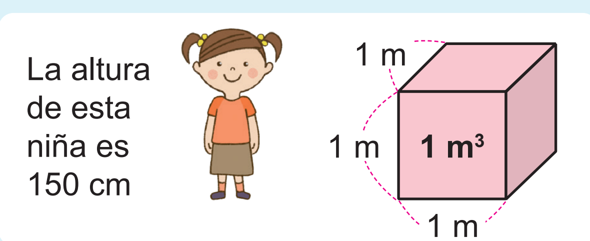
$$9 \times 2 = 18$$

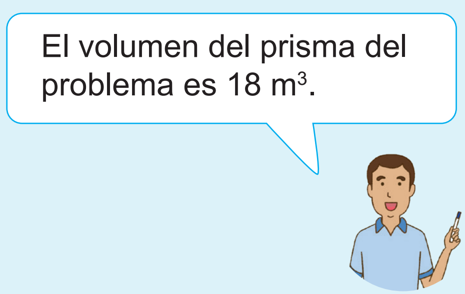
Hay 18 cubos con lados de 1 m.

Esto es lo mismo que haber multiplicado 3 × 3 × 2.

Conclusión

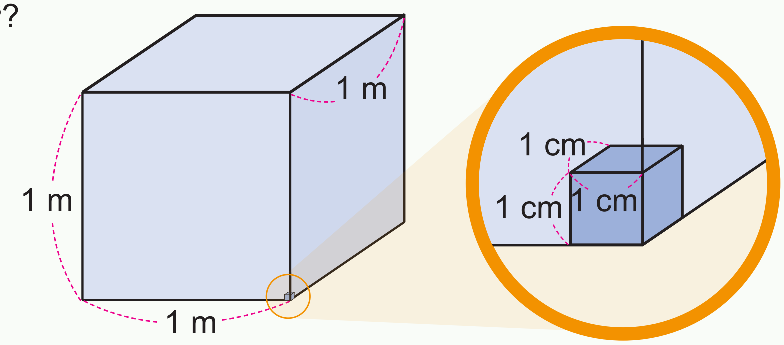
El volumen de un cubo con lados de 1 m es **un metro cúbico** y se escribe como **1 m^3**.





Ejemplo

¿Cuántos cm^3 hay en 1 m^3?



En un cubo de lado 1 m, su volumen es 1 m^3.
Por otra parte, 1 m = 100 cm, así que, el volumen también se calcula como

$$100 \times 100 \times 100 = 1000000$$

Hay 1000000 cm^3. Así que,

$$1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$$

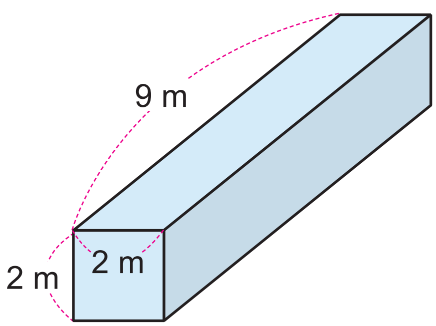
Es decir, 1 m^3 tiene 1000000 cm^3.

Ejercicios

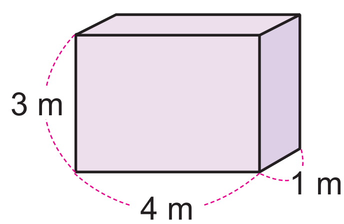
Calcula el volumen de los siguientes sólidos en m^3:

Prismas rectangulares

a)

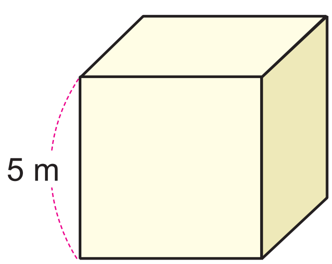


b)

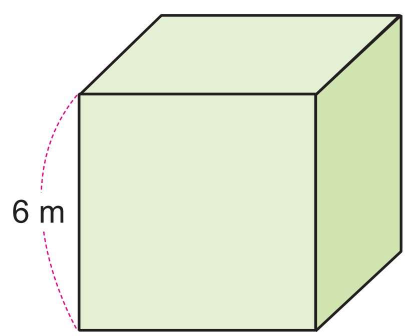


Cubos

c)



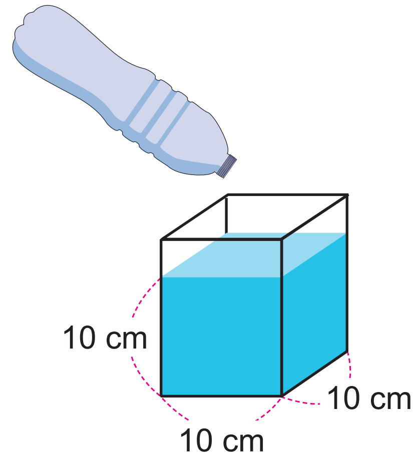
d)



Contenido 2: Volumen y capacidad

Problema

Se ha vertido 1 L de agua en un recipiente en forma de prisma rectangular como el de la figura. El recipiente se llenó justo a la altura de 10 cm.



a) ¿A cuántos cm^3 equivale el agua en el recipiente?

b) Basado en el resultado de a), ¿cuántos cm^3 es 1 L?

c) Si 1 L = 1000 mL, ¿cuántos cm^3 es 1 mL?

Solución

a) El volumen del sólido determinado por el agua es

$V = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

Hay 1000 cm^3

b) 1 L = 1000 cm^3

c) Como 1000 mL y 1000 cm^3 son 1 L, entonces, 1 mL es igual a 1 cm^3.

Conclusión

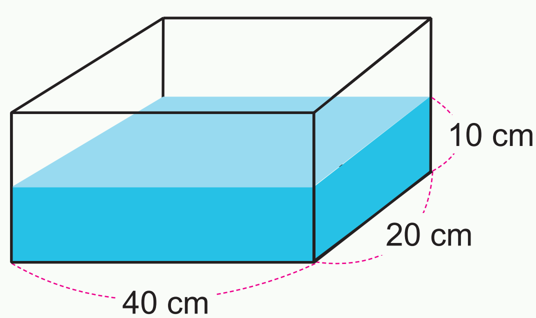
1 L = 1000 cm^3.

1 mL = 1 cm^3.

La capacidad de un recipiente se puede medir en L y en cm^3. Usamos cm^3 para medir capacidad de recipientes que pueden contener cosas no líquidas, como arena, granos, etc.

Ejemplo

Un recipiente en forma de prisma rectangular se ha llenado de agua hasta la altura de 10 cm. ¿Cuál es la capacidad en cm^3 correspondiente al agua?
¿Cuál es la capacidad en litros?



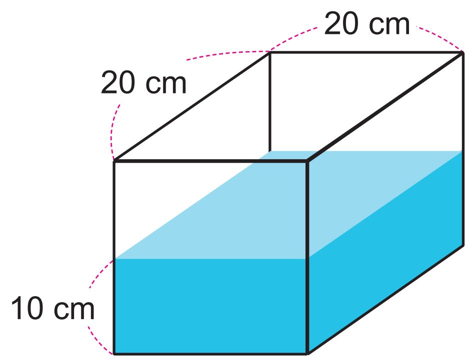
El volumen de agua es

$V = 40 \times 20 \times 10 = 8000$

Entonces, hay 8000 cm^3 de agua.
Como 1 L = 1000 cm^3, entonces en 8000 cm^3 hay 8 L.

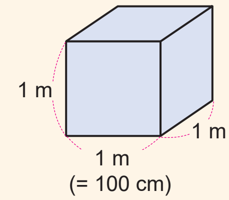
Ejercicios

1. En un recipiente en forma de prisma rectangular se depositó agua hasta que llegara a 10 cm de altura. ¿Cuál es la capacidad en cm^3 correspondiente al agua? ¿Cuántos litros de agua se depositaron?



2. ¿Cuántos litros hay en 1 m^3?

Para E2: Pensemos usando el volumen de un cubo cuyos lados miden 1 m, y que:



Más información

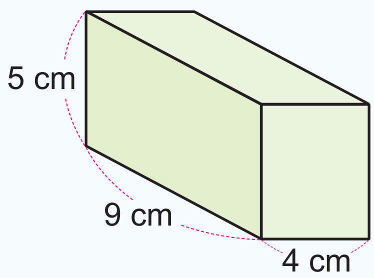
Relaciones entre longitud, área, volumen y capacidad

Longitud de un lado (cm)	Área de la base (cm^2)	Volumen de un cubo (cm^3)	Capacidad (mL / L)
1 cm	1 cm^2	1 cm^3	1 mL
10 cm	$10 \times 10 = 100$ cm^2	1000 cm^3 $10 \times 10 \times 10 = 1000$ cm^3	1000 mL (1 L)
100 cm (1 m)	$100 \times 100 = 10000$ cm^2 (1 m^2)	$100 \times 100 \times 100$ $= 1000000$ cm^3 (1 m^3)	1000000 mL (1000 L)

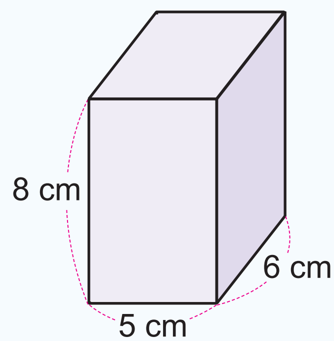
Practiquemos lo aprendido

1. Calcula el volumen de los siguientes sólidos:
   Prismas rectangulares

a)

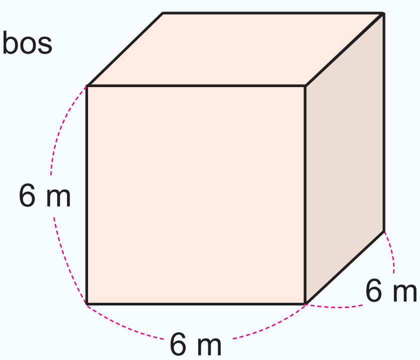


b)

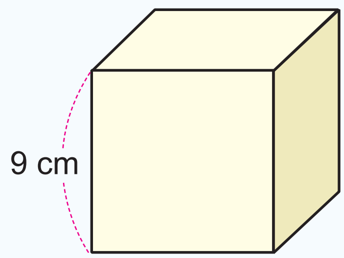


Cubos

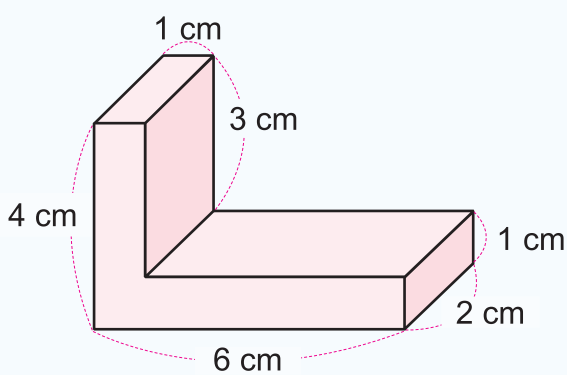
c)



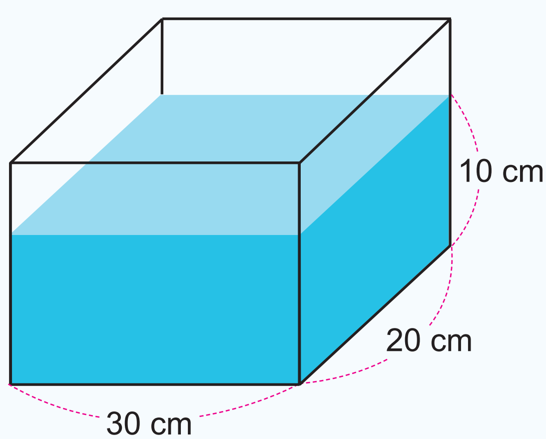
d)



e) Sólido compuesto



2. Resuelve:
   En un recipiente en forma de prisma rectangular se depositó agua hasta que llegara a 10 cm de altura. ¿Cuál es la capacidad en cm^3 correspondiente al agua? ¿Cuántos litros de agua se depositaron?

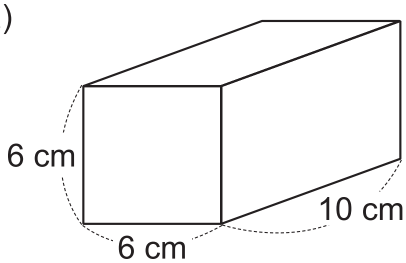


Prueba de Unidad

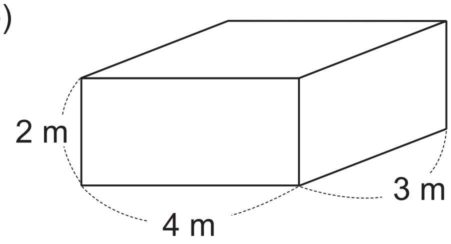
1. Escribe los procesos de cálculo y responde el volumen de los siguientes sólidos:

   Prismas rectangulares

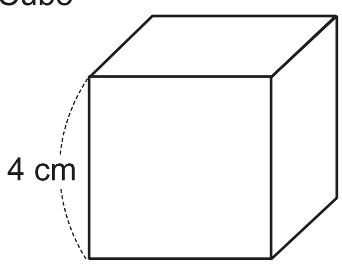
   a)



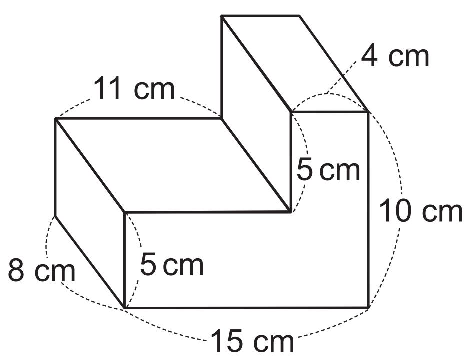
   b)



   c) Cubo

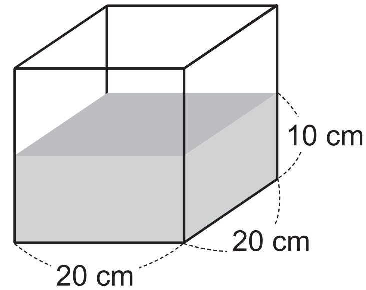


   d) Sólido compuesto



2. Resuelve:

   En un recipiente en forma de prisma se depositó agua hasta que llegara a 10 cm de altura. ¿Cuál es la capacidad en cm^3 correspondiente al agua?¿Cuántos litros de agua se depositaron?



Recordemos

Ejemplo 1

Divide: $\frac{3}{5} \div 2$

$$\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$$

Ejercicios

Divide:

a) $\frac{3}{4} \div 2$ b) $\frac{5}{7} \div 3$ c) $\frac{9}{5} \div 4$ d) $\frac{4}{5} \div 6$

Ejemplo 2

Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números:

a) $\frac{3}{4}$

El recíproco es $\frac{4}{3}$, por que $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$

b) 4

El recíproco es $\frac{1}{4}$, por que $4 \times \frac{1}{4} = 1$

El producto de un número y su recíproco es 1.

Ejercicios

Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números:

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{3}{8}$ c) 5 d) $\frac{1}{6}$

Ejemplo 3

Completa los cuadros:

$$\begin{array}{ccccc} 6 & \div & 2 & = & 3 \\ \downarrow \times 4 & & \downarrow \times 4 & & \\ \square & \div & \square & = & \square \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 6 & \div & 2 & = & 3 \\ \downarrow \times 4 & & \downarrow \times 4 & & \\ \boxed{24} & \div & \boxed{8} & = & \boxed{3} \end{array}$$

Iguales

Propiedad de la división

Al multiplicar el dividendo y el divisor por un mismo número, los cocientes son iguales.

Por ejemplo:

$$\begin{array}{ccccc} 10 & \div & 5 & = & 2 \\ \downarrow \times 2 & & \downarrow \times 2 & & \\ 20 & \div & 10 & = & 2 \end{array}$$

Ejercicios

Completa los cuadros:

a) $\begin{array}{ccccc} 6 & \div & 3 & = & 2 \\ \downarrow \times 5 & & \downarrow \times 5 & & \\ \square & \div & \square & = & \square \end{array}$

b) $\begin{array}{ccccc} 8 & \div & 2 & = & 4 \\ \downarrow \times 10 & & \downarrow \times 10 & & \\ \square & \div & \square & = & \square \end{array}$

c) $\begin{array}{ccccc} 12 & \div & 6 & = & 2 \\ \downarrow \times 2 & & \downarrow \times 2 & & \\ \square & \div & \square & = & \square \end{array}$

d) $\begin{array}{ccccc} 0{,}8 & \div & 0{,}2 & = & 4 \\ \downarrow \times 10 & & \downarrow \times 10 & & \\ \square & \div & \square & = & \square \end{array}$

Sección 1: División de fracciones

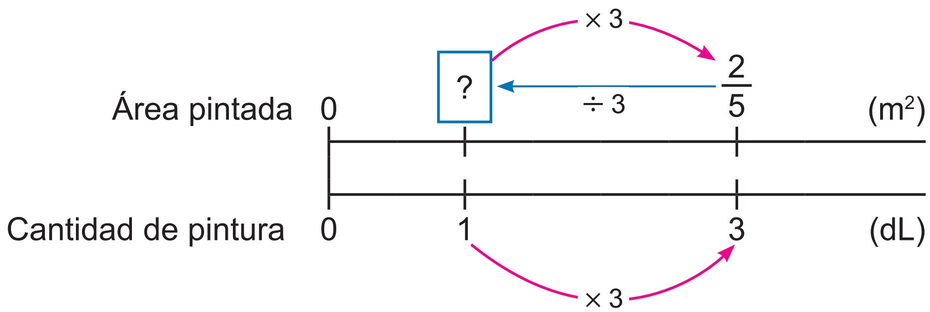
Contenido 1: PO para división de fracciones

Problema 1

Escribe el PO:

Si se pinta $\frac{2}{5}$ m^2 con 3 dL, ¿cuántos metros cuadrados de área se puede pintar con un 1 dL?

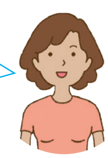
Solución



PO: $\frac{2}{5} \div 3$

Con 3 dL de pintura, se pinta 3 veces el área: $3 \times \square = \frac{2}{5}$

Entonces el área que se pinta con **1 dL** es: $\square = \frac{2}{5} \div 3$

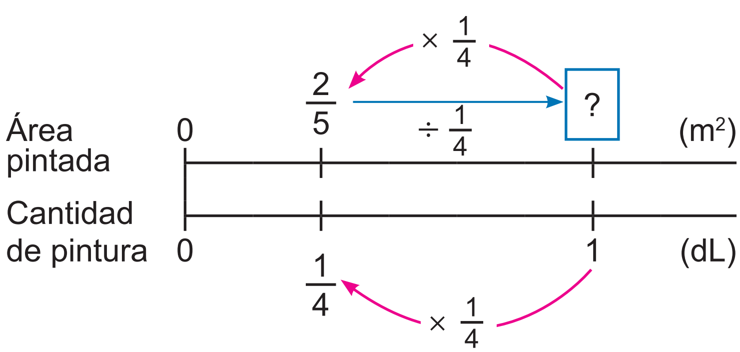


Problema 2

Escribe el PO:

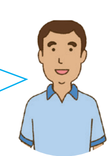
Se pintan $\frac{2}{5}$ m^2 de una barda con $\frac{1}{4}$ dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados se pinta con 1 dL?

Solución



PO: $\frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$

Área pintada ÷ Cantidad de pintura utilizada = Área que se pinta con 1 dL (Cantidad por unidad)



Conclusión

Se puede dividir un número natural entre número natural, fracción entre natural y también se puede dividir fracción entre fracción.

Ejercicios

Escribe el PO:

a) Se pintan $\frac{2}{5}$ m^2 con 2 dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados de área se pinta con un 1 dL?

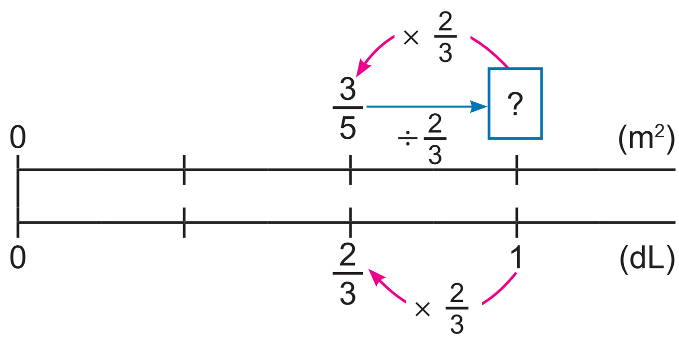
b) Una cuerda de $\frac{1}{3}$ m de largo pesa $\frac{4}{9}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de la misma cuerda?

c) Un alambre de $\frac{2}{3}$ m pesa $\frac{7}{4}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este alambre?

Contenido 2: División de fracción entre fracción (1)

Problema

Si se pintan $\frac{3}{5}$ m² de una barda con $\frac{2}{3}$ dL de pintura, ¿cuántos metros cuadrados se puede pintar con un 1 dL de pintura?

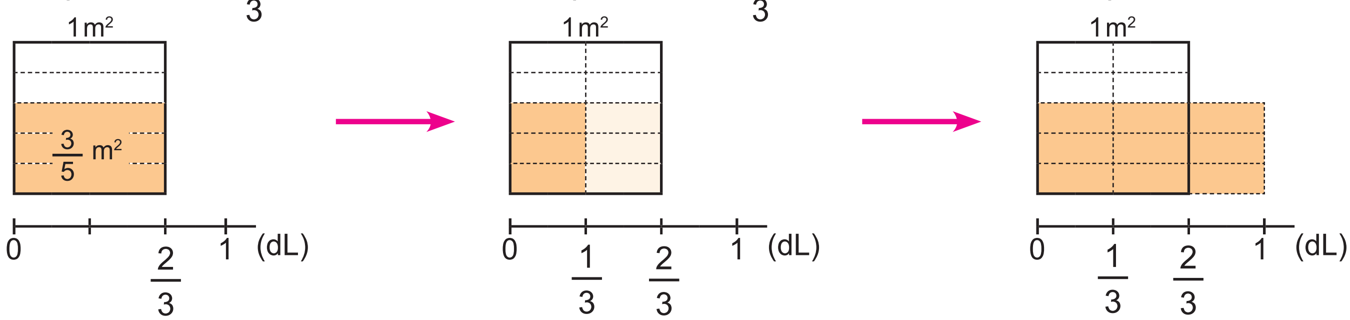


Solución

PO: $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$

Pensemos con diagramas

Área pintada con $\frac{2}{3}$ dL — Área pintada con $\frac{1}{3}$ dL — Área pintada con 1 dL



$\frac{3}{5}$ es 3 veces $= \frac{1}{5}$

$\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$

3 veces $\frac{3}{10}$ es $\frac{3 \times 3}{10} = \mathbf{\frac{9}{10}}$

Pensemos con la propiedad de la división

$$\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} = \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{2}\right) \div \left(\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{2}_{1}}\right)$$

$$= \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{2}\right) \div 1$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{3}{2}$$

$$= \mathbf{\frac{9}{10}}$$

$\frac{3}{2}$ es el recíproco de $\frac{2}{3}$.

R: $\frac{9}{10}$ m².

Conclusión

Para dividir fracción entre fracción, se multiplica la primera fracción por el recíproco de la segunda fracción.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$= \frac{a \times d}{b \times c}$$

El recíproco de $\frac{c}{d}$ es $\frac{d}{c}$.

Ejemplo

Divide: $\frac{3}{8} \div \frac{5}{7}$

$$\frac{3}{8} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{8} \times \frac{7}{5}$$

$$= \frac{3 \times 7}{8 \times 5}$$

$$= \frac{21}{40}$$

Ejercicios

Divide aplicado el ejemplo:

a) $\frac{2}{3} \div \frac{7}{8}$

b) $\frac{2}{9} \div \frac{5}{7}$

c) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{3}$

d) $\frac{4}{5} \div \frac{3}{4}$

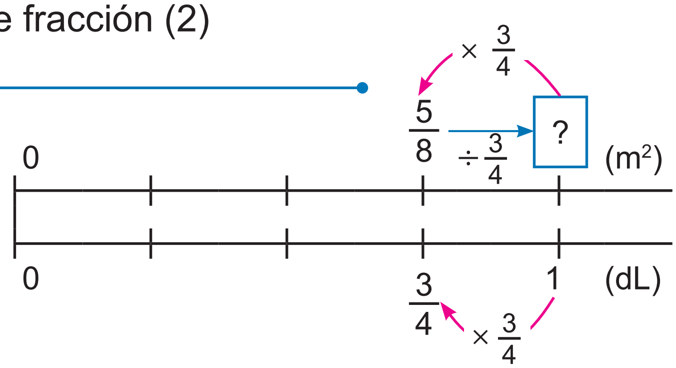
e) $\frac{5}{4} \div \frac{2}{3}$

f) $\frac{5}{3} \div \frac{9}{7}$

Contenido 3: División de fracción entre fracción (2)

Problema

Con $\frac{3}{4}$ dL de pintura se pintan $\frac{5}{8}$ m² de una cerca, ¿cuántos metros cuadrados de la cerca se pinta con un 1 dL de pintura?



Solución

PO: $\frac{5}{8} \div \frac{3}{4}$

$$\frac{5}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{8} \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{5 \times \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{2}{\cancel{8}} \times 3}$$

$$= \frac{5}{6}$$

R: $\frac{5}{6}$ m².

Conclusión

En la división de fracciones, es útil simplificar antes de que se multiplique, si es posible.

Ejemplo

Divide y simplifica: $\frac{9}{10} \div \frac{3}{8}$

$$\frac{9}{10} \div \frac{3}{8} = \frac{9}{10} \times \frac{8}{3}$$

$$= \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{5}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{3}}}$$

$$= \frac{12}{5}$$

El resultado también puede ser: $2\frac{2}{5}$

Ejercicios

1. Divide:

a) $\frac{6}{7} \div \frac{4}{9}$ b) $\frac{1}{6} \div \frac{3}{4}$ c) $\frac{9}{10} \div \frac{4}{5}$ d) $\frac{6}{7} \div \frac{3}{4}$

e) $\frac{3}{8} \div \frac{9}{14}$ f) $\frac{2}{15} \div \frac{6}{5}$ g) $\frac{9}{10} \div \frac{6}{7}$ h) $\frac{7}{2} \div \frac{7}{4}$

2. Escribe el PO y resuelve:

Con $\frac{6}{7}$ dL de pintura se pintan $\frac{3}{5}$ m² de una pared, ¿cuántos metros cuadrados de la pared se pinta con un 1 dL de pintura?

Contenido 4: División con números mixtos

Problema

Dividamos: $1\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$

Solución

Se convierte $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$

$$\boxed{1\frac{2}{5}} \div \frac{3}{4} = \boxed{\frac{7}{5}} \div \frac{3}{4}$$
$$= \frac{7}{5} \times \frac{4}{3}$$
$$= \frac{7 \times 4}{5 \times 3}$$
$$= \frac{28}{15} \quad \left(o\ 1\frac{13}{15}\right)$$

Conclusión

Para dividir fracciones con números mixtos, primero se debe convertir el número mixto en fracción impropia y luego se realiza el cálculo.

Ejemplo

Divide: $\frac{4}{3} \div 3\frac{1}{5}$

$$\frac{4}{3} \div \boxed{3\frac{1}{5}} = \frac{4}{3} \div \boxed{\frac{16}{5}}$$
$$= \frac{4}{3} \times \frac{5}{16}$$
$$= \frac{\overset{1}{\cancel{4}} \times 5}{3 \times \underset{4}{\cancel{16}}}$$
$$= \frac{5}{12}$$

Se convierte:

$3\frac{1}{5} = \frac{16}{5}$

Ejercicios

1. Divide:

a) $1\frac{1}{2} \div \frac{4}{7}$ b) $2\frac{1}{3} \div \frac{4}{5}$ c) $2\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$ d) $\frac{3}{2} \div 3\frac{1}{4}$

e) $\frac{7}{10} \div 2\frac{1}{3}$ f) $\frac{4}{7} \div 1\frac{3}{5}$ g) $1\frac{3}{4} \div \frac{5}{6}$ h) $\frac{2}{7} \div 1\frac{1}{7}$

2. Escribe el PO y resuelve:

Si se recorren caminando $\frac{15}{2}$ km en $1\frac{1}{2}$ h, ¿cuántos kilómetros se recorren en 1 h?

Contenido 5: División con números naturales

Problema

Dividamos: $3 \div \frac{7}{2}$

Solución

Se convierte $3 = \frac{3}{1}$

$$\boxed{3} \div \frac{7}{2} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{1}} \div \frac{7}{2}$$

$$= \frac{3}{1} \times \frac{2}{7}$$

$$= \frac{3 \times 2}{1 \times 7}$$

$$= \frac{6}{7}$$

Conclusión

Para dividir un número natural entre una fracción o una fracción entre un número natural, se convierte el número natural en una fracción, colocando 1 como denominador, y luego se realiza el cálculo.

Ejemplo

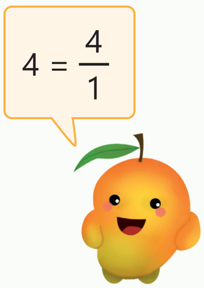
Divide: $\frac{8}{9} \div 4$

$$\frac{8}{9} \div \boxed{4} = \frac{8}{9} \div \boxed{\frac{4}{1}}$$

$$= \frac{8}{9} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{\cancel{8}^{\,2} \times 1}{9 \times \cancel{4}_{\,1}}$$

$$= \frac{2}{9}$$



Ejercicios

1. Divide:

a) $2 \div \frac{9}{4}$ b) $5 \div \frac{3}{2}$ c) $3 \div \frac{9}{7}$ d) $2 \div \frac{2}{5}$

e) $\frac{3}{5} \div 2$ f) $\frac{7}{9} \div 3$ g) $6 \div 2\frac{1}{4}$ h) $2\frac{1}{2} \div 5$

2. Escribe el PO y resuelve: Si $1\frac{1}{3}$ metros de alambre pesa 12 g, ¿cuántos gramos pesan 1 m de este mismo alambre?

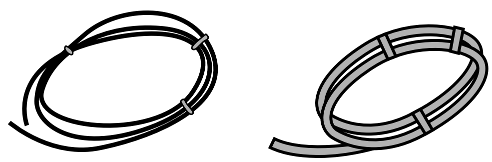
Contenido 6: División entre una fracción mayor o menor que 1

Problema

16 g de un alambre delgado mide $1\frac{1}{3}$ m y 16 g de un alambre grueso mide $\frac{2}{3}$ m.

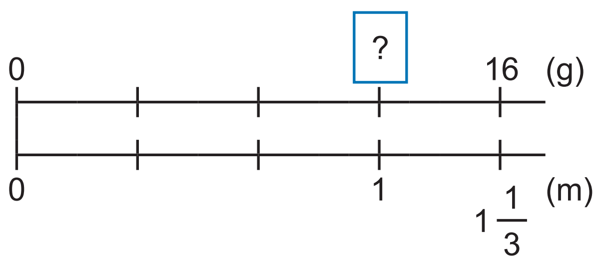
a) ¿Cuántos gramos pesa 1 m del alambre delgado?, ¿es mayor o menor que 16 g?

b) ¿Cuántos gramos pesa 1 m del alambre grueso?, ¿es mayor o menor que 16 g?



Solución

a)



PO: $16 \div 1\frac{1}{3}$

$$16 \div 1\frac{1}{3} = \frac{16}{1} \div \frac{4}{3}$$

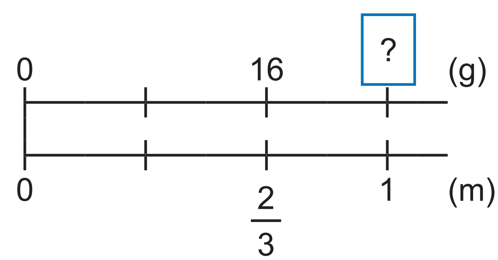
$$= \frac{16}{1} \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{\overset{4}{\cancel{16}} \times 3}{1 \times \underset{1}{\cancel{4}}}$$

$$= 12$$

R: 12 g, es **menor** que 16 g.

b)



PO: $16 \div \frac{2}{3}$

$$16 \div \frac{2}{3} = \frac{16}{1} \div \frac{2}{3}$$

$$= \frac{16}{1} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{\overset{8}{\cancel{16}} \times 3}{1 \times \underset{1}{\cancel{2}}}$$

$$= 24$$

R: 24 g, es **mayor** que 16 g.

Conclusión

El cociente es menor, si se divide entre una fracción mayor que 1, y es mayor si se divide entre una fracción menor que 1.

Ejemplo

Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que $\frac{5}{6}$.

a) $\frac{5}{6} \div \frac{1}{4}$ b) $\frac{5}{6} \div \frac{7}{4}$ c) $\frac{5}{6} \div 1\frac{2}{3}$ d) $\frac{5}{6} \div 1$ e) $\frac{5}{6} \div \frac{2}{5}$

R: a) y e)

El divisor es menor que 1, así que los cocientes son mayores que $\frac{5}{6}$.

No es necesario hacer cálculos, pero puedes comprobarlo.

Ejercicios

1. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente menor que 24, sin calcular:

a) $24 \div \frac{4}{7}$ b) $24 \div \frac{3}{4}$ c) $24 \div \frac{2}{3}$ d) $24 \div 1\frac{1}{5}$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que $\frac{4}{7}$, sin calcular:

a) $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{7} \div 3$ c) $\frac{4}{7} \div \frac{1}{4}$ d) $\frac{4}{7} \div 1\frac{1}{4}$

Unidad 9

Sección 2: Operaciones combinadas de fracciones

Contenido 1: Multiplicación y división de fracciones

Problema

Calculemos: $\frac{1}{2} \times \frac{7}{10} \div \frac{6}{5}$

Solución

$$\frac{1}{2} \times \frac{7}{10} \div \frac{6}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{10} \times \frac{5}{6}$$

$$= \frac{1 \times 7 \times \cancel{5}^{1}}{2 \times \cancel{10}_{2} \times 6}$$

$$= \frac{7}{24}$$

Conclusión

Los cálculos que contengan multiplicaciones y divisiones, se puede multiplicar todo cambiando el divisor por su recíproco.

Ejemplo

Calculemos:

$$\frac{3}{4} \div \frac{6}{5} \div 5 = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{\cancel{3}^{1} \times \cancel{5}^{1} \times 1}{4 \times \cancel{6}_{2} \times \cancel{5}_{1}}$$

$$= \frac{1}{8}$$

Ejercicios

Calcula:

a) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{10} \div \frac{2}{7}$

b) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{8} \div \frac{7}{9}$

c) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{4} \div \frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{9} \div \frac{4}{7} \div \frac{5}{6}$

e) $\frac{7}{12} \div \frac{5}{3} \times \frac{8}{5}$

f) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \div \frac{4}{3}$

g) $\frac{16}{7} \div 9 \times \frac{3}{8}$

h) $\frac{5}{9} \div \frac{3}{4} \times \frac{7}{10}$

Contenido 2: Operaciones combinadas

Problema

Calculemos $0{,}9 \div \frac{3}{5}$

a) Convirtiendo 0,9 en fracción.

b) Convirtiendo $\frac{3}{5}$ en número decimal.

Solución

a) Convierto $0{,}9 = \frac{9}{10}$

$$0{,}9 \div \frac{3}{5} = \frac{9}{10} \div \frac{3}{5} = \frac{9}{10} \times \frac{5}{3} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{3}{2}$$

b) Convierto $\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0{,}6$

$$0{,}9 \div \frac{3}{5} = 0{,}9 \div 0{,}6 = 1{,}5$$

El resultado es el mismo: $\frac{3}{2} = 1{,}5$

Conclusión

Los cálculos que contengan fracciones y números decimales, se puede convertir todos en fracción o todos en números decimales y luego realizar el cálculo.

Ejemplo

Calcula: $0{,}5 \times \frac{1}{3}$

Voy a convertir la fracción en número decimal, sería 1 ÷ 3.

$$\begin{array}{r|l} 1{,}0\ 0 & 3 \\ -\quad 9 & 0{,}3\ 3\ \ldots \\ \hline 1\ 0 & \\ -\ \ 9 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$\frac{1}{3}$ no lo podemos convertir a decimal.

$$0{,}5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{10} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \times 1}{\underset{2}{\cancel{10}} \times 3}$$

$$= \frac{1}{6}$$

Ejercicios

1. Convierte la fracción en número decimal y calcula: a) $0{,}4 \div \frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{5} \times 0{,}2$

2. Convierte el número decimal en fracción y calcula:

a) $0{,}4 \div \frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{5} \times 0{,}2$ c) $0{,}5 \times \frac{2}{3}$ d) $2\frac{1}{2} \times 2{,}5$

Practiquemos lo aprendido

1. Divide y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{7} \div \frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{7} \div \frac{2}{3}$ c) $9 \div \frac{15}{4}$

d) $1\frac{7}{9} \div \frac{8}{3}$ e) $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} \div \frac{7}{9}$ f) $\frac{7}{3} \times \frac{1}{2} \div 14$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que 15, sin calcular:

a) $15 \div \frac{3}{4}$ b) $15 \div \frac{4}{3}$ c) $15 \div \frac{2}{5}$

3. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente menor que $\frac{2}{5}$, sin calcular:

a) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{5} \div 5$ c) $\frac{2}{5} \div \frac{9}{10}$

4. Convierte la fracción en número decimal y calcula:

a) $0{,}3 \times \frac{1}{2}$ b) $0{,}2 \times \frac{1}{10} \times 3$

5. Convierte el número decimal en fracción y calcula:

a) $\frac{3}{4} \div 0{,}5$ b) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \div 0{,}6$ c) $0{,}2 \times \frac{1}{10} \times 3$

6. Escribe el PO y responde:

a) Si $\frac{2}{3}$ m de una varilla de hierro pesa $\frac{8}{9}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de esa misma varilla de hierro?

b) Se necesitan $\frac{5}{7}$ dL de pintura para pintar $1\frac{3}{7}$ m^2 de una pared, ¿cuántos decilitros de pintura se necesitan para pintar 1 m^2 de pared?

Prueba de Unidad

1. Divide y simplifica si es posible:

a) $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{7} \div \frac{4}{9}$

c) $\frac{3}{4} \div \frac{9}{8}$

d) $\frac{1}{4} \div \frac{5}{8} \times \frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{3} \div \frac{3}{4} \div 6$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que $\frac{2}{3}$, sin calcular:

a) $\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$

c) $\frac{2}{3} \div \frac{10}{9}$

3. Convierte la fracción en número decimal y calcula: $0{,}8 \div \frac{1}{5}$

4. Convierte el número decimal en fracción y calcula: $\frac{5}{4} \div 0{,}5$

5. Escribe el PO y responde:

Si $\frac{3}{4}$ m de una varilla de hierro pesa $\frac{9}{8}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de esa misma varilla de hierro?

Razón

Recordemos

Ejemplo 1

Divide 2 ÷ 5, escribiendo la respuesta:

a) en número decimal, hasta obtener residuo 0.

	2,	0	5	
–	0		0,	4
	2	0		
–	2	0		
		0		

R: 0,4

b) como una fracción.

$2 \div 5 = \frac{2}{5}$

R: $\frac{2}{5}$

$\bigcirc \div \triangle = \frac{\bigcirc}{\triangle}$

numerador denominador

Ejercicios

1. Divide hasta obtener residuo 0:

a) 1 ÷ 2 b) 8 ÷ 5 c) 3 ÷ 4

2. Escribe cada división del Ejercicio 1 como una fracción.

Ejemplo 2

María resolvió 8 de 10 ejercicios correctamente. ¿Cuál es la razón de las respuestas correctas respecto al total?

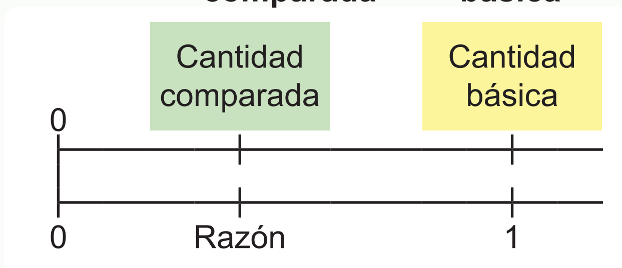
Cantidad básica: 10

Cantidad comparada: 8

Entonces,

razón = 8 ÷ 10

Razón = cantidad comparada ÷ cantidad básica



a) respuesta en número decimal.

	8,	0	1	0
–	0		0,	8
	8	0		
–	8	0		
		0		

R: 0,8

b) como una fracción.

$8 \div 10 = \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{10}_{5}} = \frac{4}{5}$

R: $\frac{4}{5}$

Ejercicios

Calcula la razón en cada caso y exprésala como número decimal y como fracción.

a) En un salón hay 8 niñas de 16 estudiantes en total. ¿Cuál es la razón de niñas con respecto al total de estudiantes?

b) En un campo hay 24 árboles de naranja de 40 árboles en total. ¿Cuál es la razón de naranjos con respecto al total de árboles?

Sección 1: Razones y proporciones

Contenido 1: Concepto de razón

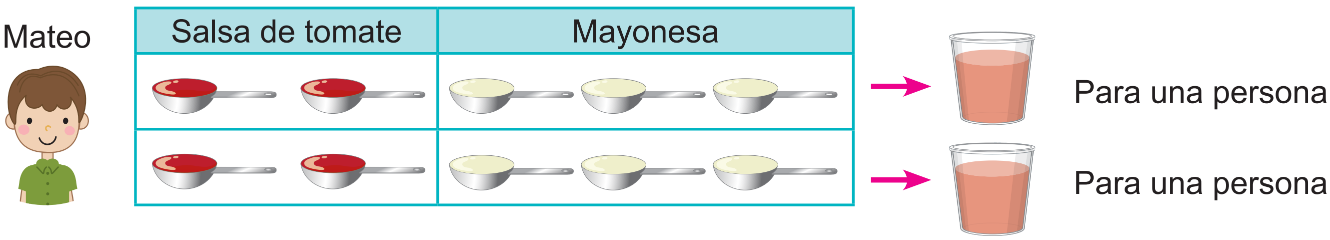
Problema

Carlos preparó una salsa usando 2 cucharaditas de salsa de tomate y 3 de mayonesa para una persona. Si Mateo quiere preparar la misma salsa para 2 personas, ¿cuántas cucharaditas de cada ingrediente necesita?

Solución

Carlos

Mateo



Si se duplica la cantidad de salsa de tomate y mayonesa, se puede hacer la misma salsa para 2 personas.

R: 4 cucharaditas de salsa de tomate y 6 de mayonesa.

Conclusión

La relación “2 cucharaditas de salsa de tomate y 3 de mayonesa” la expresamos como 2 : 3 usando el símbolo “ : ”.

“2 : 3” se lee “2 es a 3”. Una expresión como 2 : 3 se llama **razón**.

En el caso de Mateo, la razón es 4 : 6, la cual se lee “4 es a 6”.

Ejercicios

Escribe la razón de:

a) Jugo de naranja y agua para hacer un refresco.

b) Avena y miel para hacer galletas.

c) Vinagres y aceite para hacer salsa.

Contenido 2: Razones equivalentes y proporción

Problema

En referencia a las salsas preparadas por Carlos y Mateo (en el contenido anterior):

a) Escribe la razón para cada una de las salsas, considerando la cantidad de mayonesa como la básica y la cantidad de salsa de tomate como la comparada.

b) ¿Cómo son los valores encontrados en a)?

Solución

a) Si consideramos una cucharadita como 1,

Carlos — Cantidad comparada — Cantidad básica

Razón 2 : 3 → $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

Mateo — Cantidad comparada — Cantidad básica

Razón 4 : 6 → $4 \div 6 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

2 : 3

b) Los valores obtenidos son iguales.

Conclusión

Para la razón **a : b**, su valor es **a** dividido por **b**, e indica cuántas veces **a** es **b**. Es decir,

El valor de la razón **a : b** es **a ÷ b =** $\mathbf{\frac{a}{b}}$

Cuando los valores de las razones son iguales, decimos que **las razones son equivalentes** y expresamos la relación como

2 : 3 = 4 : 6

A esta igualdad se le conoce como **proporción**. Esta se lee “2 es a 3 como 4 es a 6”.

Ejemplo

Entre las siguientes razones, encuentra la que es igual a 1 : 4.

a) 10 : 5 b) 3 : 12 c) 3 : 9

Calculamos cada valor:

a) $10 \div 5 = \frac{10}{5} = \frac{2}{1} = 2$ b) $3 \div 12 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ c) $3 \div 9 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

El valor de la razón 1 : 4 es $1 \div 4 = \frac{1}{4}$. Como los valores de las razones 1 : 4 y b) son iguales, estas forman la proporción

1 : 4 = 3 : 12.

Ejercicios

1. Encuentra los valores de las razones 2 : 5 y 5 : 2. ¿Son iguales? Explica tu respuesta.
2. Entre las siguientes razones, encuentra la que es igual a 3 : 4.

   a) 1 : 2 b) 4 : 5 c) 15 : 20 d) 4 : 1

   Escribe la proporción que se obtiene de las dos razones con igual valor.

Sección 2: Propiedad de las razones y su aplicación

Contenido 1: Propiedad de las razones

Problema

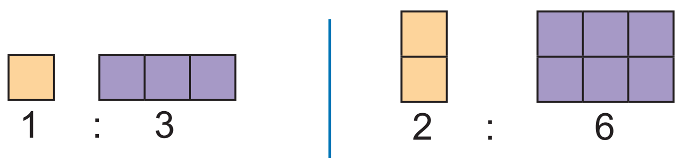
Las razones 1 : 3, 2 : 6, 3 : 9 son iguales.

a) Investiga la relación entre los números que conforman 1 : 3 y 2 : 6.

b) Investiga la relación entre los números que conforman 1 : 3 y 3 : 9.

Solución

a) Veamos la relación entre los números de 1 : 3 y 2 : 6,



Se duplican los cuadrados, es decir, cuando multiplicas 1 y 3 por 2, se obtienen 2 y 6:

$$\underset{\times 2}{\overset{\times 2}{1 : 3 = 2 : 6}}$$

Pero también, si dividimos 2 y 6 entre 2, se obtiene 1 y 3:

$$\underset{\div 2}{\overset{\div 2}{2 : 6 = 1 : 3}}$$

b) La relación entre los números de 1 : 3 y 3 : 9 se establece con la multiplicación (o división) por 3:

$$\underset{\times 3}{\overset{\times 3}{1 : 3 = 3 : 9}} \qquad \underset{\div 3}{\overset{\div 3}{3 : 9 = 1 : 3}}$$

Conclusión

En la razón **a : b** se cumple lo siguiente:

a) Si se multiplican **a** y **b** por el mismo número, la razón resultante es equivalente a **a : b**.

$$\underset{\boxed{\times 2}}{\overset{\boxed{\times 2}}{1 : 3 = 2 : 6}}$$

b) Si se dividen **a** y **b** por el mismo número, la razón resultante es equivalente a **a : b**.

$$\underset{\boxed{\div 3}}{\overset{\boxed{\div 3}}{3 : 9 = 1 : 3}}$$

Unidad 10

Ejemplo

Completa el cuadrado con el número correspondiente y completa la proporción:

a) $3 : 4 = 15 : \square$

$$\times 5$$
$$3 : 4 = 15 : \square$$

Entonces

$$4 \times 5 = 20$$

R: 3 : 4 = 15 : **20**

b) $8 : 16 = 4 : \square$

$$\div 2$$
$$8 : 16 = 4 : \square$$

Entonces

$$16 \div 2 = 8$$

R: 8 : 16 = 4 : **8**

Ejercicios

1. Completa el cuadrado con el número correspondiente y completa la proporción:

a) $7 : 5 = 14 : \square$

b) $20 : 15 = 4 : \square$

c) $4 : \square = 16 : 12$

d) $14 : \square = 7 : 15$

2. Completa cada cuadrado con el número correcto:

a) $\times \square$
$4 : 5 = 8 : 10$
$\times \square$

b) $\times \square$
$3 : 2 = 15 : 10$
$\times \square$

c) $\div \square$
$15 : 6 = 5 : 2$
$\div \square$

d) $\div \square$
$42 : 14 = 6 : 2$
$\div \square$

Contenido 2: Simplificación de razones (1)

Problema

Expresa 42 : 54 como una razón más sencilla.

Solución

Se puede proceder de dos formas:

Podemos usar la propiedad de las fracciones dividiendo por un mismo número:

$$\underset{\div 6}{\overset{\div 6}{42 : 54 = 7 : 9}}$$

Es decir,

42 : 54 = 7 : 9

La razón se expresa como fracción:

$$42 : 54 \longrightarrow \frac{\overset{7}{\cancel{42}}}{\underset{9}{\cancel{54}}}$$

Así,

42 : 54 = 7 : 9

Conclusión

Simplificar una razón significa obtener otra razón igual a esta, en la que los números enteros involucrados son los más pequeños posibles.

Se puede simplificar la razón **a : b** dividiendo tanto **a** como **b** entre el máximo común divisor.

Ejercicios

1. Simplifica las siguientes razones:

a) 25 : 35 b) 18 : 12 c) 64 : 40 d) 27 : 81

2. ¿Cuál de las siguientes razones es equivalente a 2 : 3?

a) 8: 12 b) 3 : 5 c) 6 : 10 d) 20 : 30

Contenido 3: Simplificación de razones (2)

Problema

Simplifica las siguientes razones:

a) 0,6 : 1,5 b) $\frac{1}{2} : \frac{4}{3}$

Solución

a) Usamos las propiedades de las razones multiplicando ambos números por 10:

$$\begin{aligned} 0{,}6 : 1{,}5 &= (0{,}6 \times 10) : (1{,}5 \times 10) \\ &= 6 : 15 \\ &= 2 : 5 \end{aligned}$$

b) Multiplicamos ambas fracciones por 6, el mínimo común múltiplo de 2 y 3.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} : \frac{4}{3} &= \left(\frac{1}{2} \times 6\right) : \left(\frac{4}{3} \times 6\right) \\ &= 3 : 8 \end{aligned}$$

Primero procuramos convertir a una razón con números naturales para poder simplificarla.

Conclusión

Si una razón tiene decimales o fracciones, se puede convertir en una razón con números naturales para poder simplificarla.

Ejercicios

Simplifica las siguientes razones:

a) 0,6 : 0,5 b) 0,9 : 2,1

c) 2,4 : 3 d) $\frac{1}{6} : \frac{2}{9}$

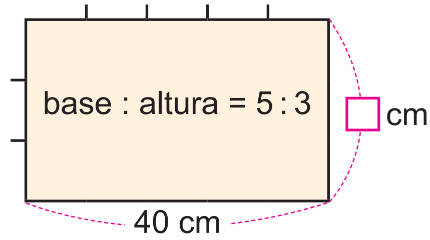
e) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$ f) $\frac{18}{5} : 6$

Contenido 4: Aplicación de razón

Problema

Hay una hoja en forma rectangular, la razón entre base y altura es 5 : 3.

Si la base del rectángulo es 40 cm, ¿cuántos cm tiene la altura?



Solución

Representamos con un $\square$ la longitud de altura. De la propiedad de las razones,

$$\underset{\times 8}{\overset{\times 8}{5 : 3 = 40 : \square}}$$

Como $5 \times 8 = 40$, entonces se calcula $\square$ como

$$\square = 3 \times 8 = 24$$

R: La longitud de la altura es 24 cm.

Conclusión

El problema se puede resolver centrándose en la relación entre las dos cantidades y utilizando la propiedad de las razones.

Ejemplo

Para preparar un refresco, se mezclan 120 mL de agua con 40 mL de jugo.

Si se tienen 160 mL de jugo, ¿cuántos mL de agua se necesitan para preparar un refresco de la misma concentración?

$$120 : 40 = \square : 160$$

$$\square = 120 \times 4 = 480$$

R: 480 mL.

De la propiedad de las razones:

$$\underset{\times 4}{\overset{\times 4}{120 : 40 = \square : 160}}$$

Ejercicios

Resuelve los siguientes problemas:

a) Preparamos café con leche en una razón de 3 : 2. Si tenemos 90 ml de café, ¿cuántos mililitros de leche necesitamos?

b) Para preparar panqueques se usan 3 tazas de harina y 2 tazas de leche. Si se utilizarán 9 tazas de harina, ¿cuántas tazas de leche se necesitan?

c) Doña María, para preparar la masa utiliza 135 g de harina y 750 ml de agua, ¿cuántos gramos de harina necesita si usa 250 mL de agua?

Practiquemos lo aprendido

1. Escribe la razón de:

 a) Jugo de naranja y agua para hacer un refresco.

Jugo de naranja Agua

 b) Café y leche.

Café Leche

2. Calcula los valores de cada razón:

 a) 2 : 5 b) 3 : 2 c) 1 : 4 d) 8 : 20

3. Encuentra la razón del Ejercicio 2 que es equivalente a 6 : 4. Escribe como una proporción.

4. Completa cada cuadro con el número correcto:

 a) $\overset{\times 4}{}$ $1 : 3 = 4 : \boxed{}$ $\underset{\times 4}{}$

 b) $\overset{\div 3}{}$ $6 : 9 = 2 : \boxed{}$ $\underset{\div 3}{}$

 c) $3 : 5 = 21 : \boxed{}$

 d) $6 : 24 = \boxed{} : 12$

5. Simplifica las siguientes razones:

 a) 8 : 20 b) 7 : 14 c) 1,8 : 3 d) 5 : 0,5 e) $\frac{1}{6} : \frac{3}{4}$ f) $\frac{7}{3} : \frac{2}{9}$

6. Resuelve:

 a) En una rifa, la razón entre papelitos premiados y no premiados es 4 : 9. Si hay 16 premiados, ¿cuántos papelitos no premiados se deben colocar?

 b) Para preparar salsa agridulce se usan 40 ml de salsa inglesa y 60 ml de salsa de tomate. Si se usan 120 mililitros de salsa inglesa, ¿cuántos mililitros de salsa de tomate deben usarse para obtener la misma salsa agridulce?

Unidad 10

Prueba de Unidad

1. Calcula el valor de cada razón:

   a) 3 : 5 b) 5 : 3 c) 4 : 6

2. De las razones del Ejercicio 1, encuentra la que es igual a 9 : 15 y escribe como una proporción.

3. Completa cada cuadro con el número correcto:

   a) $1 : 6 = 5 : \square$

   b) $4 : \square = 24 : 18$

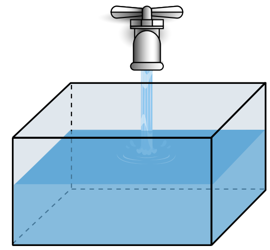
4. Simplifica la siguiente razón:
   18 : 24

5. Escribe el proceso de cálculo y responde:
   Para preparar galletas de avena, la razón entre la cantidad de harina y avena (en gramos) es 5 : 3. Si Pamela utiliza un paquete de 100 g de harina, ¿cuántos gramos de avena debe utilizar?

Sección 1: Concepto de proporcionalidad

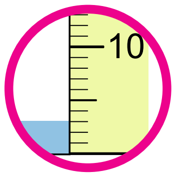
Contenido 1: Cantidades directamente proporcionales

Problema

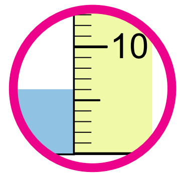


Se vierte agua en un tanque rectangular a un ritmo constante.
Si el agua sube 3 cm por minuto, analizamos la relación que existe entre el tiempo y el nivel de agua.

1 minuto después



2 minutos después



Si el tiempo X aumenta a 2, 3, 4, ... (min), analicemos qué ocurrirá con el nivel de agua Y cm.

a) Completa la siguiente tabla:

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3						…

b) ¿Cómo cambia el nivel de agua si el tiempo se duplica, triplica, ... iniciando desde 1 min?

c) ¿Cómo cambia el nivel de agua si el tiempo se duplica, triplica, ... iniciando desde 2 min?

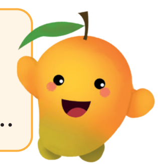
Solución

a) El nivel de agua será de 3 cm después de 1 minuto y de 6 cm después de 2 minutos ...
La tabla se completa a como sigue:

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

b) Cuando el tiempo es 2, 3, 4, …veces el tiempo inicial (1 minuto), también el nivel de agua es 2, 3, 4,… veces 3 cm.

Duplicarlo significa 2 veces, triplicarlo significa 3 veces, cuadriplicarlo significa 4 veces ...



c) Cuando el tiempo se considera desde 2 min y este se duplica, triplica,... también el nivel de agua (6 cm) se duplica, triplica, ...

× 3 × 2 × 3 × 2

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

× 2 × 3 × 2 × 3

Conclusión

Si hay dos cantidades X y Y, y X se duplica, triplica ..., y Y también se duplica, triplica ..., entonces se dice que Y es **directamente proporcional** a X.

X	1	2	3	4
Y	3	6	9	12

X	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	3	6	9	12	15	18	21	24

Estas tablas son de proporcionalidad directa.

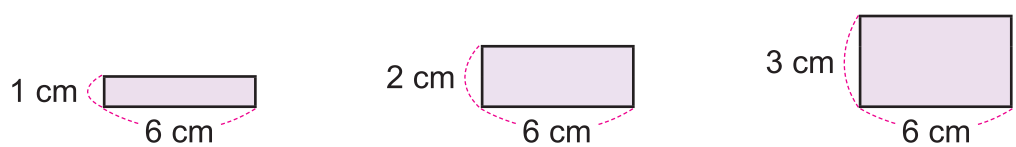
Ejercicios

Completa la tabla y analiza:

1. La longitud de la altura y el área de un rectángulo de base 6 cm.

   a) Completa la tabla:

Altura X (cm)	1	2	3	4	5	6	…
Área Y (cm^2)							…

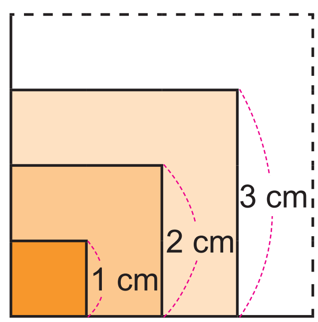


   b) ¿El Área Y es directamente proporcional a la Altura X? ¿Por qué?

2. La longitud de un lado y el perímetro de un cuadrado.

   a) Completa la tabla:

Lado X (cm)	1	2	3	4	5	6	…
Perímetro Y (cm)							…

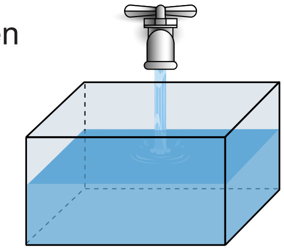


   b) ¿Es Perímetro Y directamente proporcional a Lado X? ¿Por qué?

Contenido 2: Propiedades de cantidades proporcionales (1)

Problema

A continuación se muestra la tabla de proporcionalidad directa que vimos en la clase anterior.



Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	...
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	...

¿Qué nivel tendrá el agua después de 8 minutos?

Solución

8 minutos es 8 veces 1 minuto, entonces el nivel de agua es 8 veces 3 cm:

$$8 \times 3 = 24$$

R: 24 cm.

Hay otras soluciones posibles:

8 minutos es el doble de 4 minutos.

Entonces, el nivel de agua es el doble de 12 cm.

$$2 \times 12 = 24$$

R: 24 cm.

Otra forma:
8 minutos es 4 veces 2 minutos, entonces el nivel de agua es 4 veces 6 cm:

$$4 \times 6 = 24$$

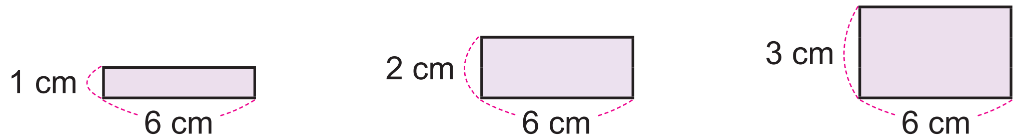
Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	…	8	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	…	24	…

Conclusión

Si Y es directamente proporcional a X, entonces cuando X cambia en $\boxed{}$ veces, Y también cambia $\boxed{}$ veces.

Ejercicios

1. Se fija la altura de los rectángulos de base 6 cm.



Observa la tabla y responde:

Altura X (cm)	1	2	3	4	…
Área Y (cm^2)	6	12	18	24	…

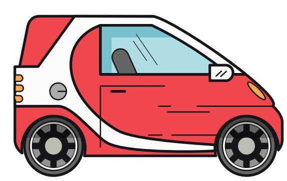
a) ¿Cuál es el área de un rectángulo cuya altura mide 8 cm?

b) ¿Cuál es el área de un rectángulo cuya altura mide 10 cm?

c) ¿Cuál es el área de un rectángulo cuya altura mide 12 cm?

2. El tiempo y la distancia recorrida por un automóvil son directamente proporcionales como se muestra en la siguiente tabla:

Tiempo X (h)	1	2	3	4	…
Distancia Y (km)	50	100	150	200	…



a) ¿Cuántos kilómetros recorrerá este automóvil en 6 horas?

b) ¿Cuántos kilómetros recorrerá este automóvil en 10 horas?

Contenido 3: Propiedades de cantidades proporcionales (2)

Problema

A continuación se muestra la tabla de proporcionalidad directa que vimos en la clase anterior.

$\times \frac{1}{3}$

$\times 2,5$

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

$\times$ A

$\times$ B

a) Encuentra el valor del número A.

b) Encuentra el valor del número B.

Solución

a) Por proporcionalidad directa, si el tiempo aumenta 2,5 veces, el nivel del agua también aumenta 2,5 veces, es decir A = 2,5.

Se puede confirmar:

Valor del tiempo: $2 \rightarrow 5$ y $2,5 \times 2 = 5$

Nivel del agua: $6 \rightarrow 15$ y $2,5 \times 6 = 15$

b) Si el tiempo se reduce $\frac{1}{3}$ veces, el nivel del agua también se reduce $\frac{1}{3}$ veces, es decir B = $\frac{1}{3}$.

Se puede confirmar:

Valor del tiempo: $6 \rightarrow 2$ y $\frac{1}{3} \times 6 = 2$

Nivel del agua: $18 \rightarrow 6$ y $\frac{1}{3} \times 18 = 6$

Conclusión

Si Y es directamente proporcional a X, entonces cuando X cambia en $\square$ veces, Y también cambia $\square$ veces.

$\square$ puede ser no solo un número natural, sino también puede ser un número decimal o una fracción.

Ejemplo

En la misma situación del Problema, se determinan los números A y B.

$\times 1{,}5$ $\quad \times \frac{1}{2}$

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

$\times A$ $\quad \times B$

Cuando el tiempo es de 1,5 veces, el nivel de agua también es de 1,5 veces.

Cuando el tiempo es de $\frac{1}{2}$ veces, el nivel de agua también es de $\frac{1}{2}$ veces.

Por lo tanto, A = 1,5 y B = $\frac{1}{2}$.

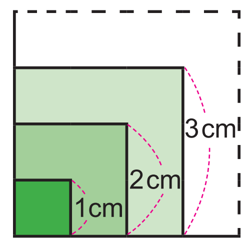
Confirmación:

$1{,}5 \times 6 = 9$ y $\frac{1}{2} \times 18 = 9$

Ejercicios

Encuentra los números correspondientes a A, B, C y D.

a) El perímetro de un cuadrado es directamente proporcional a la longitud de su lado.

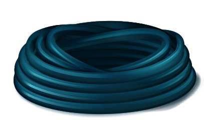


$\times 2{,}5$ $\quad \times \frac{1}{2}$

Longitud X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	…

$\times A$ $\quad \times B$

b) El peso del alambre es directamente proporcional a su longitud.



$\times \frac{1}{4}$ $\quad \times 2{,}5$

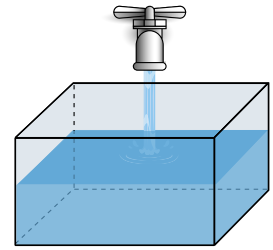
Longitud X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Peso Y (g)	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	…

$\times C$ $\quad \times D$

Contenido 4: Cambios de cantidades directamente proporcionales

Problema

A continuación se muestra la tabla de proporcionalidad directa estudiada en la página 124. Si el tiempo X cambia como en a) y b), ¿cuántas veces cambia el nivel de agua?



Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	18	…

Utilice la idea de ○ ÷ △ = $\frac{○}{△}$

Solución

a) El tiempo X y el nivel de agua Y cambian de la siguiente forma:

Cambio de X $\quad 2 \rightarrow 3 \quad 3 \div 2 = \frac{3}{2}$ (veces)

Cambio de Y $\quad 6 \rightarrow 9 \quad 9 \div 6 = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ (veces)

Cuando X aumenta $\frac{3}{2}$ veces, Y también aumenta $\frac{3}{2}$ veces.

b) El tiempo X y el nivel de agua Y cambian de la siguiente forma:

Cambio de X $\quad 6 \rightarrow 3 \quad 3 \div 6 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (veces)

Cambio de Y $\quad 18 \rightarrow 9 \quad 9 \div 18 = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$ (veces)

Cuando X se reduce $\frac{1}{2}$ veces, Y también se reduce $\frac{1}{2}$ veces.

Conclusión

Si Y es directamente proporcional a X, el cambio en X es el mismo que en Y.

Ejercicios

Encuentra los números correspondientes de A, B, C y D.

a) El peso del alambre es directamente proporcional a su longitud.

$\times A$ $\times B$

Longitud X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Peso Y (g)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	…

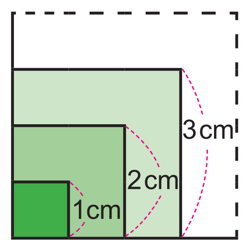
$\times A$ $\times B$

b) El perímetro de un cuadrado es directamente proporcional a la longitud de su lado.

$\times C$ $\times D$

Lado X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	…

$\times C$ $\times D$

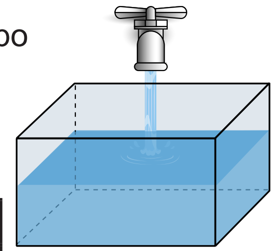


Contenido 5: Expresión para cantidades directamente proporcionales

Problema

La siguiente tabla muestra la relación de proporcionalidad directa entre el tiempo y el nivel del agua.

Completa la siguiente tabla calculando “Nivel de agua ÷ Tiempo” para cada columna.



Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	…
Nivel de agua Y ÷ Tiempo X						

Solución

Para completar se calcula

$$3 \div 1 = 3, \qquad 6 \div 2 = 3, \qquad 9 \div 3 = 3, \ldots$$

Por lo tanto,

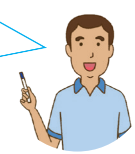
Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	…
Nivel de agua Y ÷ Tiempo X	3	3	3	3	3	…

Observamos que

Nivel de agua ÷ Tiempo = 3
(Y) (X)

Esto se expresa como

Nivel de agua = 3 × Tiempo
(Y) (X)



Conclusión

Cuando Y es directamente proporcional a X, entonces Y dividido por X no cambia, es decir, es constante.

$$Y \div X = \text{constante}$$

A partir de esto, podemos expresar

$$Y = \text{constante} \times X.$$

El valor de
Nivel de agua ÷ Tiempo
no cambia en cada columna,
es decir es **constante**.

X	1	2	3	4	5	...
Y	3	6	9	12	15	...

× 3 (constante)

Ejemplo

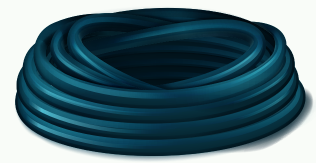
La siguiente tabla muestra la relación entre la longitud y el peso de un alambre:

Longitud (m)	1	2	3	4	5	6
Peso (g)	30	60	90	120	150	180

El peso es directamente proporcional a la longitud. Encuentra el valor de $\square$ en cada caso.

a) Peso ÷ Longitud = $\square$ → Peso ÷ Longitud = $\boxed{30}$

b) Peso = $\square$ × Longitud → Peso = $\boxed{30}$ × Longitud



Ejercicios

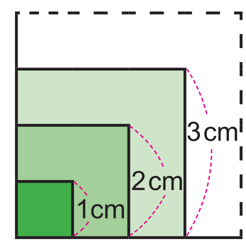
Encuentra el valor de $\square$ en cada caso.

1. El perímetro de un cuadrado es directamente proporcional a la longitud de su lado:

Lado X (cm)	1	2	3	4	...
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	...

a) Perímetro ÷ Lado = $\square$

b) Perímetro = $\square$ × Lado



2. El peso de un alambre es directamente proporcional a su longitud:

Longitud X (cm)	1	2	3	4	…
Peso Y (g)	5	10	15	20	…

Peso = $\square$ × Longitud

3. La distancia recorrida por un automóvil es directamente proporcional al tiempo:

Tiempo X (h)	1	2	3	4	…
Distancia Y (km)	60	120	180	240	…

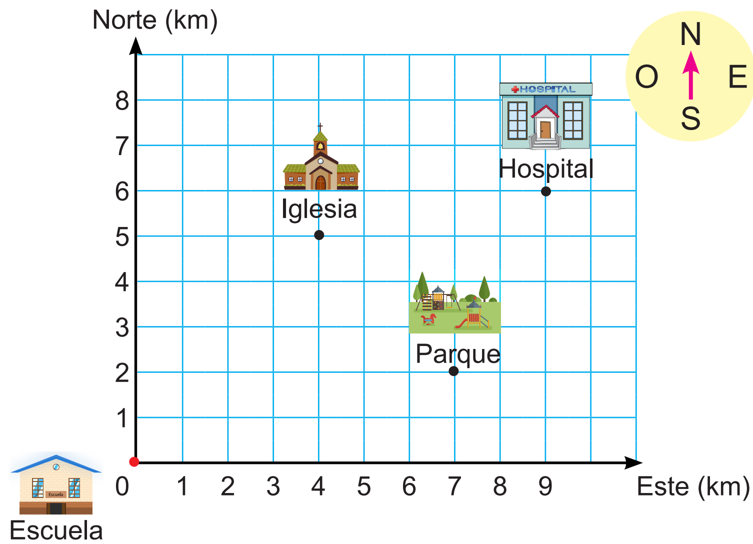
Distancia = $\square$ × Tiempo

Sección 2: Gráfica de proporcionalidad directa

Contenido 1: Plano cartesiano

Problema

En la figura, la posición del parque respecto a la escuela es 7 km al Este y 2 km al Norte, lo cual podemos expresar con el par de números (7 ; 2).



Expresa de la misma forma la posición de:

a) La iglesia.

b) El hospital.

Solución

a) Para la iglesia: 4 km al Este y 5 km al Norte. → (4 ; 5)

b) Para hospital: 9 km al Este y 6 km al Norte. → (9 ; 6)

Conclusión

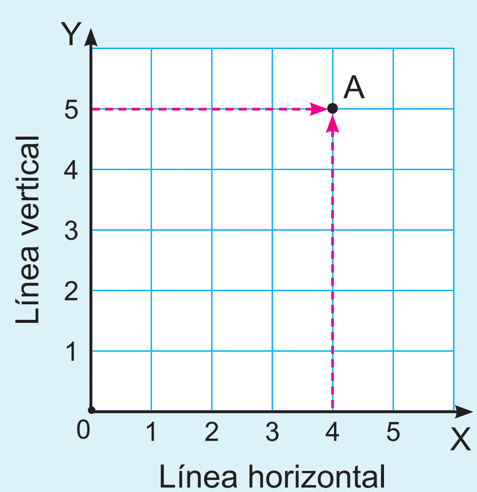
La posición de un punto en el plano se indica con un **par ordenado**.

A (4 ; 5)

Posición en la horizontal

Posición en la vertical

El plano con líneas verticales y horizontales se llama **plano cartesiano**.



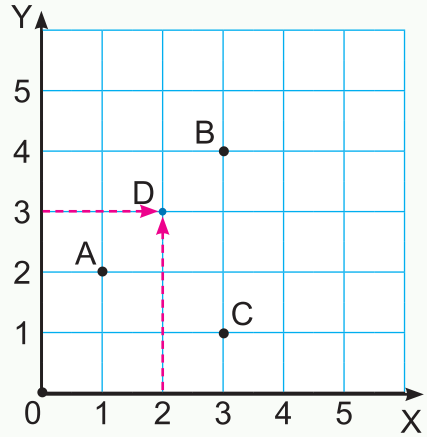
Unidad 11

Ejemplo

En el siguiente plano cartesiano

a) los pares ordenados de cada punto son:
A (1 ; 2), B (3 ; 4), C (3 ; 1)

b) Se ubica el punto D (2 ; 3) con las flechas rosadas



Ejercicios

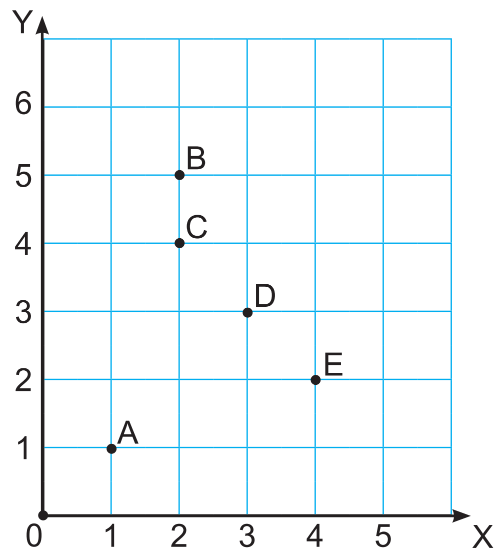
1. Observa la cuadrícula y responde las preguntas:

   a) ¿Cuál es el par ordenado del punto B?

   b) ¿Cuál es el par ordenado del punto D?

   c) ¿Cuál punto está en (1 ; 1)?

   d) ¿Cuál punto está en (4 ; 2)?



2. Usa la cuadrícula de tu cuaderno, traza un plano cartesiano y ubica los puntos A (2 ; 4), B (1 ; 5), C (3 ; 2) y D (4 ; 4).

Unidad 11

Contenido 2: Gráfica de proporcionalidad directa (1)

Problema

La tabla de la derecha muestra la relación de proporcionalidad directa entre el tiempo y el nivel del agua. Grafique esta relación de proporcionalidad efectuando lo siguiente:

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	…
Nivel de agua Y (cm)	3	6	9	12	15	…

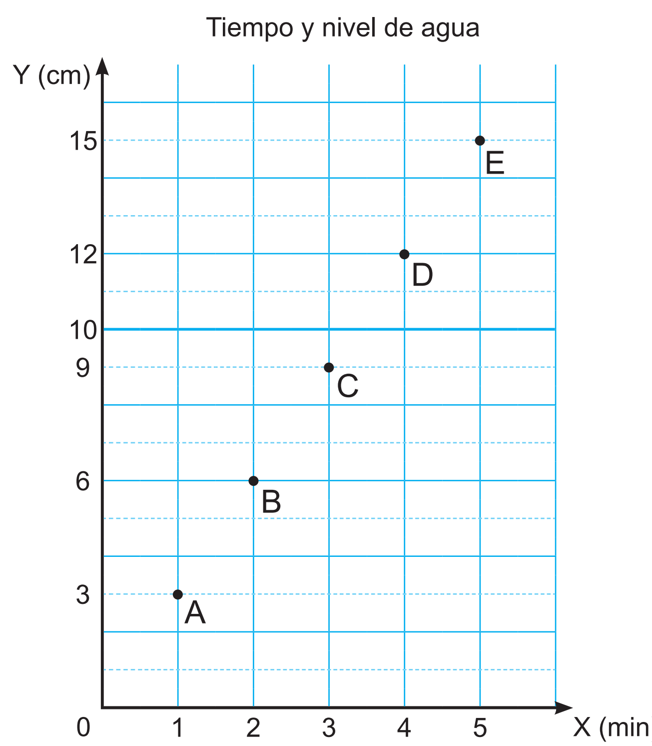
a) Escribe los pares ordenados que se obtienen de cada columna en la tabla, de izquierda como A, B, C, D y E.

b) Ubique los pares ordenados de los puntos A, B, C, D y E en el plano cartesiano.

c) Una los puntos obtenidos en b). ¿Qué figura se forma?

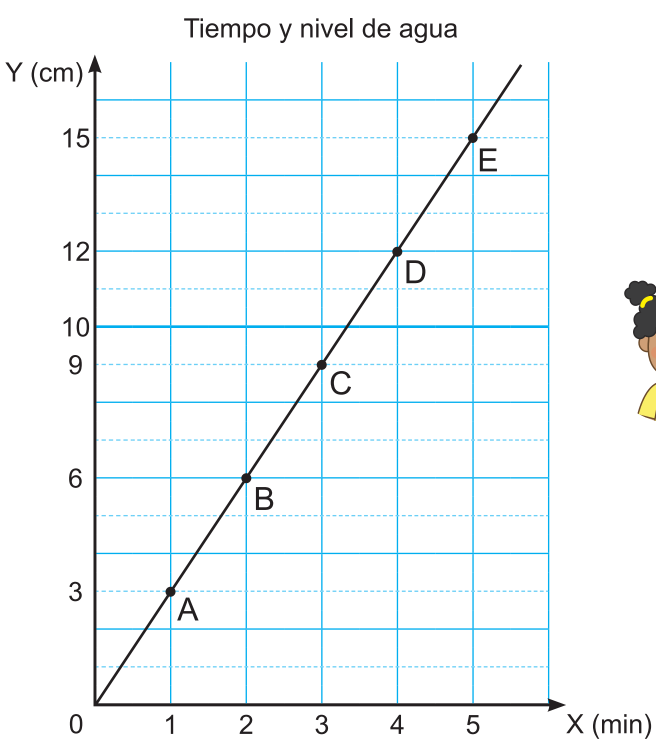
Solución

a) De la tabla se tienen los pares ordenados:
A (1 ; 3), B (2 ; 6), C (3 ; 9),
D (4 ; 12) y E (5 ; 15).



b) Si ubicamos estos puntos en el plano cartesiano se tiene el gráfico de la derecha.

c) Al unir los puntos A, B, C, D y E, obtenemos el gráfico de abajo.



Al unir los puntos se está formando una línea recta.

Esta línea pasa por el punto 0.

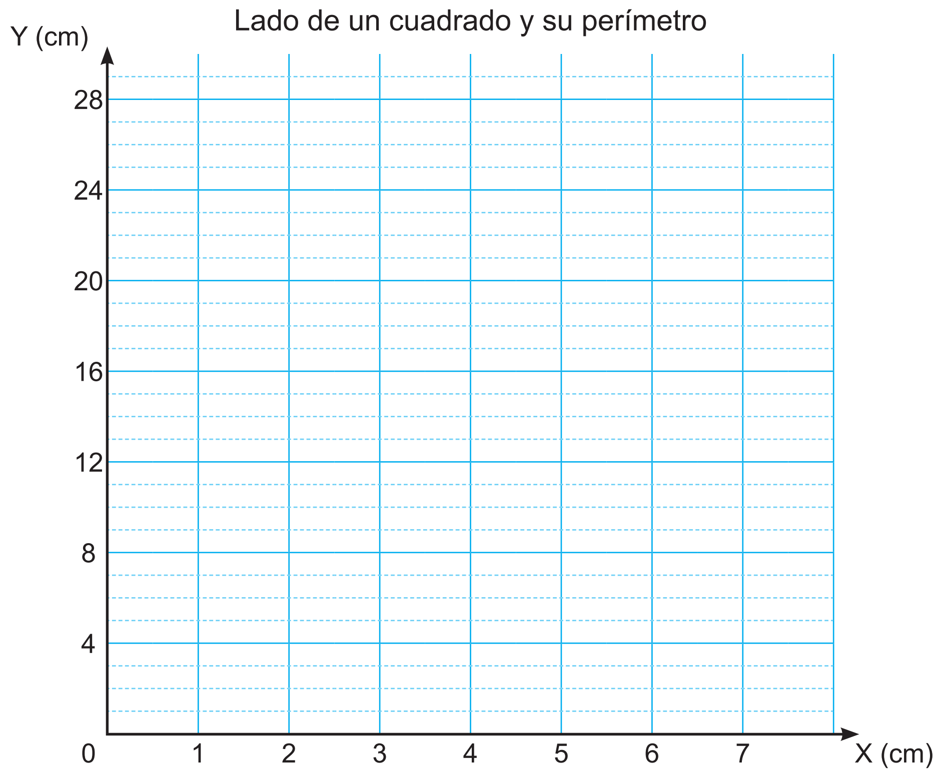
Conclusión

La gráfica correspondiente a la relación de dos cantidades directamente proporcionales es una línea recta que pasa por el punto 0.

Ejercicios

1. Grafica en tu cuaderno la relación del lado de un cuadrado y su perímetro, la cual se muestra en la tabla siguiente:

Lado X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	...
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	20	24	28	...



2. En base a las características de la gráfica, ¿son las cantidades del E1 directamente proporcionales? ¿Por qué?

Contenido 3: Gráfica de proporcionalidad directa (2)

Problema

La tabla muestra la distancia recorrida por un automóvil según el tiempo.

a) Grafica la relación de proporcionalidad.

Tiempo X (h)	0	1	2	3	4	5	…
Distancia Y (km)	0	60	120	180	240	300	…

b) En base a las características de la gráfica, ¿son cantidades directamente proporcionales? ¿por qué?

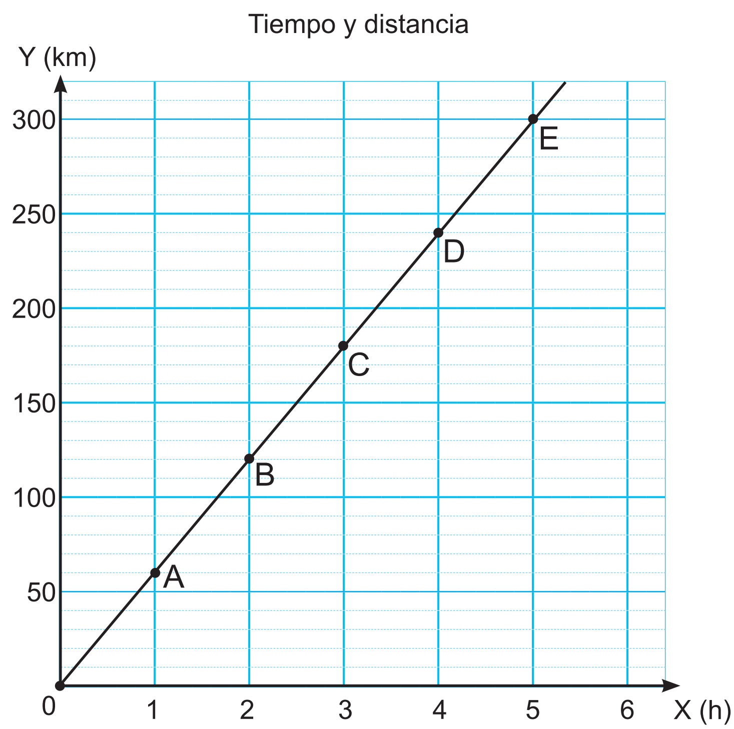
Solución

a) Como en la línea vertical se ubicarán valores mucho mayores que los de la línea horizontal, se modificará la escala: cada marca horizontal es 1 h y cada marca vertical es 10 km.

Al ubicar los puntos de la tabla, se tiene el gráfico de la derecha.

b) Efectivamente, es una recta que pasa por el punto 0.

Entonces, las cantidades son directamente proporcionales.



Conclusión

Al graficar la relación de cantidades directamente proporcionales, se puede modificar la escala.

Ejercicios

La siguiente tabla muestra la relación entre la longitud y el peso de un alambre:

Longitud (m)	1	2	3	4	5	…
Peso (g)	30	60	90	120	150	…

a) Haga un gráfico a partir de la tabla anterior.

b) En base a las características de la gráfica, ¿son cantidades directamente proporcionales? ¿Por qué?

Sección 3: Regla de tres

Contenido 1: Introducción a la regla de tres

Problema

A continuación, se muestra la relación entre la longitud y el peso del alambre, las cuales son directamente proporcionales.

Longitud (cm)	1	2	3	4	5	6	…
Peso (g)	5	10	15	20	25	30	…

a) Elija las columnas con longitudes 2 y 5, y asegúrese de que el producto de las longitudes y los pesos de los oponentes sea igual.

b) Si la longitud del alambre es de 2 cm, su peso es de 10 g.
Usando la lógica del punto a), calcula su peso cuando la longitud es de 9 cm.

Solución

a) Ubicamos en una tabla los datos de longitudes 2 y 5:
Multiplicamos los números opuestos.

Longitud (cm)	2	5
Peso (g)	10	25

$2 \times 25 = 50, \quad 5 \times 10 = 50.$

$2 \times 25 = 5 \times 10$

Los dos productos son iguales.

b) Si el peso del alambre cuando mide 9 cm de largo es $\square$, la tabla se verá así:
Los dos productos de los números opuestos son iguales,

Longitud (cm)	2	9
Peso (g)	10	$\square$

$2 \times \square = 9 \times 10$

$2 \times \square = 90$

$\square = 90 \div 2 = 45$

R: 45 g.

Confirmación

$\times 9$

Longitud (cm)	1	2	...	9
Peso (g)	5	10	...	45

$\times 9$

Unidad 11

Conclusión

Cuando se tienen dos pares de valores correspondientes en cantidades directamente proporcionales, pero se desconoce uno de ellos, este se puede determinar igualando la multiplicación de opuestos.

A este proceso se le denomina **regla de tres**.

X	a	c
Y	b	d

$a \times d = c \times b$

Ejemplo

Si Y es directamente proporcional a X, encuentra el valor de $\square$.

X	4	6
Y	10	$\square$

Se usa la regla de tres para resolver:

X	4	6
Y	10	$\square$

$4 \times \square = 6 \times 10$

$4 \times \square = 60$

$\square = 60 \div 4 = 15$

Ejercicios

Si Y es directamente proporcional a X, encuentra el valor de $\square$ utilizando regla de tres.

a)

X	3	5
Y	6	$\square$

b)

X	4	14
Y	6	$\square$

c)

X	6	15
Y	8	$\square$

d)

X	9	30
Y	15	$\square$

Contenido 2: Aplicación de la regla de tres

Problema

Si 3 tomates valen C$10, ¿cuántos tomates se pueden comprar con C$40? Use regla de tres para resolver.

Solución

La cantidad de tomates es proporcional al precio. Se usa regla de tres para resolver el problema:

Cantidad de tomates	3	$\square$
Costo (C$)	10	40

$\square \times 10 = 3 \times 40$

$\square \times 10 = 120$

$\square = 120 \div 10 = 12$

R: 12 tomates.

Conclusión

Se puede utilizar regla de tres para calcular un valor desconocido cuando se tienen cantidades directamente proporcionales.

Ejercicios

Resuelve los siguientes problemas utilizando regla de tres:

Las dos cantidades en cada problema son directamente proporcionales:

a) Si un alambre de 4 cm de largo pesa 18 g, ¿cuánto pesan 10 cm de este alambre?

Longitud (cm)	4	10
Peso (g)	18	?

b) Si 5 dulces cuestan C$12, ¿cuántos de estos dulces se pueden comprar con C$60?

Dulces	5	?
Córdobas	12	60

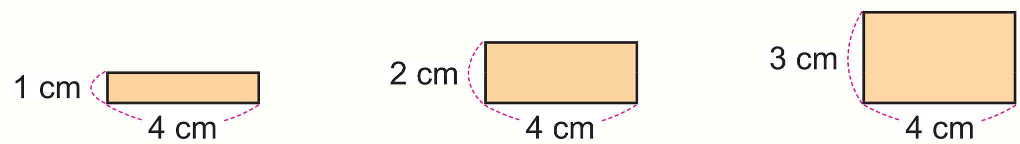
c) Octavio preparó 3 L de jugo con 15 naranjas. Si ahora tiene 30 naranjas, ¿cuántos L de jugo puede preparar?

Practiquemos lo aprendido

1. Completa la tabla y analiza:

   a) La longitud de la altura y el área de un rectángulo de base 4 cm.

Altura X (cm)	1	2	3	4	5	6	…
Área Y (cm^2)							…



   b) ¿Es Área Y del rectángulo directamente proporcional a Altura X? ¿Por qué?

2. La tabla representa la relación entre la longitud y el peso de alambre:

Longitud X (cm)	1	2	3	4	…
Peso Y (g)	9	18	27	36	…

   a) ¿Cuánto gramos pesa un alambre de 8 cm?

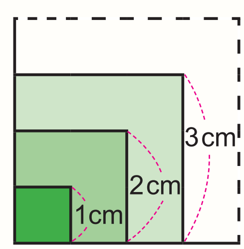
   b) ¿Cuántos gramos pesa un alambre de 12 cm?

3. Encuentra los números A y B que se ajustan en la relación mostrada de la longitud del lado y el perímetro de un cuadrado:

× 2   × B

Lado X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	…

× A   × B



A =

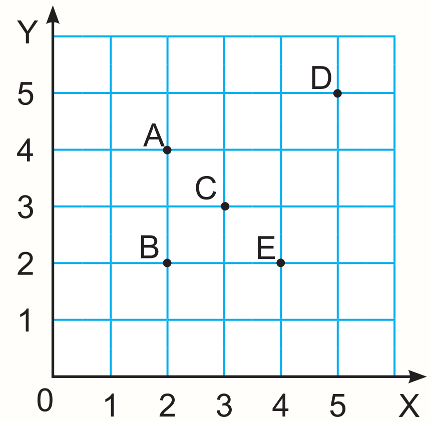
B =

Practiquemos lo aprendido

4. Entre los puntos de A a E, seleccione aquellos cuyos pares ordenados son:

   a) (3 ; 3)

   b) (2 ; 4)



5. La siguiente tabla muestra la relación entre el número de hojas y sus pesos totales:

Número de hojas X	1	2	3	4	5	…
Peso Y (g)	2	4	6	8	10	…

   a) Grafica la relación de proporcionalidad.

   b) En base a las características de la gráfica, ¿son cantidades directamente proporcionales? ¿por qué?

6. Resuelve sabiendo que las cantidades son directamente proporcionales.
   Si 3 lapiceros valen C$ 35, ¿cuántos lapiceros se pueden comprar con C$140?

Unidad 11

Prueba de Unidad

1. Se abre un grifo para llenar una bañera. La tabla siguiente muestra la relación entre el tiempo y el nivel del agua en la bañera. Encuentra los números A, B y C que se ajustan en la relación mostrada:

Tiempo X (min)	1	2	3	4	5	6
Nivel de agua Y (cm)	6	12	18	24	30	36

A =

B =

C =

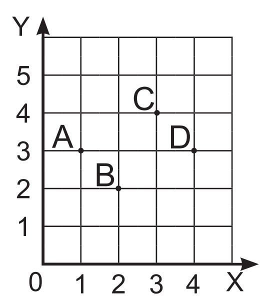
2. Observa la tabla y responde:

Tiempo X (horas)	1	2	3	4	...
Distancia Y (km)	7	14	21	28	...

a) ¿Cuánto distancia se ha recorrido en 7 horas?

b) ¿Cuánto distancia se ha recorrido en 10 horas?

3. Entre los puntos de A a D, selecciona el que tiene par ordenado a (4 ; 3).



4. Escribe el proceso de cálculo y responde:
Si 4 hojas de papel pesan 6 g, ¿cuántos gramos pesan 10 de estas hojas de papel?

Más información

Gráfica de proporcionalidad directa

Comparación de cantidades proporcionales a través de gráficas

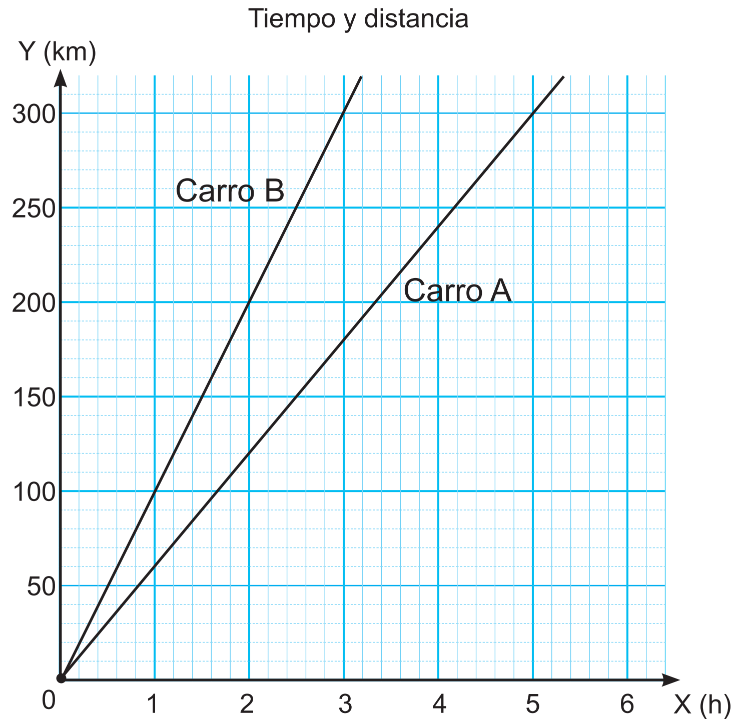
Problema

En la gráfica siguiente se muestra el tiempo y la distancia de dos carros cuando recorrieron la misma ruta al mismo tiempo.

a) Una hora después de partir, ¿cuántos kilómetros han recorrido el carro A y el carro B?

b) ¿Cuál crees que va más rápido, el carro A o el carro B?

c) ¿Cuántas horas pasaron desde que el carro B recorrió 300 km hasta que también el carro A recorrió 300 km?



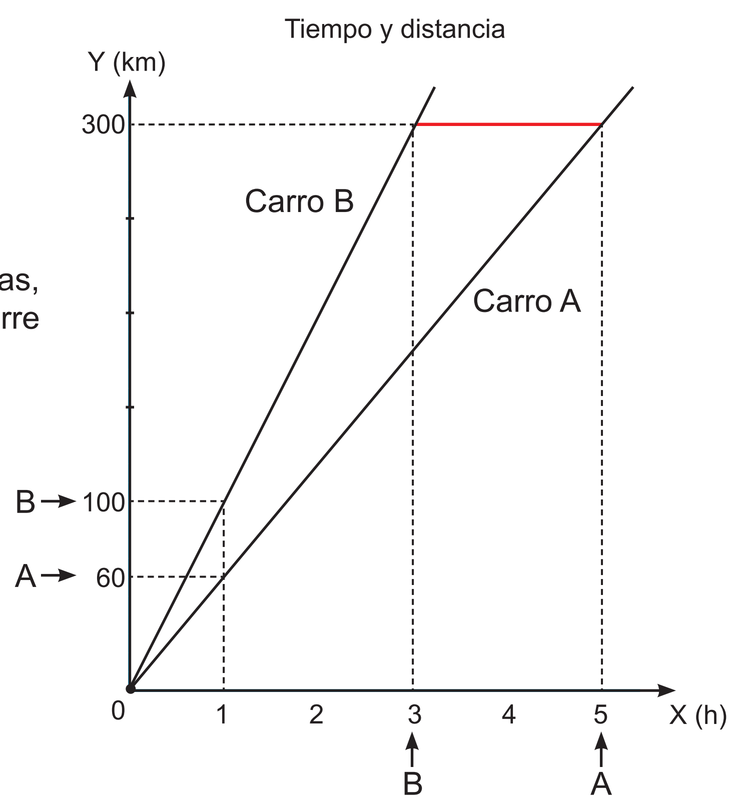
Solución

a) El carro A ha recorrido 60 km y B 100 km.

b) El carro B va más rápido.

c) El carro B recorre 300 km en 3 horas, mientras que el carro A los recorre en 5 horas.
Por lo tanto, pasaron 2 horas.

La gráfica de proporcionalidad directa brinda información para comparar.



Unidad 11

Sección 1: Arreglos

Contenido 1: Formas de ordenar (1)

Problema

María tiene las tarjetas numéricas

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$

y quiere formar números de tres cifras.

a) Escribe los números que se forman.

b) ¿Cuántas formas posibles hay?

Solución

Idea 1: Usando un diagrama

C D U

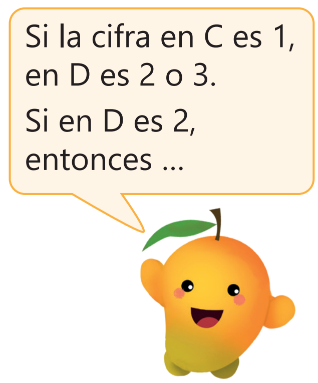
1 < 2 — 3 / 3 — 2

2 < 1 — 3 / 3 — 1

3 < 1 — 2 / 2 — 1

Idea 2: Usando una tabla

C	D	U
1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1



R: a) 123, 132, 213, 231, 312, 321.

b) 6 formas.

Conclusión

Para investigar la cantidad de formas de ordenar objetos se usan diagramas y tablas.
Un diagrama con todos los casos posibles expresados como ramas de un árbol, como el de la Idea 1, se llama **diagrama de árbol**.

Ejercicios

María tiene las tarjetas numéricas

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$

y quiere elegir dos de estas para formar números de dos cifras.

a) Escribe los números que se forman.

b) ¿Cuántas formas posibles hay?

Contenido 2: Formas de ordenar (2)

Problema

Juan tira tres veces una moneda de C$ 1.

a) Si en el primer lanzamiento cae 1, ¿cuántos son los diferentes resultados que se pueden obtener?

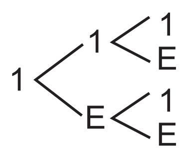
b) Si en el primer lanzamiento cae escudo (E), ¿cuántos son los diferentes resultados que se pueden obtener?

c) ¿Cuántos son los resultados posibles al tirar una moneda tres veces?

Solución

Usa 1 para representar cuando cae 1 y E cuando cae Escudo.

a) Idea 1: Usando un diagrama

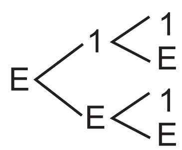


R: 4 resultados.

Idea 2: Usando una tabla

L1	L2	L3
1	1	1
1	1	E
1	E	1
1	E	E

b) Idea 1: Usando un diagrama



R: 4 resultados.

Idea 2: Usando una tabla

L1	L2	L3
E	1	1
E	1	E
E	E	1
E	E	E

c) R: 8 resultados.

Conclusión

Al utilizar un diagrama de árbol o una tabla para colocar objetos de manera ordenada, se pueden examinar todos los casos sin perder ni repetir.

Ejercicios

Para registrar los resultados de una tanda de penales, se utiliza la letra “E” si el tiro es exitoso y “F” si se falla. Cuántos resultados diferentes pueden obtenerse al tirar:

a) 2 tiros penales consecutivos.

b) 3 tiros penales consecutivos.

Sección 2: Combinaciones

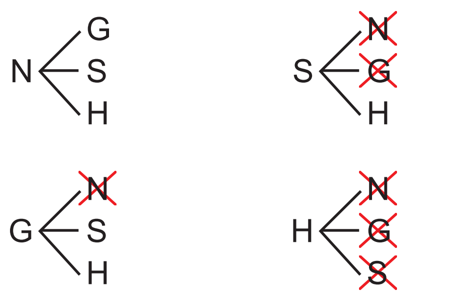
Contenido 1: Combinaciones (1)

Problema

Nicaragua (N), Guatemala (G), El Salvador (S) y Honduras (H) participan en un torneo de béisbol centroamericano. ¿Cuántos partidos se realizarán en una serie donde cada país juega solo un partido con su oponente?

Solución

Idea 1: Usando un diagrama de árbol



Idea 2: Usando una tabla

	N	G	S	H
N		✓	✓	✓
G			✓	✓
S				✓
H				

N – G y G – N es la misma combinación.

R: 6 partidos.

Conclusión

Para investigar posibles combinaciones, se hace uso de tablas o diagramas.

Al usar un diagrama de árbol:

- Primero, dibuja un diagrama de la misma manera que cuando pensabas en la forma de ordenar.
- Luego, si las combinaciones son iguales pon una X sobre una de ellas para borrarla.
- Por último, cuenta las combinaciones restantes.

Ejercicios

1. Hay 3 equipos de fútbol A, B y C. Si cada equipo juega sólo un partido con sus oponentes, ¿cuántos partidos pueden jugarse?

2. María, Juan, Carlos, Ana y Paola juegan en un torneo de ajedrez. ¿Cuántas partidas de ajedrez se realizarán si cada persona juega solo una vez con su oponente?

Contenido 2: Combinaciones (2)

Problema

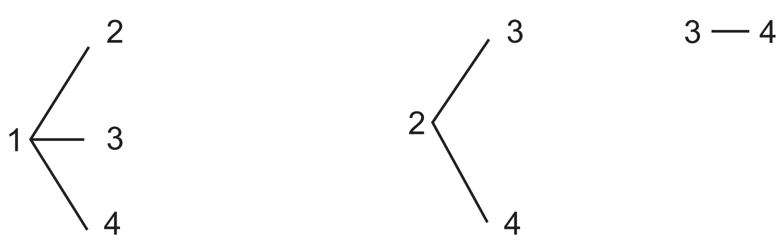
Dadas las tarjetas numéricas del 1 al 4:

1	2	3	4

Si se seleccionan 2 de estas, ¿de cuántas formas se pueden elegir?

Solución

Usando un diagrama de árbol:



R: 6 formas.

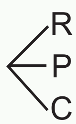
Conclusión

Un diagrama de árbol también es útil para investigar el número de combinaciones.

Ejemplo

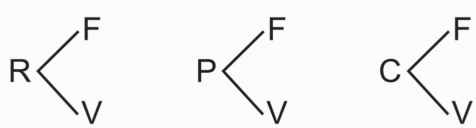
Una comidería ofrece en su menú las siguientes carnes: Res (R), pollo (P), cerdo (C) y como complemento frijoles (F) y verduras (V). ¿Cuántas combinaciones de un tipo de carne y un tipo de complemento hay en total?

Hay 3 posibilidades de elegir un tipo de carne:



Hay 2 posibilidades de elegir un complemento:

Luego se tiene



R: 6 combinaciones.

Ejercicios

1. Se tienen 4 fichas de colores: Azul, Rojo, Verde y Café. ¿Cuántas combinaciones diferentes se pueden realizar tomando dos de estas fichas.

2. Al comprar un helado, se elige un recipiente: Cono o Vaso y un sabor: Fresa, Limón o Naranja. ¿Cuántas combinaciones diferentes hay?

Practiquemos lo aprendido

1. Para registrar los resultados de una tanda de penales, se utiliza la letra "E" si el tiro es exitoso y "F" si se falla. ¿Cuántos resultados diferentes pueden obtenerse al tirar 3 tiros penales consecutivos?

2. Ana, Juan, Carlos y Paola participan en una carrera. Si Ana queda en primer lugar, ¿de cuántas maneras se pueden ordenar?

3. María tiene las tarjetas numéricas

   1 2 3

   y quiere elegir dos de estas para formar números de dos cifras.

   a) ¿Cuántos números se pueden formar que tengan 1 en las decenas?

   b) ¿Cuántos números se pueden formar que tengan 2, 3 en las decenas, respectivamente?

   c) ¿Cuántos números de dos cifras se pueden formar?

4. En una heladería se pueden elegir 2 sabores diferentes de 3 disponibles: Chocolate, Fresa y Vainilla. ¿Cuántas combinaciones se pueden hacer?

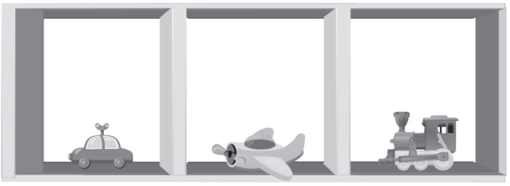
5. Hay 4 equipos de béisbol A, B, C y D. Si cada equipo juega solo un partido con sus oponentes, ¿cuántos partidos pueden jugarse?

6. Hay camisetas de 2 colores: Rojo y Verde; y pantalones de 3 colores: Blanco, Negro y Marrón, si se escoge una camiseta y un pantalón, ¿cuántas combinaciones hay?

Prueba de Unidad

Realiza un diagrama de árbol para cada ejercicio y responde:

1. Juan tiene 3 juguetes: un carro, un avión y un tren.
   ¿De cuántas maneras puede organizarlos en una repisa?



2. José, Ana, María y Carlos participarán en una carrera de relevos.
   Si José corre de primero, ¿de cuántas maneras se pueden ordenar?

3. Juan tira una moneda de C$ 1.
   ¿Cuántos son los resultados posibles al tirarla tres veces?
   Se utiliza "1" si cae 1 y "E" si cae escudo.

4. Hay 4 crayones de colores diferentes: rojo, amarillo, verde y negro.
   ¿De cuántas maneras distintas se puede seleccionar 2 de estos colores?

5. Al comprar un helado, se elige un recipiente: Cono o Vaso; y un sabor: Banano, Naranja o Mango. ¿Cuántas combinaciones diferentes hay?

Unidad 13

Factorización prima

Sección 1: Concepto de factorización prima

Contenido 1: Números primos y compuestos

Problema

a) ¿Cuáles son los divisores de los números naturales del 1 al 10?

b) ¿Cuáles son los números que tienen exactamente 2 divisores? ¿qué nombre reciben estos números?

Un divisor es un número que divide a otro exactamente.

Solución

a)

Número	Divisores
1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5

Número	Divisores
6	1, 2, 3, 6
7	1, 7
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10

b) 2, 3, 5, y 7 tienen 2 divisores y se llaman números primos.

Conclusión

Un número natural que tiene solo 2 divisores (1 y él mismo), se llama **número primo**.
Un número que tiene más de 2 divisores se llama **número compuesto**.
1 no es un número ni primo ni compuesto.

Ejemplo

Los números pares 4, 6, 8, ... ¿son primos o compuestos?

Los números pares 4, 6, 8, … todos tienen al 2 como divisor,
por lo que todos tienen más de 2 divisores.
Esto significa que son números compuestos.

Ejercicios

a) Copia la tabla en tu cuaderno y escribe los divisores de cada número.

Número	Divisores
11	
12	
13	
14	
15	

Número	Divisores
16	
17	
18	
19	
20	

b) Clasifica los números anteriores en primos o compuestos.

Contenido 2: Factorización prima

Problema

a) ¿Cuáles son los divisores de 30 que son diferentes de 1?

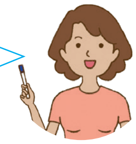
b) Expresa a 30 como producto de algunos de estos números.

Solución

a) 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

b) $30 = 2 \times 15$ $30 = 3 \times 10$ $30 = 5 \times 6$ $30 = 2 \times 3 \times 5$

Cada número que forma el producto se llama **factor**.
Todos los factores del último producto son números primos.



Conclusión

Un número compuesto puede ser expresado como producto de números primos y cada número primo se llama **factor primo**.
A este proceso se le llama **factorización prima**.
Al escribir $30 = 2 \times 3 \times 5$ se dice que 30 está escrito como producto de factores primos.

Ejemplo

Escribe como producto de factores primos:

a) 42

42	2	$42 \div 2 = 21$
21	3	$21 \div 3 = 7$
7	7	$7 \div 7 = 1$
1		

$42 = 2 \times 3 \times 7$

Piensa el menor número primo que divide a 42. Divide y luego piensa un número que divide al cociente obtenido...

b) 120

120	2	$120 \div 2 = 60$
60	2	$60 \div 2 = 30$
30	2	$30 \div 2 = 15$
15	3	$15 \div 3 = 5$
5	5	$5 \div 5 = 1$
1		

$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

Se pueden repetir factores.

Ejercicios

Expresa cada número como producto de factores primos:

a) 12 b) 16 c) 24 d) 50 e) 63

Sección 2: Aplicación de factorización prima

Contenido 1: Máximo común divisor (m.c.d.)

Problema

a) Expresa a 8 y 12 como producto de factores primos.
b) Multiplica los factores primos comunes de 8 y 12.

8	2
4	2
2	2
1	

12	2
6	2
3	3
1	

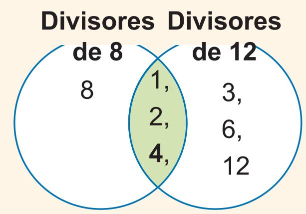
Solución

a) $8 = 2 \times 2 \times 2$
$12 = 2 \times 2 \times 3$
Factores primos comunes

b) Al efectuar el producto, se tiene
$2 \times 2 = 4$

El número 4 es el m.c.d. de 8 y 12.

El m.c.d. es el mayor de los divisores comunes.



Conclusión

El m.c.d. de 2 números que tienen más de 1 factor en común, se calcula así:
1. Factoriza cada número en factores primos.
2. Multiplica los factores primos que son comunes.

Si solo tienen un factor en común, este número es el m.c.d.
Si no tienen factores primos comunes, el m.c.d. es 1.

Ejemplo

Calcula el m.c.d. usando la factorización prima:

a) 14 y 30

14	2
7	7
1	

30	2
15	3
5	5
1	

$14 = 2 \times 7$
$30 = 2 \times 3 \times 5$
El m.c.d. de 14 y 30 es 2.

Los factores comunes están en color azul.

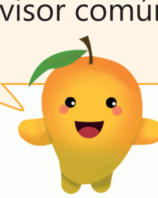
b) 8 y 9

8	2
4	2
2	2
1	

9	3
3	3
1	

$8 = 2 \times 2 \times 2$
$9 = 3 \times 3$
El m.c.d. de 8 y 9 es 1.

1 es el único divisor común de 8 y 9.



Ejercicios

Calcula el m.c.d. usando la factorización prima:

a) 12 y 15 b) 8 y 20 c) 8 y 16 d) 12 y 35

Contenido 2: Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

Problema

a) Expresa a 8 y 12 como producto de factores primos.

b) Multiplica los factores primos comunes y no comunes de 8 y 12.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Solución

a) $8 = 2 \times 2 \times 2$

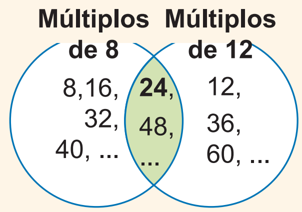
$12 = 2 \times 2 \times 3$

b) Al efectuar el producto, se tiene

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

El número 24 es el m.c.m. de 8 y 12.

El m.c.m. es el menor de los múltiplos comunes.



Conclusión

El m.c.m. de 2 números se calcula así:

1. Factoriza cada número en factores primos.
2. Multiplica los factores primos comunes y no comunes.

Ejemplo

Calcula el m.c.m. usando la factorización prima:

a) 12 y 30

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$30 = 2 \times 3 \times 5$

El m.c.m. de 12 y 30 es

$2 \times 3 \times 2 \times 5 = 60.$

b) 8 y 9

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$8 = 2 \times 2 \times 2$

$9 = 3 \times 3$

El m.c.m. de 8 y 9 es

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72.$

Ejercicios

Calcula el m.c.m. usando la factorización prima:

a) 12 y 15 b) 8 y 20 c) 8 y 16 d) 12 y 35

Unidad 13

Practiquemos lo aprendido

1. Copia la tabla en tu cuaderno y escribe los divisores de cada número:

Número	Divisores
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	

Clasifica los números anteriores en primos o compuestos.

2. Expresa como producto de factores primos:

a) 18 b) 25 c) 60

d) 80 e) 100

3. Calcula el m.c.d. de:

a) 15 y 24 b) 8 y 16 c) 12 y 25

4. Calcula el m.c.m. de:

a) 15 y 24 b) 8 y 16 c) 12 y 25

Prueba de Unidad

1. Escribe los divisores de cada número:

Número	Divisores
10	

Número	Divisores
13	

Clasifica los números dados en primos o compuestos.

2. Expresa como producto de factores primos:
   a) 21
   b) 36

3. Calcula el m.c.d. de:
   a) 12 y 18
   b) 8 y 24

4. Calcula el m.c.m. de:
   a) 12 y 18
   b) 8 y 24

A Anexos: Respuestas de Practiquemos lo aprendido

Unidad 1: Multiplicación de números decimales

(Página 10)

1. Multiplica:

a)
```
   2,1
 × 1,3
   6 3
 2 1
 2,7 3
```
b)
```
   2,3
 × 3,6
 1 3 8
 6 9
 8,2 8
```
c)
```
  4,1 3
 ×  1,2
  8 2 6
4 1 3
4,9 5 6
```

d) 3,4 × 1,2
```
   3,4
 × 1,2
   6 8
 3 4
 4,0 8
```
e) 4,08 × 2,5
```
     4,0 8
 ×     2,5
   2 0 4 0
   8 1 6
 1 0,2 0 0
```
f) 1,25 × 0,6
```
   1,2 5
 ×   0,6
 0,7 5 0
```

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un producto menor que 3,6:

a) 3,6 × 1,7 b) 0,5 × 3,6 c) 2,01 × 3,6 d) 3,6 × 0,3

b) y d)

3. Calcula cada multiplicación de forma sencilla:

a) 4 × 3,2 × 0,5

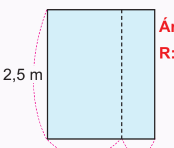
3,2 × 2 = 6,4

b) 2,4 × 3,1 + 2,4 × 6,9

2,4 × 10 = 24

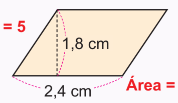
4. Calcula el área de las siguientes figuras:

a) Rectángulo



Área = (1,4 + 0,6) × 2,5 = 5
R: 5 m²

b) Paralelogramo



Área = 2,4 × 1,8 = 4,32
R: 4,32 cm²

5. Escribe el PO y responde:

a) 1 kg tiene 2,2 libras, ¿cuántas libras son 4,3 kg?

PO: 4,3 × 2,2 R: 9,46 libras.

b) Para pintar 1 m² de una pared se necesitan 1,62 L de pintura. ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar 2,5 m²?

PO: 2,5 × 1,62 R: 4,05 L.

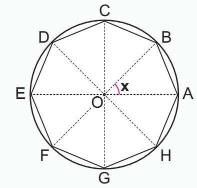
Unidad 2: Polígonos y simetría lineal

(Página 20)

1. Dibuja un hexágono regular de lado 5 cm.

Se omite la respuesta.

2. Dado el octágono regular de la derecha.



a) ¿Qué tipo de triángulo es el OAB? ¿y los otros?

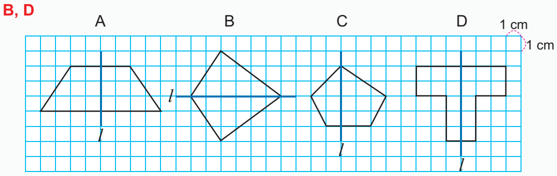
Triángulos isósceles

b) ¿Cuánto mide el ángulo **x**?

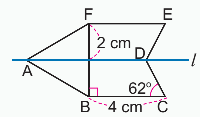
PO: 360 ÷ 8 R: 45°

3. Selecciona las figuras que tienen simetría lineal respecto a la línea l.

A, B, D



4. El polígono de la derecha tiene simetría lineal, siendo l su eje de simetría.



a) ¿Qué puntos son correspondientes a B y C?

B → E, C → D

b) ¿Qué lado es correspondiente a AB?

AE

c) ¿Cuánto mide el lado FE?

4 cm

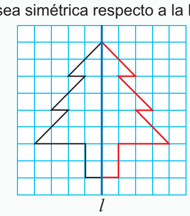
d) ¿Cuánto miden los ángulos E y EFB?

Ángulo D = 62° Ángulo DEB = 90°

e) ¿Cuánto mide la longitud de BF?

4 cm

5. Completa la figura para que sea simétrica respecto a la línea l.



Unidad 3: División de números decimales

(Página 30)

1. Divide hasta obtener residuo 0:

a)
```
 2 4,0 |1,2
–2 4    2 0
   0
```
b)
```
 0,3,0 |0,5
–  3 0  0,6
     0
```
c)
```
 6,0 |1,5
–6 0  4
   0
```

d)
```
 5,8,8 |2,8
–5 6    2,1
   2 8
 – 2 8
     0
```
e)
```
 9,3,0 |6,2
–6 2    1,5
 3 1 0
–3 1 0
     0
```
f)
```
 2,9,2 |7,3
–2 9 2  0,4
     0
```

g) 4,9 ÷ 1,4
```
 4,9,0 |1,4
–4 2    3,5
   7 0
 – 7 0
     0
```
h) 8,5 ÷ 6,8
```
 8,5,0 0 |6,8
–6 8      1,2 5
 1 7 0
–1 3 6
   3 4 0
 – 3 4 0
       0
```
i) 7 ÷ 2,5
```
 7,0,0 |2,5
–5 0    2,8
 2 0 0
–2 0 0
     0
```

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente menor que 3,6: **a), e), f)**

a) 3,6 ÷ 2,4 b) 3,6 ÷ 0,9 c) 3,6 ÷ 1

d) 3,6 ÷ 0,12 e) 3,6 ÷ 3,6 f) 3,6 ÷ 1,8

3. Divide y redondea el cociente:

a) 2,8 ÷ 1,8 a las décimas
```
 2,8,0 0 |1,8
–1 8      1,5 5...
 1 0 0
–  9 0
   1 0 0
 –   9 0
     1 0
```
Redondeo: 1,6

b) 4,25 ÷ 1,5 a las centésimas
```
 4,2,5 0 0 |1,5
–3 0        2,8 3 3...
 1 2 5
–1 2 0
     5 0
   – 4 5
       5 0
     – 4 5
         5
```
Redondeo: 2,83

4. Escribe el PO y responde:

a) Ana dispone de 7,2 L de jugo y quiere repartirlos equitativamente en vasos de 0,9 L. ¿Cuántos vasos se necesitan?

PO: 7,2 ÷ 0,9 R: 8 vasos.

b) Un tubo de hierro de 3,2 m de longitud pesa 4,8 kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de este tubo?

PO: 4,8 ÷ 3,2 R: 1,5 kg.

c) Hay 12,3 m de cinta. Si se dan 2,4 m a cada estudiante, ¿a cuántos estudiantes se les pueden repartir? ¿Cuántos metros de cinta sobran?

PO: 12,3 ÷ 2,4 R: 5 estudiantes y sobran 0,3 m.

Unidad 4: Polígonos y figuras simétricas

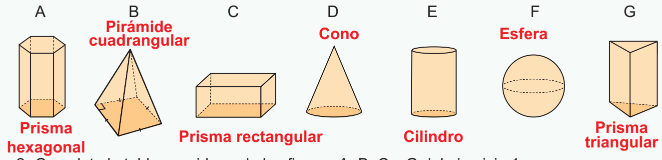
(Página 36)

1. Dados los cuerpos geométricos, responde:

a) ¿Cuáles son poliedros y cuáles son cuerpos que ruedan?

b) ¿Cuál es el nombre de cada figura?

a) Poliedros: A, B, C, G
Cuerpos que ruedan: D, E, F

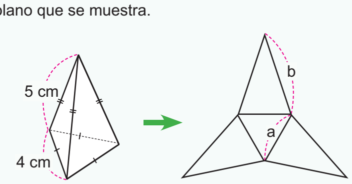


2. Completa la tabla considerando las figuras A, B, C y G del ejercicio 1.

	Figura A	Figura B	Figura C	Figura G
Número de bases	2	1	2	2
Forma de la(s) base(s)	Hexágono	Cuadrado	Rectángulo	Triángulo
Forma de caras laterales	Rectángulo	Triángulo	Rectángulo	Rectángulo
Número de vértices	12	5	8	6
Número de caras laterales	6	4	4	3

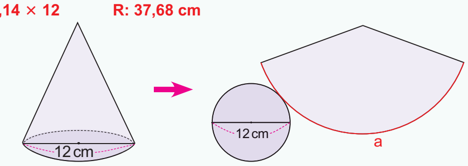
3. Dada la perspectiva y desarrollo plano de la pirámide, escribe los valores de a y b para el desarrollo plano que se muestra.

a = 4 cm
b = 5 cm



4. Dada la perspectiva y el desarrollo plano de un cono, escribe la longitud de a.

PO: 3,14 × 12 R: 37,68 cm

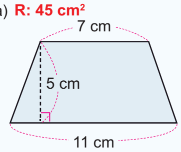


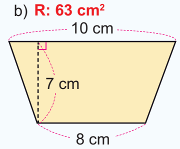
Unidad 5: Área

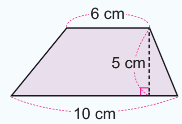
(Página 56)

1. Calcula el área de cada trapecio:

a) R: 45 cm² b) R: 63 cm² c) R: 40 cm²

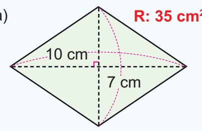




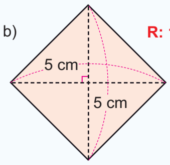


2. Calcula el área de cada rombo:

a) R: 35 cm²

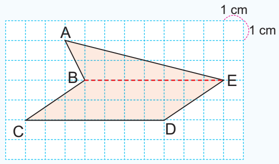


b) R: 12,5 cm²

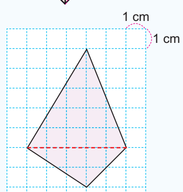


3. Calcula el área de las siguientes figuras:

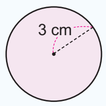
a)



b)



c)



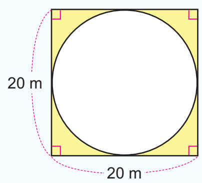
a) Área de triángulo = 7   Área de paralelogramo = 14
Área = 7 + 14 = 21   R: 21 cm²

b) Área de triángulo 1 = 12,5   Área de triángulo 2 = 5
Área = 12,5 + 5 = 17,5   R: 17,5 cm²   (Hay otras maneras)

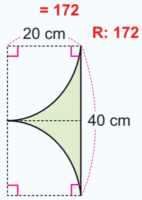
c) Área = 3,14 × 3 × 3 = 28,26   R: 28,26 cm²

4. Calcula el área de la región sombreada:

a) Área = 20 × 20 – 3,14 × 10 × 10 = 86
R: 86 m²



b) Área = 20 × 40 – 3,14 × 20 × 20 ÷ 2 = 172
R: 172 cm²



Unidad 6: Introducción a la multiplicación y división de fracciones

(Página 64)

1. Multiplica y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{4} \times 3$ $\frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{7} \times 2$ $\frac{6}{7}$

c) $\frac{1}{8} \times 3$ $\frac{3}{8}$

d) $\frac{1}{3} \times 5$ $\frac{5}{3} \left(o\ 1\frac{2}{3}\right)$

e) $\frac{3}{5} \times 4$ $\frac{12}{5} \left(o\ 2\frac{2}{5}\right)$

f) $\frac{5}{6} \times 3$ $\frac{5}{2} \left(o\ 2\frac{1}{2}\right)$

g) $\frac{3}{4} \times 6$ $\frac{9}{2} \left(o\ 4\frac{1}{2}\right)$

h) $\frac{4}{5} \times 10$ 8

2. Divide y simplifica si es posible:

a) $\frac{8}{9} \div 2$ $\frac{4}{9}$

b) $\frac{6}{7} \div 3$ $\frac{2}{7}$

c) $\frac{10}{9} \div 5$ $\frac{2}{9}$

d) $\frac{9}{12} \div 9$ $\frac{1}{12}$

e) $\frac{2}{7} \div 3$ $\frac{2}{21}$

f) $\frac{3}{4} \div 5$ $\frac{3}{20}$

g) $\frac{4}{5} \div 6$ $\frac{2}{15}$

h) $\frac{6}{7} \div 12$ $\frac{1}{14}$

3. Escribe el PO y responde:

a) 1 botella contiene $\frac{3}{4}$ L de aceite.

¿Cuántos litros de aceite se tienen en 6 botellas?

PO: $6 \times \frac{3}{4}$ R: $\frac{9}{2}$ L. $\left(o\ 4\frac{1}{2}\text{ L.}\right)$

b) 3 m de alambre pesan $\frac{4}{5}$ kg.

¿Cuántos kilogramos pesa 1 m de este alambre?

PO: $\frac{4}{5} \div 3$ R: $\frac{4}{15}$ kg.

Unidad 7: Multiplicación de fracciones

(Página 78)

1. Multiplica y simplifica si es posible:

a) $\frac{3}{8} \times \frac{1}{5}$ $\frac{3}{40}$

b) $\frac{3}{2} \times \frac{8}{7}$ $\frac{12}{7} \left(o\ 1\frac{5}{7}\right)$

c) $\frac{3}{14} \times \frac{7}{9}$ $\frac{1}{6}$

d) $1\frac{2}{5} \times \frac{1}{2}$ $\frac{7}{10}$

e) $1\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{5}$ 2

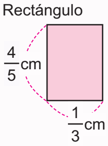
f) $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{10}{3}$ $\frac{1}{2}$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene producto mayor que $\frac{3}{7}$, sin calcular: a) y c)

a) $\frac{5}{3} \times \frac{3}{7}$ b) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{7}$ c) $1\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}$

3. Encuentra el área de las siguientes figuras:

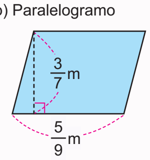
a) Rectángulo



Área = $\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$

R: $\frac{4}{15}$ cm²

b) Paralelogramo



Área = $\frac{5}{9} \times \frac{3}{7} = \frac{5}{21}$

R: $\frac{5}{21}$ m²

4. Resuelve utilizando las propiedades para hacer el cálculo más sencillo:

a) $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{9} \times \frac{3}{5} - \frac{2}{9} \times \frac{3}{5} = \left(\frac{5}{9} - \frac{2}{9}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

5. Escribe el recíproco de cada uno de los siguientes números:

a) $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{3}$

b) 5 $\frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{2}$ 2

6. Escribe el PO y responde:

a) Si 1 m de una varilla de hierro pesa $\frac{3}{5}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa $\frac{1}{2}$ m de esta varilla de hierro?

PO: $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$ R: $\frac{3}{10}$ kg.

b) Para pintar 1 m² de pared, se necesitan $\frac{6}{5}$ dL de pintura.

¿Cuántos decilitros de pintura se necesitan para pintar $\frac{2}{3}$ m² de pared?

PO: $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5}$ R: $\frac{4}{5}$ dL.

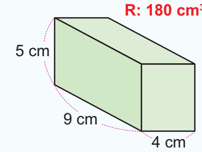
Unidad 8: Volumen

(Página 94)

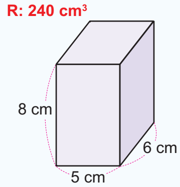
1. Calcula el volumen de los siguientes sólidos:

Prismas rectangulares

a) V = 9 × 4 × 5 = 180
R: 180 cm³

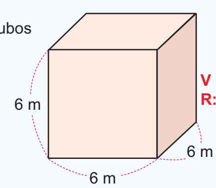


b) V = 6 × 5 × 8 = 240
R: 240 cm³

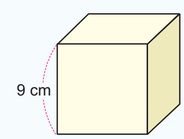


Cubos

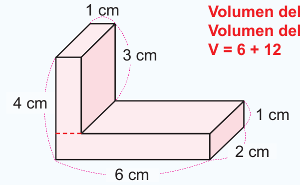
c) V = 6 × 6 × 6 = 216
R: 216 m³



d) V = 9 × 9 × 9 = 729
R: 729 cm³



e) Sólido compuesto

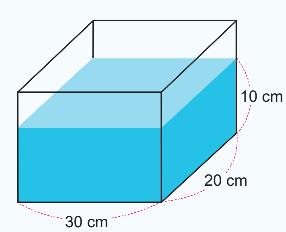


Volumen del prisma rectangular superior: 6 cm³
Volumen del prisma rectangular inferior: 12 cm³
V = 6 + 12   R: 18 cm³
(Hay otras maneras)

2. Resuelve:

En un recipiente en forma de prisma rectangular se depositó agua hasta que llegara a 10 cm de altura. ¿Cuál es la capacidad en cm³ correspondiente al agua? ¿Cuántos litros de agua se depositaron?

V = 30 × 20 × 10
R: 6000 cm³.
6 L.



Unidad 9: División de fracciones

(Página 108)

1. Divide y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{7} \div \frac{2}{5}$ $\frac{5}{14}$ b) $\frac{2}{7} \div \frac{2}{3}$ $\frac{3}{7}$ c) $9 \div \frac{15}{4}$ $\frac{12}{5}\left(o\ 2\frac{2}{5}\right)$

d) $1\frac{7}{9} \div \frac{8}{3}$ $\frac{2}{3}$ e) $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} \div \frac{7}{9}$ $\frac{15}{14}\left(o\ 1\frac{1}{14}\right)$ f) $\frac{7}{3} \times \frac{1}{2} \div 14$ $\frac{1}{12}$

2. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente mayor que 15, sin calcular:

a) $15 \div \frac{3}{4}$ b) $15 \div \frac{4}{3}$ c) $15 \div \frac{2}{5}$

a) y c); el divisor es menor que 1.

3. Escribe cuál de los siguientes incisos tiene un cociente menor que $\frac{2}{5}$, sin calcular:

a) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{5} \div 5$ c) $\frac{2}{5} \div \frac{9}{10}$

a) y b); el divisor es mayor que 1.

4. Convierte la fracción en número decimal y calcula:

a) $0{,}3 \times \frac{1}{2}$ **0,15** b) $0{,}2 \times \frac{1}{10} \times 3$ **0,06**

5. Convierte el número decimal en fracción y calcula:

a) $\frac{3}{4} \div 0{,}5$ $\frac{3}{2}\left(o\ 1\frac{1}{2}\right)$ b) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \div 0{,}6$ $\frac{5}{24}$ c) $0{,}2 \times \frac{1}{10} \times 3$ $\frac{3}{50}$

6. Escribe el PO y responde:

a) Si $\frac{2}{3}$ m de una varilla de hierro pesa $\frac{8}{9}$ kg, ¿cuántos kilogramos pesa 1 m de esa misma varilla de hierro?

PO: $\frac{8}{9} \div \frac{2}{3}$ **R:** $\frac{4}{3}$ **kg.** $\left(o\ 1\frac{1}{3}\ \text{kg.}\right)$

b) Se necesitan $\frac{5}{7}$ dL de pintura para pintar $1\frac{3}{7}$ m² de una pared, ¿cuántos decilitros de pintura se necesitan para pintar 1 m² de pared?

PO: $\frac{5}{7} \div 1\frac{3}{7}$ **R:** $\frac{1}{2}$ **dL.**

Unidad 10: Razón

(Página 118)

1. Escribe la razón de:

a) Jugo de naranja y agua para hacer un refresco.

2 : 7

b) Café y leche.

4 : 2

2. Calcula los valores de cada razón:

a) 2 : 5 b) 3 : 2 c) 1 : 4 d) 8 : 20

$2 \div 5 = \frac{2}{5}$ (0,4) $3 \div 2 = \frac{3}{2}$ (1,5) $1 \div 4 = \frac{1}{4}$ (0,25) $8 \div 20 = \frac{2}{5}$ (0,4)

3. Encuentra la razón del Ejercicio 2 que es equivalente a 6 : 4. Escribe como una proporción.

Valor de 6 : 4 es $6 \div 4 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

R: b) 3 : 2 = 6 : 4

4. Completa cada cuadro con el número correcto:

a) $1 : 3 \xrightarrow{\times 4} 4 : \boxed{12}$ b) $6 : 9 \xrightarrow{\div 3} 2 : \boxed{3}$

c) 3 : 5 = 21 : $\boxed{35}$ d) 6 : 24 = $\boxed{3}$: 12

5. Simplifica las siguientes razones:

a) 8 : 20 **2 : 5** b) 7 : 14 **1 : 2** c) 1,8 : 3 **3 : 5** d) 5 : 0,5 **10 : 1** e) $\frac{1}{6} : \frac{3}{4}$ **2 : 9** f) $\frac{7}{3} : \frac{2}{9}$ **21 : 2**

6. Resuelve:

a) En una rifa, la razón entre papelitos premiados y no premiados es 4 : 9.
Si hay 16 premiados, ¿cuántos papelitos no premiados se deben colocar?

4 : 9 = 16 : $\square$ **R: 36 papelitos no premiados.**

b) Para preparar salsa agridulce se usan 40 ml de salsa inglesa y 60 ml de salsa de tomate. Si se usan 120 mililitros de salsa inglesa, ¿cuántos mililitros de salsa de tomate deben usarse para obtener la misma salsa agridulce?

40 : 60 = 120 : $\square$ **R: 180 mL.**

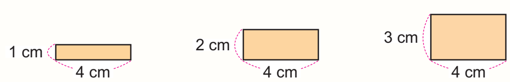
Unidad 11: Proporcionalidad

(Página 138)

1. Completa la tabla y analiza:

a) La longitud de la altura y el área de un rectángulo de base 4 cm.

Altura X (cm)	1	2	3	4	5	6	…
Área Y (cm²)	**4**	**8**	**12**	**16**	**20**	**24**	…



b) ¿Es Área Y del rectángulo directamente proporcional a Altura X? ¿Por qué?

R: Sí, porque cuando Altura X se duplica, triplica, ... , Área Y también se duplica, triplica, ...

2. La tabla representa la relación entre la longitud y el peso de alambre:

Longitud X (cm)	1	2	3	4	…
Peso Y (g)	9	18	27	36	…

a) ¿Cuánto gramos pesa un alambre de 8 cm?

PO: 8 × 9 (hay otras maneras)
R: 72 g.

b) ¿Cuántos gramos pesa un alambre de 12 cm?

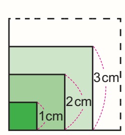
PO: 12 × 9 (hay otras maneras)
R: 108 g.

3. Encuentra los números A y B que se ajustan en la relación mostrada de la longitud del lado y el perímetro de un cuadrado.

× 2 × B

Lado X (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Perímetro Y (cm)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	…

× A × B



A = **2**

B = $\frac{3}{4}$ **(0,75)**

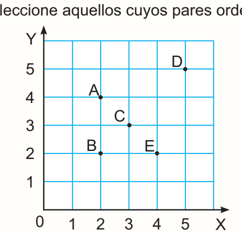
Unidad 11: Proporcionalidad

(Página 139)

4. Entre los puntos de A a E, seleccione aquellos cuyos pares ordenados son:

a) (3 ; 3) **C**

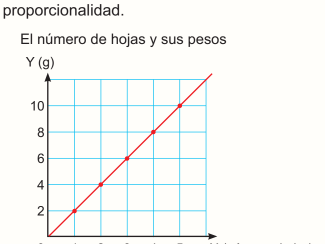
b) (2 ; 4) **A**



5. La siguiente tabla muestra la relación entre el número de hojas y sus pesos totales:

Número de hojas X	1	2	3	4	5	…
Peso Y (g)	2	4	6	8	10	…

a) Grafica la relación de proporcionalidad.



b) En base a las características de la gráfica, ¿son cantidades directamente proporcionales? ¿por qué?

R: Sí, porque la gráfica es una línea recta que pasa por el punto 0.

6. Resuelve sabiendo que las cantidades son directamente proporcionales.
Si 3 lapiceros valen C$ 35, ¿cuántos lapiceros se pueden comprar con C$140?

Número de lapiceros	3	$\square$
Córdobas	35	140

$\square$ **× 35 = 3 × 140**
$\square$ **× 35 = 420**
$\square$ **= 420 ÷ 35 = 12** **R: 12 lapiceros.**

Unidad 12: Casos posibles

(Página 146)

1. Para registrar los resultados de una tanda de penales, se utiliza la letra "E" si el tiro es exitoso y "F" si se falla. ¿Cuántos resultados diferentes pueden obtenerse al tirar 3 tiros penales consecutivos?

   R: 8 resultados.

   E < E < E, F; F < E, F   F < E < E, F; F < E, F

2. Ana, Juan, Carlos y Paola participan en una carrera. Si Ana queda en primer lugar, ¿de cuántas maneras se pueden ordenar?

   R: 6 formas.

   A < J < C – P, P – C; C < J – P, P – J; P < J – C, C – J

3. María tiene las tarjetas numéricas

   1 2 3

   y quiere elegir dos de estas para formar números de dos cifras.

   a) ¿Cuántos números se pueden formar que tengan 1 en las decenas?

   R: 2 números. 1 < 2, 3

   b) ¿Cuántos números se pueden formar que tengan 2, 3 en las decenas, respectivamente?

   R: 2 números respectivamente. 2 < 1, 3   3 < 1, 2

   c) ¿Cuántos números de dos cifras se pueden formar?

   R: 6 números.

4. En una heladería se pueden elegir 2 sabores diferentes de 3 disponibles: Chocolate, Fresa y Vainilla. ¿Cuántas combinaciones se pueden hacer?

   R: 3 combinaciones. C < F, V   F – V

5. Hay 4 equipos de béisbol A, B, C y D. Si cada equipo juega solo un partido con sus oponentes, ¿cuántos partidos pueden jugarse?

   R: 6 partidos. A < B, C, D   B < C, D   C – D

6. Hay camisetas de 2 colores: Rojo y Verde; y pantalones de 3 colores: Blanco, Negro y Marrón, si se escoge una camiseta y un pantalón, ¿cuántas combinaciones hay?

   R: 6 combinaciones. R < B, N, M   V < B, N, M

Unidad 13: Factorización prima

(Página 152)

1. Copia la tabla en tu cuaderno y escribe los divisores de cada número:

Número	Divisores
21	**1, 3, 7, 21**
22	**1, 2, 11, 22**
23	**1, 23**
24	**1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24**
25	**1, 5, 25**
26	**1, 2, 13, 26**
27	**1, 3, 9, 27**
28	**1, 2, 4, 7, 14, 28**
29	**1, 29**
30	**1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30**

   Clasifica los números anteriores en primos o compuestos.

   Primos: 23, 29 **Compuestos: 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30**

2. Expresa como producto de factores primos:

   a) $18 = 2 \times 3 \times 3$ b) $25 = 5 \times 5$ c) $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

   d) $80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$ e) $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$

3. Calcula el m.c.d. de:

   a) 15 y 24
   $15 = 3 \times 5$
   $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$
   R: 3

   b) 8 y 16
   $8 = 2 \times 2 \times 2$
   $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$
   R: 8

   c) 12 y 25
   $12 = 2 \times 2 \times 3$
   $25 = 5 \times 5$
   R: 1

4. Calcula el m.c.m. de:

   a) 15 y 24
   $3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2$
   R: 120

   b) 8 y 16
   $2 \times 2 \times 2 \times 2$
   R: 16

   c) 12 y 25
   $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$
   R: 300

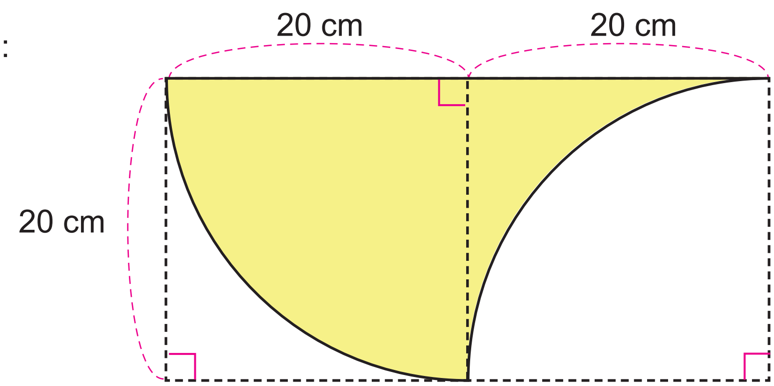
Anexos

Desafíos

Desafío 1 Área de regiones circulares

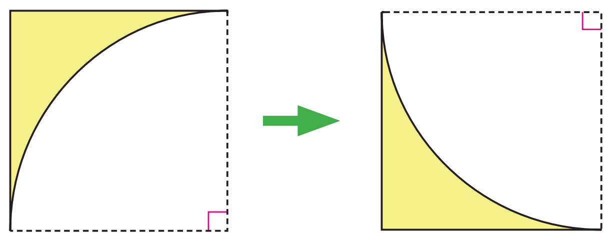
Problema

Calcula el área de la región amarilla:

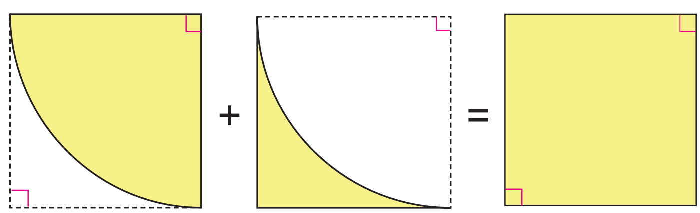


Solución

Si se toma el cuadrado de la derecha y se gira de la siguiente manera:



Se observa que la parte amarilla es lo que falta en el cuadrado de la izquierda, cubriendo entre las dos, un cuadrado:



Por tanto, el área amarilla corresponde a la de un cuadrado de lado 20 cm:

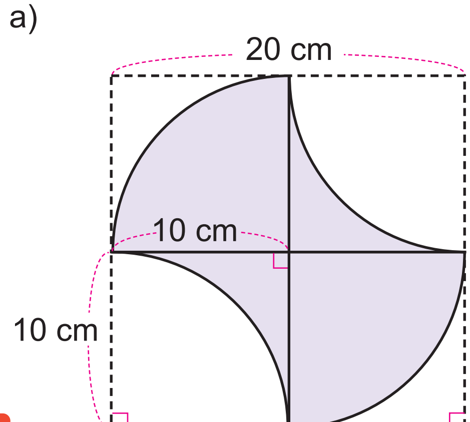
$$\text{Área} = 20 \times 20 = 400$$

Así que, el área es 400 cm^2.

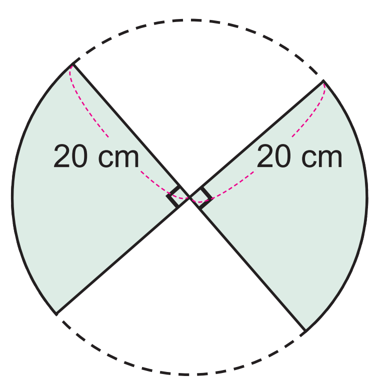
Ejercicios

Encuentra el área coloreada en cada figura:

a)



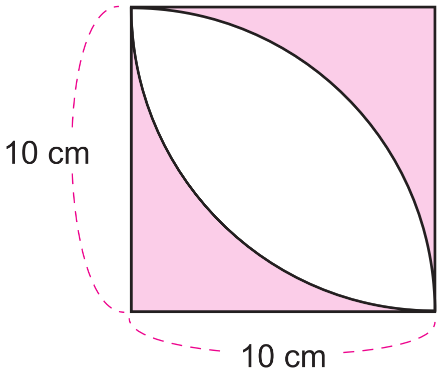
b)



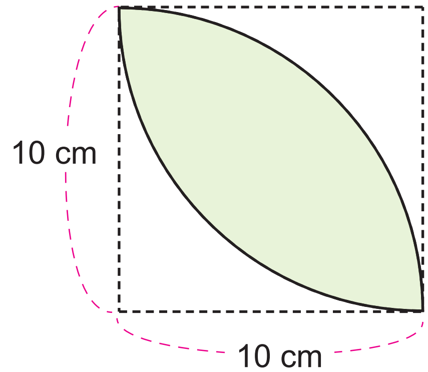
Más cálculo de área sombreada

Calculemos el área sombreada en las siguientes figuras.

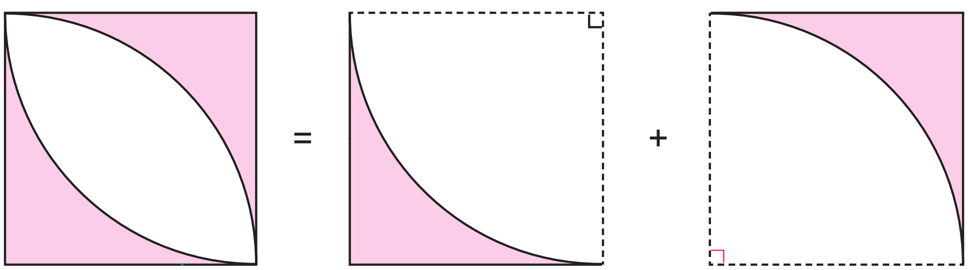
a)



b)

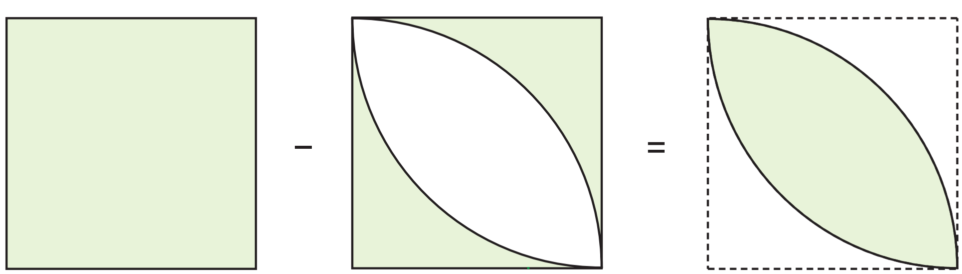


a) Observemos que



En el inciso a) de los ejercicios de la Unidad 5, Sección 3, Contenido 7 (P. 55), se encontró que el área en cualquiera de las figuras de la derecha es 21,5 cm^2, por tanto el área sombreada es $2 \times 21,5 = 43$ cm^2.

b) Si al cuadrado de lado 10 cm se le quita la región sombreada del inciso a) se tiene



Se calcula entonces

$$10 \times 10 - 43 = 100 - 43 = 57$$

El área sombreada es 57 cm^2.

Desafío 2 Operaciones combinadas con decimales y fracciones

Problema

Calculemos: $0{,}3 \div \frac{3}{2} \times 3$

a) Convirtiendo 0,3 en fracción.

b) Convirtiendo $\frac{3}{2}$ en número decimal.

Solución

a) Convierto $0{,}3 = \frac{3}{10}$

$$0{,}3 \div \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{10} \div \frac{3}{2} \times 3$$

$$= \frac{\cancel{3}^{\,1}}{\cancel{10}_{\,5}} \times \frac{\cancel{2}^{\,1}}{\cancel{3}_{\,1}} \times 3$$

$$= \frac{1}{5} \times 3$$

$$= \frac{3}{5}$$

b) Convierto $\frac{3}{2} = 1{,}5$

$$0{,}3 \div \frac{3}{2} \times 3 = 0{,}3 \div 1{,}5 \times 3$$

$$= 0{,}2 \times 3$$

$$= 0{,}6$$

Las dos respuestas son iguales
$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0{,}6$

Conclusión

Los cálculos que contengan fracciones, decimales y naturales con multiplicaciones y divisiones, se puede calcular convirtiendo todos los términos en decimales o en fracciones.

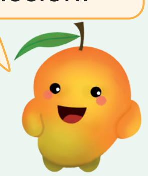
Ejemplo

Divide: $0{,}1 \div \frac{2}{3} \times 2$

Voy a convertir la fracción en número decimal, sería $2 \div 3$

```
  2,0 0 |3
– 1 8    0,6 6 ...
    2 0
–   1 8
      2
```

La fracción no es un número decimal exacto, en este caso se convierte el número decimal en fracción.



$$0{,}1 \div \frac{2}{3} \times 2 = \frac{1}{10} \div \frac{2}{3} \times 2$$

$$= \frac{1}{10} \times \frac{3}{\cancel{2}_{\,1}} \times \frac{\cancel{2}^{\,1}}{1}$$

$$= \frac{3}{10}$$

Ejercicios

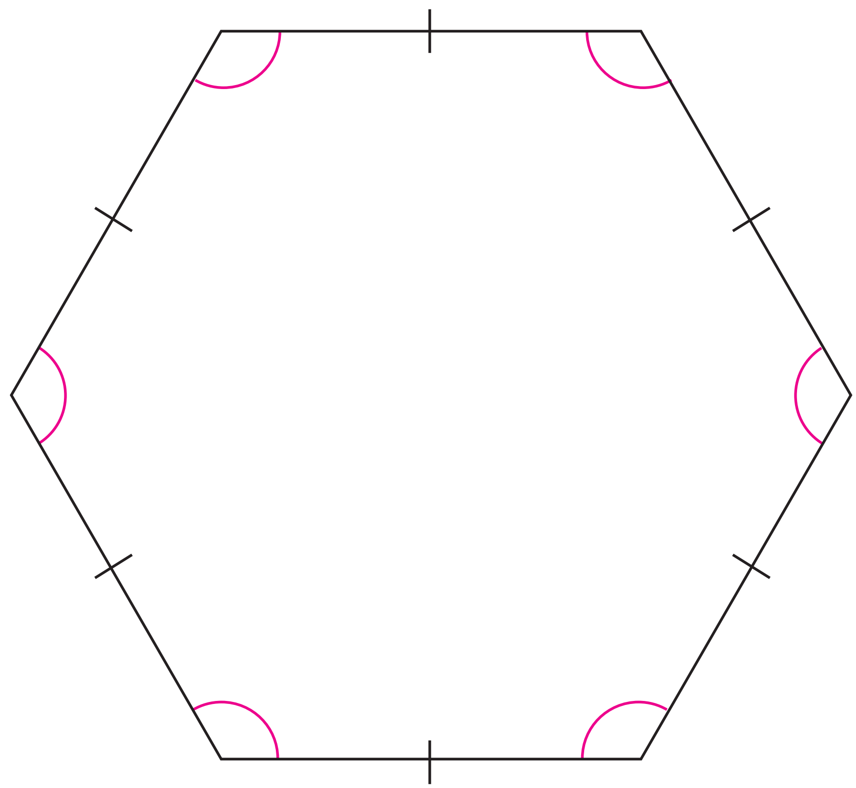
Calcula:

1. Convirtiendo en fracción: a) $0{,}4 \times \frac{5}{6} \div 3$ b) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \div 0{,}6$

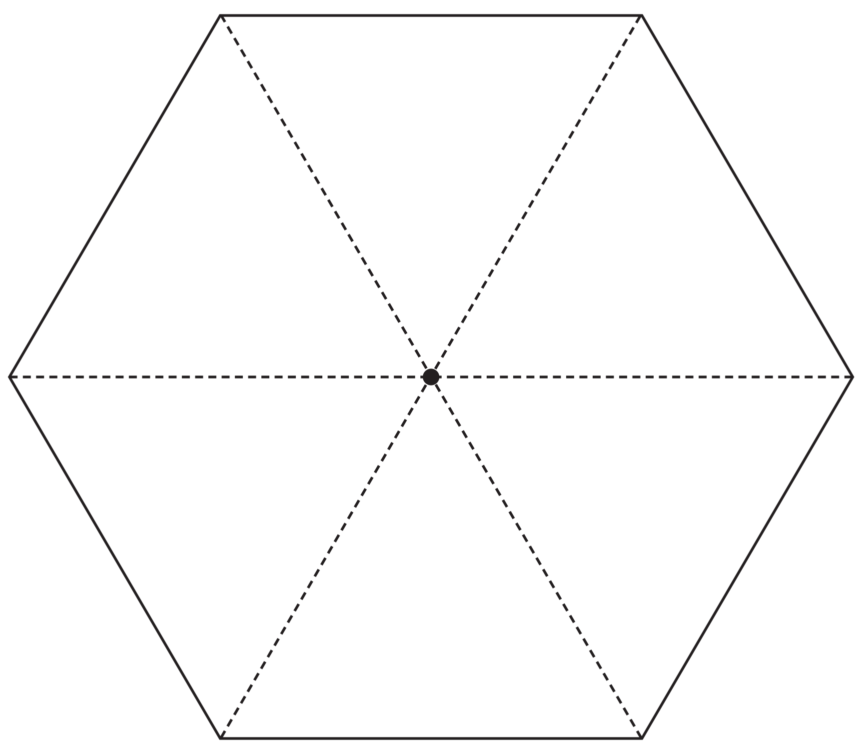
2. Convirtiendo en decimal: a) $\frac{3}{5} \div 0{,}5 \times 2$ b) $3 \times \frac{4}{5} \div 0{,}4$

Unidad 2: Polígonos y simetría lineal

Recordemos (LT P. 12), Ejercicio 3

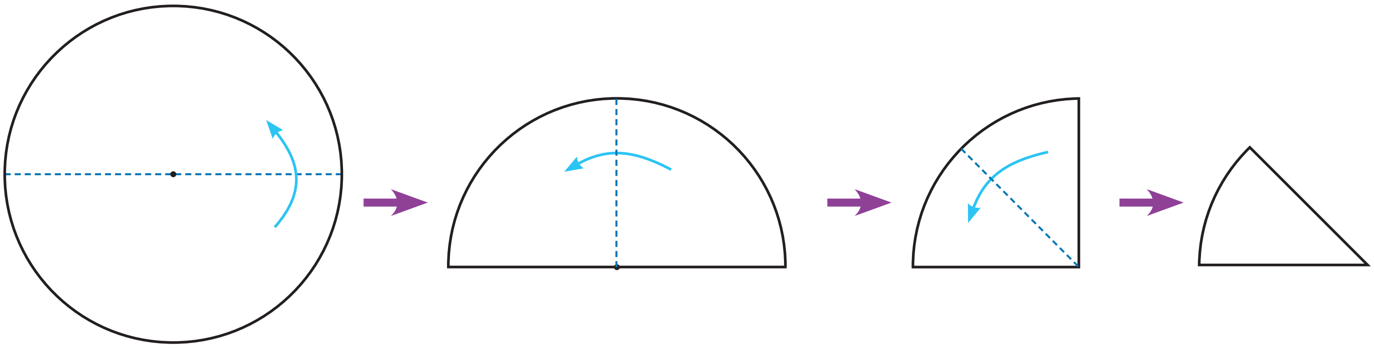


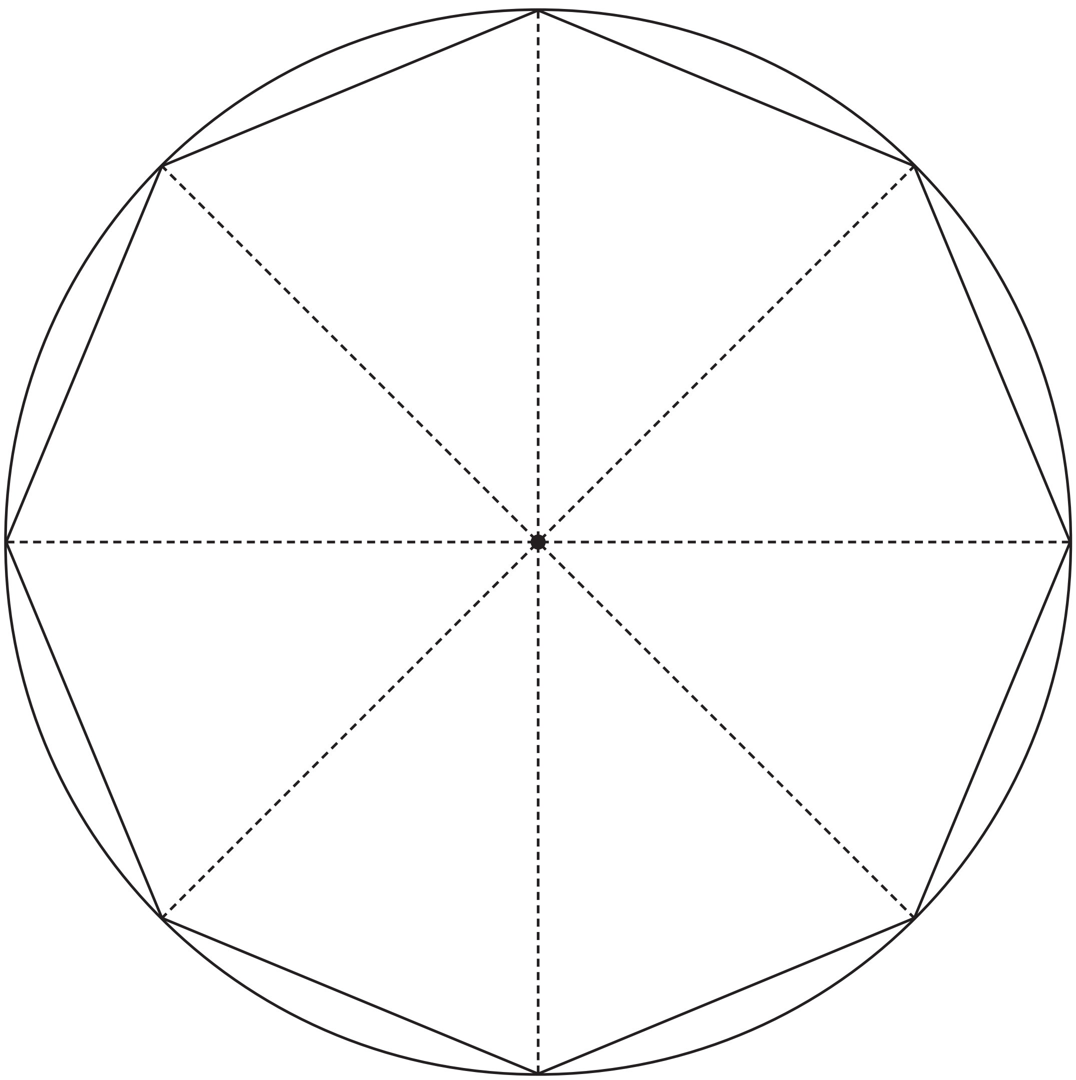
S1C2 (LT P. 14), Solución y Ejemplo



Unidad 2: Polígonos y simetría lineal

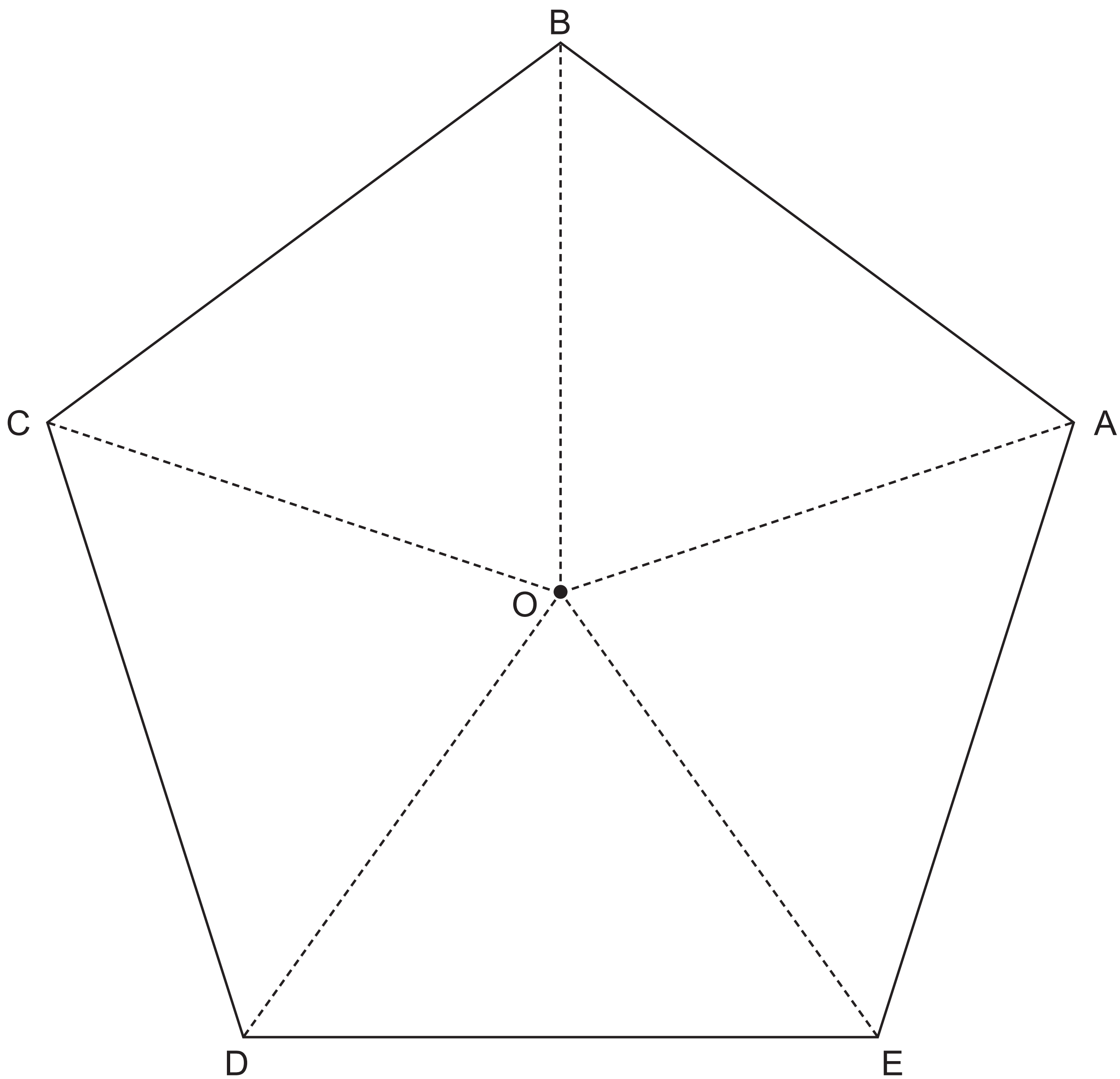
S1C1 (LT P. 13), Solución





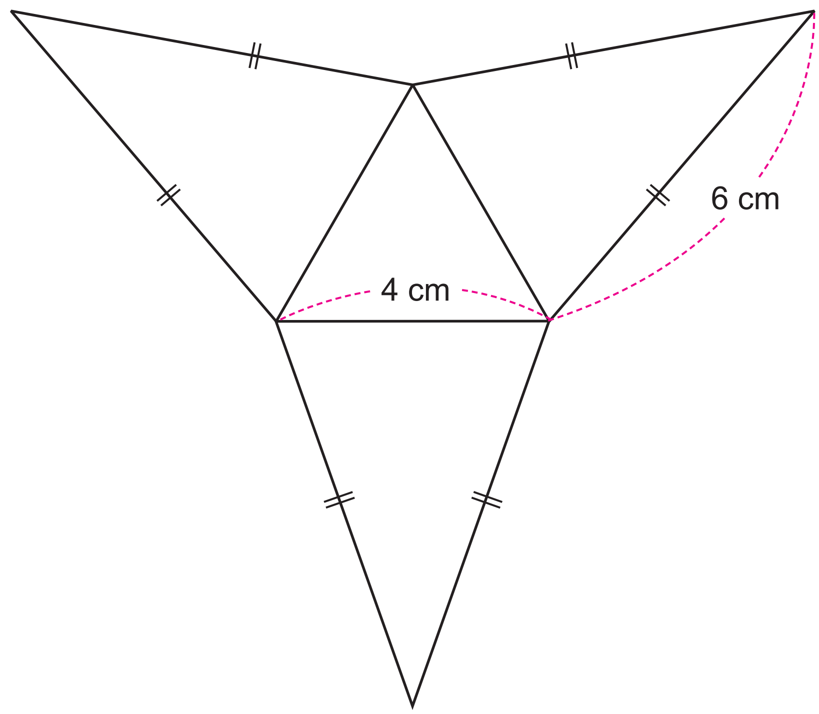
Unidad 2: Polígonos y simetría lineal

S1C3 (LT P. 15), Solución

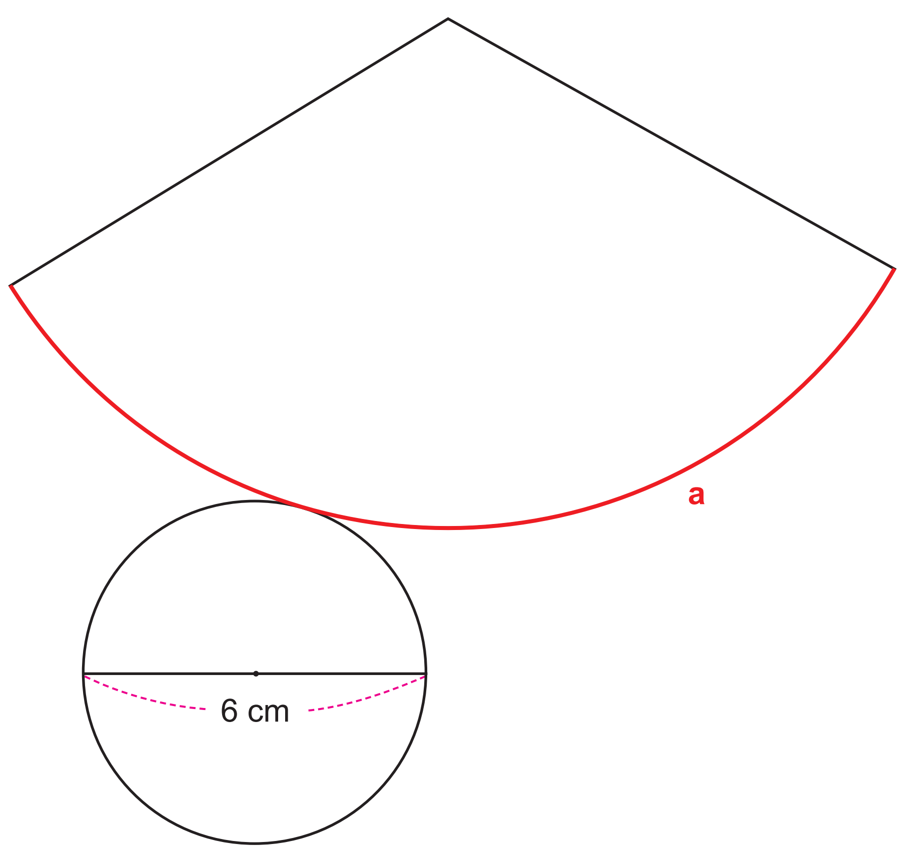


Unidad 4: Poliedros y cuerpos que ruedan

S2C1 (LT P. 34), Solución



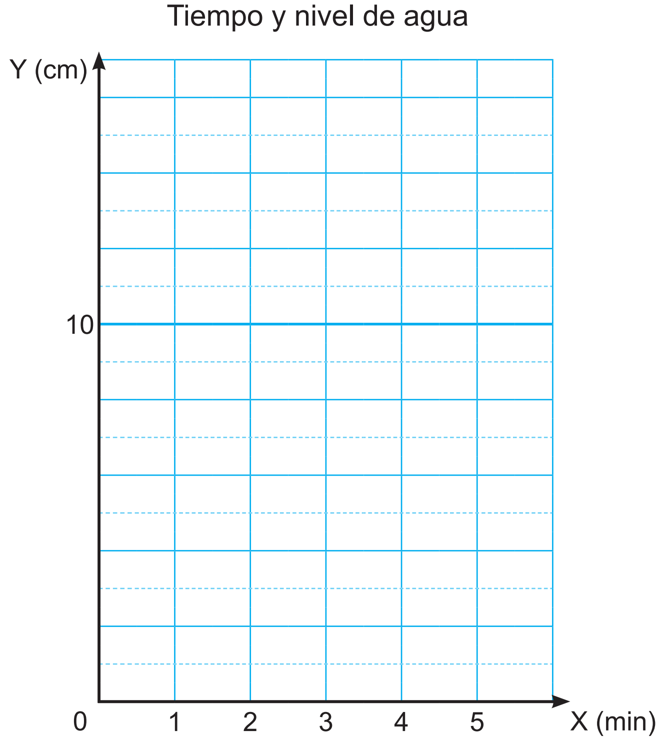
S2C2 (LT P. 35), Problema



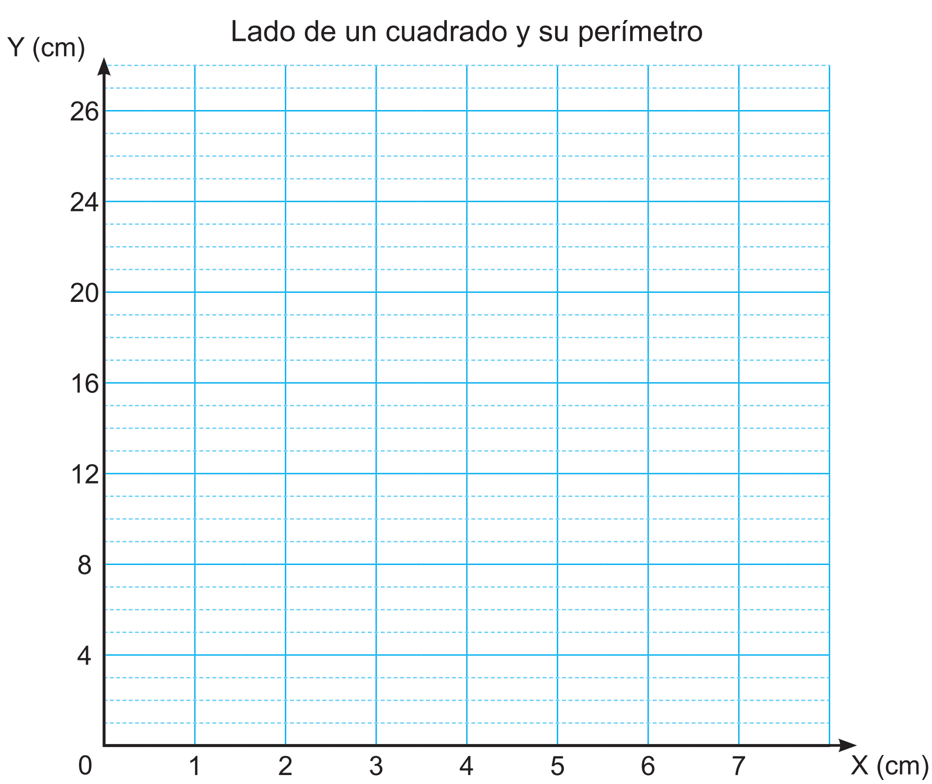
Año 2026

Unidad 11: Proporcionalidad

S2C2 (LT P. 132) Problema



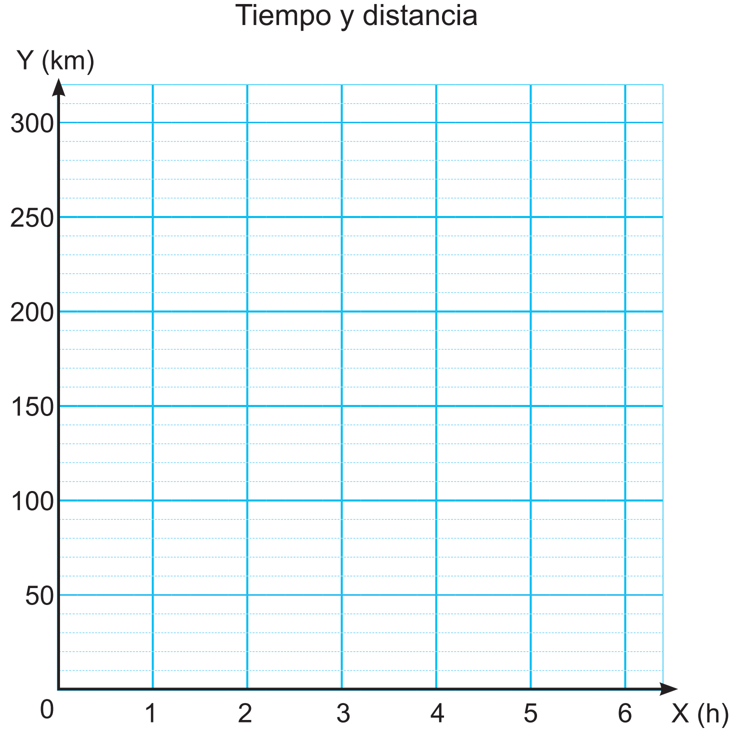
S2C2 (LT P. 133) Ejercicio 1



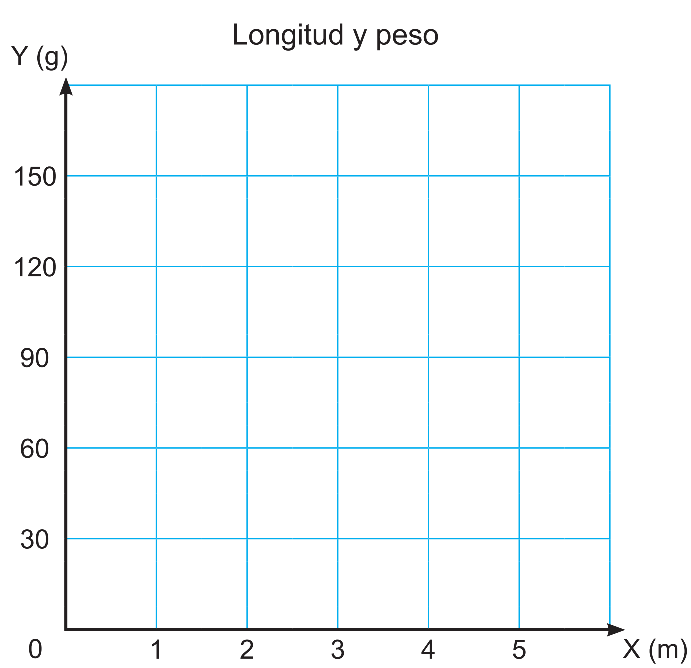
Año 2026

Unidad 11: Proporcionalidad

S2C3 (LT P. 134) Problema



S2C3 (LT P. 134) Ejercicio a)



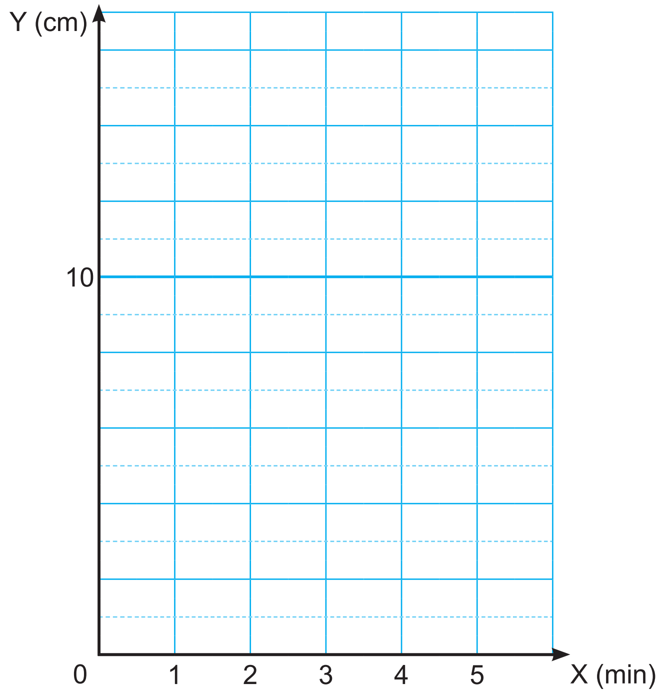
Practiquemos lo aprendido 5 a) (LT P. 139)

Año 2027

Unidad 11: Proporcionalidad

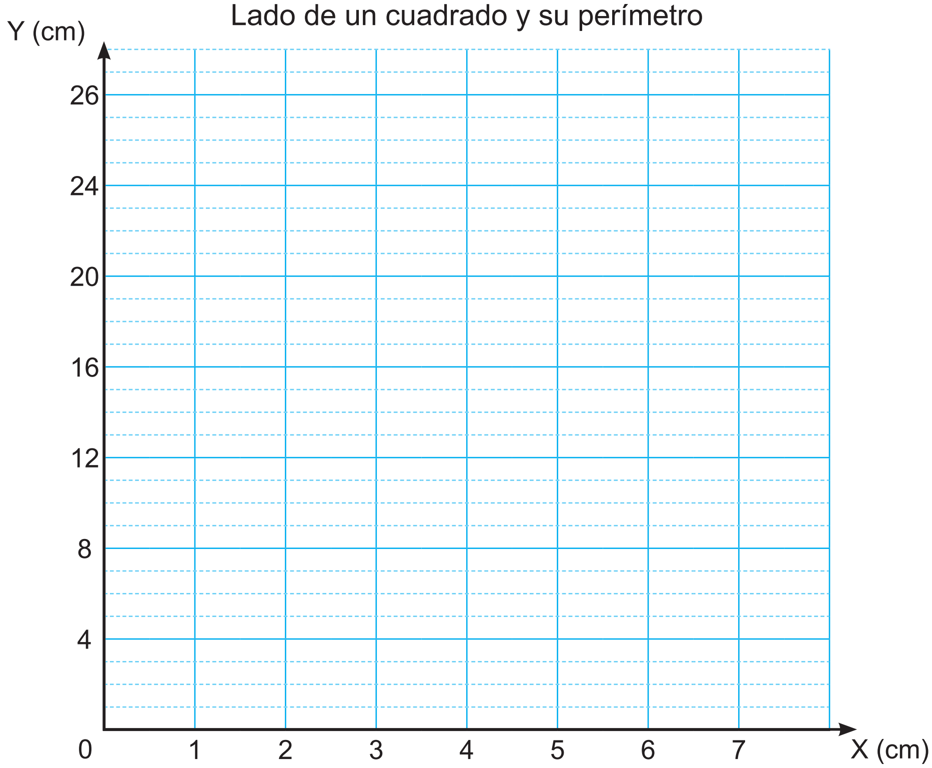
S2C2 (LT P. 132) Problema

Tiempo y nivel de agua



S2C2 (LT P. 133) Ejercicio 1

Lado de un cuadrado y su perímetro

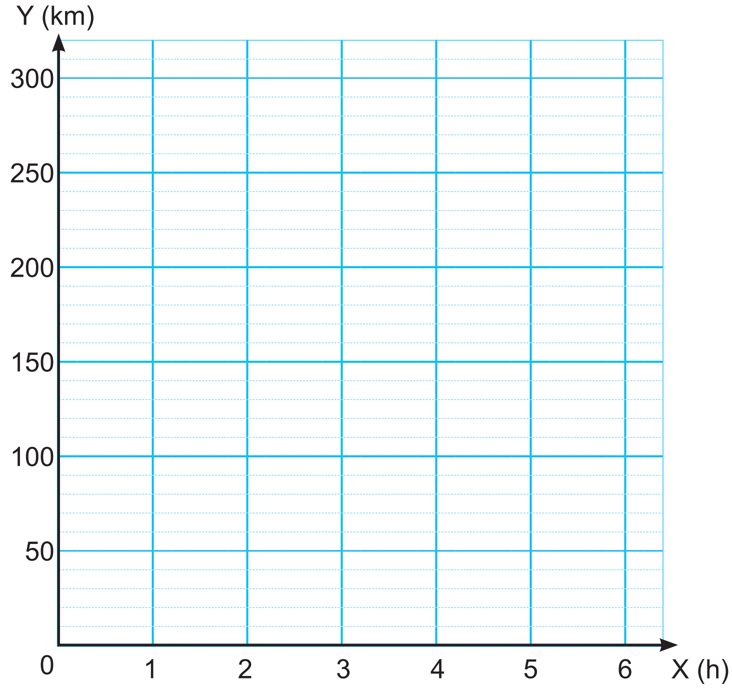


Año 2027

Unidad 11: Proporcionalidad

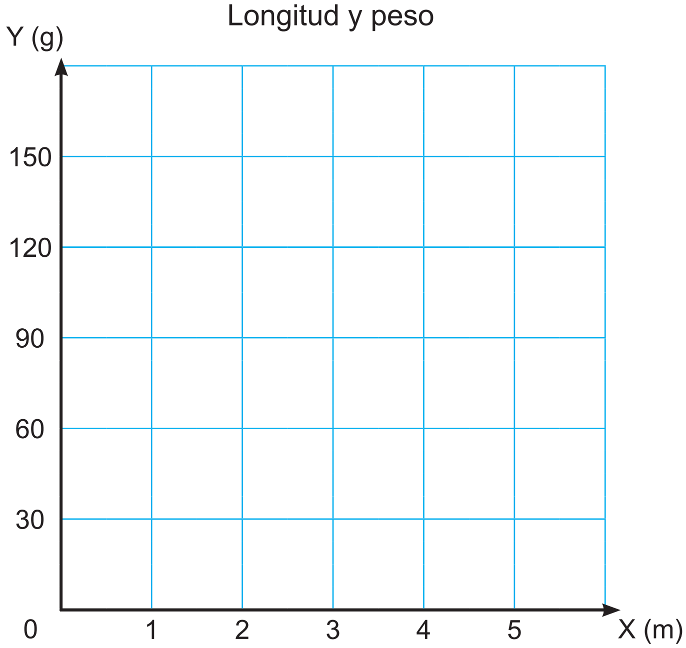
S2C3 (LT P. 134) Problema

Tiempo y distancia



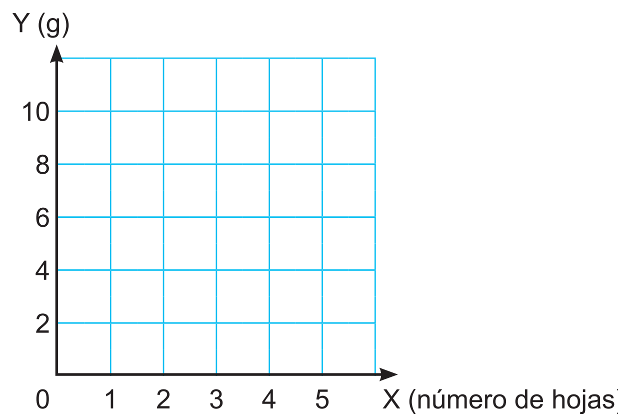
S2C3 (LT P. 134) Ejercicio a)

Longitud y peso



Practiquemos lo aprendido 5 a) (LT P. 139)

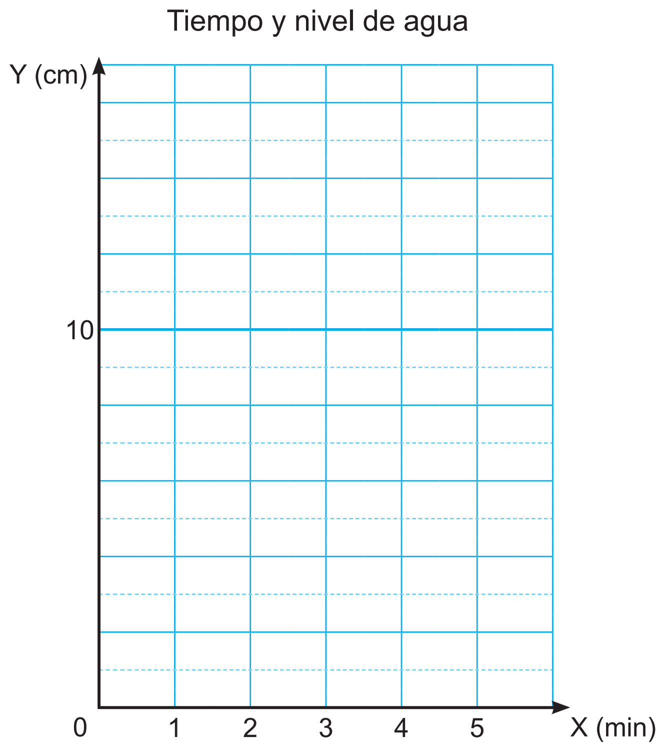
El número de hojas y sus pesos



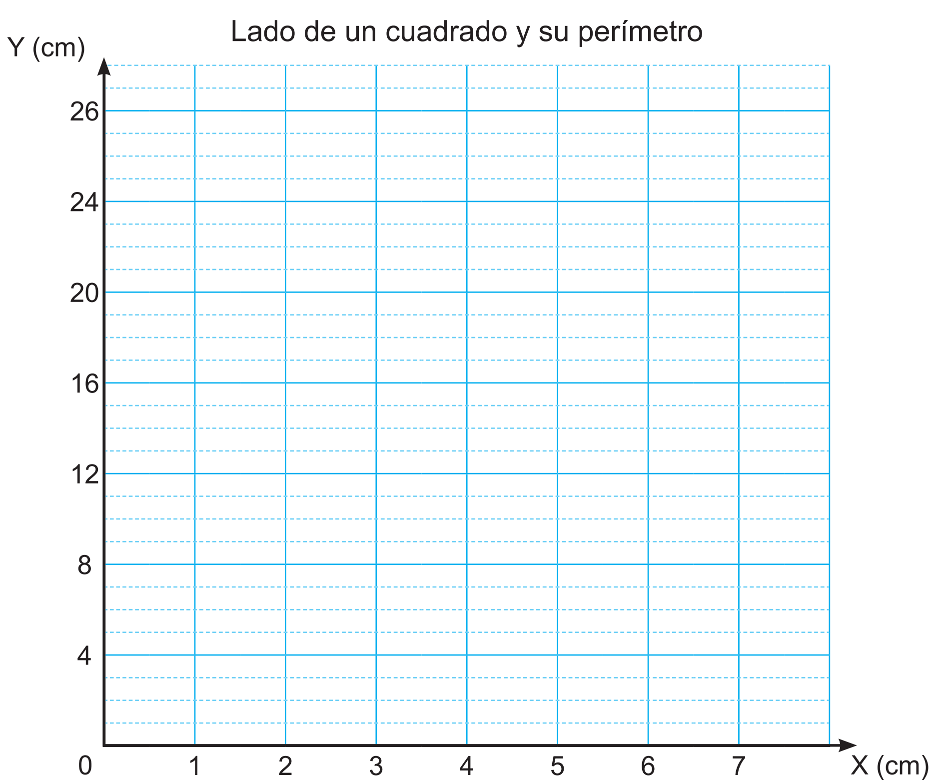
Año 2028

Unidad 11: Proporcionalidad

S2C2 (LT P. 132) Problema



S2C2 (LT P. 133) Ejercicio 1

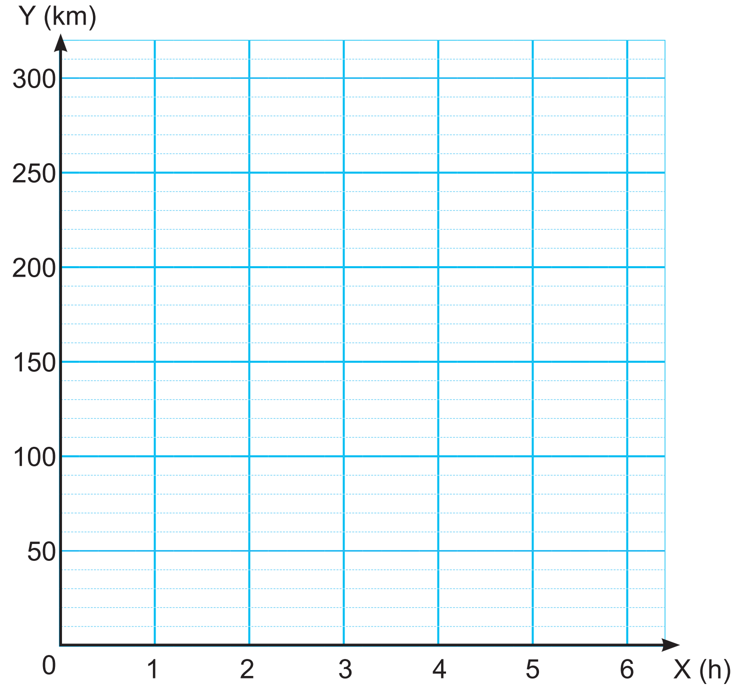


Año 2028

Unidad 11: Proporcionalidad

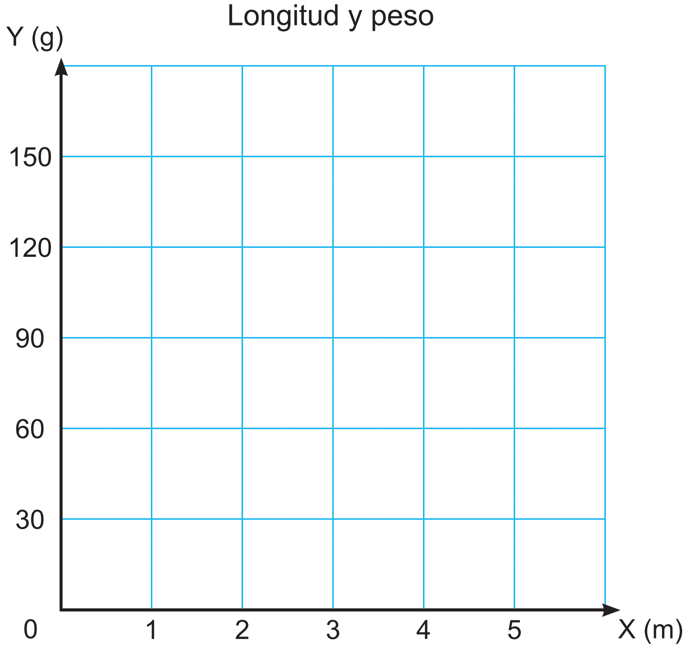
S2C3 (LT P. 134) Problema

Tiempo y distancia



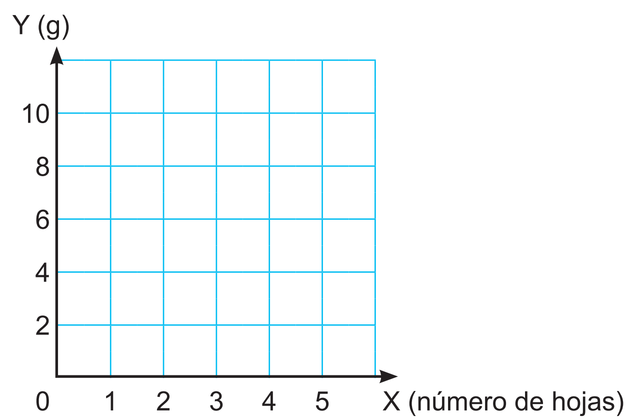
S2C3 (LT P. 134) Ejercicio a)

Longitud y peso



Practiquemos lo aprendido 5 a) (LT P. 139)

El número de hojas y sus pesos



"Proyecto de Aprendizaje Amigable de Matemática para la Educación Primaria en Nicaragua (NICAMATE 2)"

Descarga digital